Universität Koblenz-Landau
Fachbereich 8: Psychologie
DFG Graduiertenkolleg „Unterrichtsprozesse“

Die Rolle externer Repräsentationen für die Konstruktion und Nutzung mentaler Modelle bei der Lösung problemhaltiger Textaufgaben in der Primarstufe

Vom Promotionsausschuss des Fachbereichs Psychologie der Universität Koblenz-Landau zur Verleihung des akademischen Grades Doktor der Philosophie (Dr. phil.)
genehmigte Dissertation

von Timo Reuter M.A.
geboren am 12. Mai 1981

Erster Berichterstatter:	Prof. Dr. Wolfgang Schnotz
Zweiter Berichterstatter:	Prof. Dr. Renate Rasch
Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. Manfred Schmitt
Tag der Disputation:	22.04.2016

Abstract

Externe Repräsentationen spielen eine wichtige Rolle für die Lösung von mathematischen Textaufgaben. Die vorliegende Studie untersucht die Effekte bereitgestellter Repräsentationen beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben in der Grundschule. Insbesondere problemhaltige Textaufgaben sind für Schüler anspruchsvoll, da sie nicht direkt mit den eingeübten und routinierten Rechenoperationen gelöst werden können. Sie zeichnen sich dadurch aus, dass sich der Lösungsweg nicht auf einen Blick erschließt, die mathematische Grundstruktur daher zunächst erkannt, entfaltet und verstanden werden muss und häufig mehrere Aufgabenbedingungen bei der Planung und Beschreitung des Lösungswegs bedacht und verarbeitet werden müssen. Um diesen komplexen Anforderungen begegnen zu können, benötigen Schüler die Fähigkeit, das Problem adäquat zu repräsentieren. Dabei können verschiedene Darstellungsformen wie Zeichnungen und Tabellen verwendet werden, die dann als Werkzeuge für die kognitiven Lösungsprozesse dienen. Da Grundschüler von sich aus häufig keine externen Repräsentationen erstellen, geht die vorliegende Studie den Fragen nach, (1) ob vorgefertigte Repräsentationen das Problemlösen verbessern und erleichtern, (2) ob sich eine Auseinandersetzung mit vorgefertigten Tabellen und Zeichnungen auch auf späteres Problemlösen ohne bereitgestellte Hilfsmittel auswirkt, (3) welche Repräsentationsform (Zeichnung oder Tabelle) und (4) wie viel Vorstrukturierung der bereitgestellten Repräsentation dabei hilfreicher ist. In einem experimentellen Studiendesign arbeiteten 199 Viertklässler an unterschiedlichen problemhaltigen Textaufgaben. Das Design bestand aus drei Tests: (1) Vor-, (2) Treatment- und (3) Transfertest. Im Vortest wurde die Ausgangsleistung der Probanden bei problemhaltigen Textaufgaben gemessen. Im Treatment-Test wurde die Performance beim Problemlösen mit vorgegebenen Repräsentationen erhoben: Probanden der Experimentalgruppe erhielten Zeichnungen und Tabellen in unterschiedlichen Vorstrukturierungsgraden zu den Aufgaben (Intervention), eine Kontrollgruppe erhielt keine Repräsentationen. Im Transfertest bearbeiteten die Teilnehmer vergleichbare Aufgaben wiederum ohne vorgegebene Repräsentationen, um die Problemlöse-Performance nach der Intervention zu messen. Die Ergebnisse zeigten erstens, dass die bereitgestellten Repräsentationen entgegen der Annahme die Problemlöseprozesse insgesamt nicht verbessert und erleichtert haben. Zweitens: Wurde eine Repräsentation bereitgestellt, war eine Zeichnung wie angenommen hilfreicher als eine Tabelle. Jedoch war dieser Effekt abhängig vom Problemtyp und vom Grad der Vorstrukturierung. Offensichtlich genügte es nicht, Zeichnungen und Tabellen einfach nur bereitzustellen, da die Probanden vielfach Schwierigkeiten bei der Interpretation und adäquaten Verwendung der Repräsentationen hatten. Dies spricht für die Notwendigkeit eines Trainings zur Ausbildung und Förderung einer frühen „diagram literacy“ bereits bei Grundschülern.

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Einleitung

Problemlösekompetenz wird in der heutigen Technologie-, Informations- und Wissensgesellschaft als zentral für zukünftiges Lernen und für eine wirksame und selbstbestimmte gesellschaftliche Teilhabe erachtet (Prenzel, Sälzer, Klieme & Köller, 2013). Der stetige und schnelle Wandel in vielen Lebensbereichen erfordert von jedem einzelnen nicht nur die Reproduktion gestern angehäuften und morgen bereits veralteten Wissens, sondern die Fähigkeit, Gelerntes auf neue und herausfordernde Situation anzupassen und anzuwenden (Mayer, 2008). Vor diesem Hintergrund meint Problemlösen „zielorientiertes Denken und Handeln in Situationen, für deren Bewältigung keine Routinen verfügbar sind“ (PISA Konsortium, 2012, S. 3). Die enorme Bedeutung von Problemlösefähigkeiten schlägt sich in Bildungsstandards wie den *„Common Core State Standards for Mathematics“* in den USA oder den deutschen *„Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich“* nieder, da insbesondere der Mathematikunterricht ein ideales Übungsfeld für Problemlösen darstellen kann (Mayer, 1983). Die *„Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich“* betonen neben klassischen inhaltsspezifischen Bereichen insbesondere allgemeine mathematische Kompetenzen. Dazu zählen „Problemlösen“, „Darstellen von Mathematik“, „Argumentieren“, „Kommunizieren“ und „Modellieren“ (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2005, S. 7). Das Mathematiklernen soll nicht auf die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten reduziert werden, sondern allgemeine mathematische Kompetenzen vermitteln, die den Schülerinnen und Schülern[1] am Ende der vierten Jahrgangsstufe vertraut sein sollen.

Die Beschäftigung mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Primarstufe berührt die Kompetenzbereiche Problemlösen und Modellieren. Problemhaltige Textaufgaben zeichnen sich unter anderem dadurch aus, dass sich der Lösungsweg dem Schüler nicht auf einen Blick erschließt, die mathematische Grundstruktur zunächst erschlossen, entfaltet und verstanden werden muss und häufig mehrere Aufgabenbedingungen bei der Planung und Beschreitung des Lösungswegs bedacht und verarbeitet werden müssen (Rasch, 2001, S. 26). Um diesen komplexen Anforderungen begegnen zu können, müssen die Grundschüler das Problem adäquat repräsentieren. Hier wird der Kompetenzbereich „Darstellen von Mathematik“ relevant, insofern verschiedene Darstellungsformen wie Tabellen oder Zeichnungen verwendet werden können, die dann als kognitive Werkzeuge der Lösungsfindung dienen (Bruder & Collet, 2011). „When students learn to use representations as tools, they are preparing for the kinds of activities that are common among mathematicians, scientists, engineers, and others who use mathe-

[1] Im Weiteren wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit nur das Maskulinum verwendet. Sofern es nicht anders ausgewiesen wird, sind immer beide Geschlechter gemeint.

matics in their professional work" (Greeno & Hall, 1997, S. 363). Die Beschäftigung mit problemhaltigen Textaufgaben eignet sich daher in besonderer Weise für die Vermittlung und Übung der Kompetenzbereiche „Problemlösen“, „Modellieren“ und „Darstellen von Mathematik“.

Empirische Untersuchungen zu problemhaltigen Textaufgaben zeigten aber, dass (Grund-) Schüler häufig keine spontanen Externalisierungen zur Repräsentation der Problemstruktur vornahmen (Elia, van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Groß, 2013; Hohn, 2012). So berichtete etwa Groß (2013) als Ergebnis einer explorativen Studie, die im Rahmen des Projekts „Fördern von Repräsentationskompetenz beim Bearbeiten von Textaufgaben“ im DFG-geförderten Graduiertenkolleg „Unterrichtsprozesse“ durchgeführt wurde, dass lediglich 10 % der teilnehmenden Grundschüler eine Zeichnung während des Problemlösens erstellten. Dies erscheint insofern kaum verwunderlich, da im Schulunterricht weniger grafisch-visuelle Veranschaulichungen vorkommen (Stern, 2005) als symbolisch-verbale Repräsentationsformen (Olson, 1977). Auch Hohn (2012) stellte in einer Untersuchung innerhalb des gleichen Projekts fest, dass bei den beobachteten Schülern zwar Potenzial hinsichtlich der Nutzung von Repräsentationsformen zur Lösungsunterstützung vorlag, die Lösenden jedoch häufig versuchten, die Prozesse ausschließlich mental zu bewältigen. Die vorliegende Studie, die ebenfalls im Projekt „Fördern von Repräsentationskompetenz beim Bearbeiten von Textaufgaben“ entstand, knüpft an die Untersuchungen von Groß (2013) und Hohn (2012) an. Vor dem Hintergrund der Befunde von Groß (2013) und Hohn (2012), wonach die Schüler ihre kognitiven Prozesse häufig nicht spontan externalisierten, wurden in der vorliegenden Studie externe Repräsentationen als Hilfsmittel bereitgestellt.

Ziel der Studie

Die Studie hat zum Ziel, mehr über das Zusammenspiel unterschiedlicher externer und mentaler Repräsentationen beim Lösen verschiedener Typen problemhaltiger Textaufgaben bei Viertklässlern zu lernen. Die dazu durchgeführten (experimentellen) Untersuchungen verfolgen vier zentrale Fragestellungen. Erstens: Wie beeinflusst die Bereitstellung mehr oder weniger vorgefertigter Tabellen und Zeichnungen die Performance der Schüler beim Lösen der Aufgaben? Zweitens: Wirkt sich die Auseinandersetzung mit mehr oder weniger vorgefertigten Tabellen und Zeichnungen auch auf späteres Problemlösen ohne bereitgestellte Hilfsmittel aus? Drittens sollte beleuchtet werden, ob – je nach Aufgabenmerkmalen – eine Tabelle oder eine Zeichnung zu effektiverem und effizienterem Problemlösen führt, und viertens, wie viel Vorstrukturierung der Repräsentationen die Schüler benötigen.

Relevanz der Studie

Erstens soll die Studie einen theoretischen Beitrag zur Erforschung der mentalen Text-Bild-Integration beim mathematischen Problemlösen im Grundschulalter leisten. Zweitens lassen die

Ergebnisse der Untersuchungen auch praxisnahe Hinweise für Lehrkräfte erwarten, welches Hilfsmittel je nach Aufgaben- und Schülermerkmalen mehr oder weniger geeignet erscheint, um sowohl leistungsstarken als auch leistungsschwachen Kindern Zugang zu problemhaltigen Textaufgaben zu ermöglichen und damit das vorhandene kognitive Potenzial der Kinder im Unterricht zu nutzen. Frühes mathematisches Problemlösen trägt maßgeblich zum späteren Erfolg in Mathematik bei (Stern, 2005). Sollten sich bestimmte Tabellen und Zeichnungen für einen Aufgabentyp bei einer Mehrheit der Schüler als nützlich erweisen, wäre ein solches Ergebnis auch für die Gestaltung von Schulbüchern und Arbeitshilfen interessant.

2 Theoretischer Hintergrund

Das vorliegende Kapitel ist in zwei Abschnitte gegliedert. Abschnitt 2.1 behandelt mathematisches Problemlösen mit problemhaltigen Textaufgaben. Abschnitt 2.2 gibt zunächst einen allgemeinen theoretischen Überblick zu Repräsentationen und geht anschließend vertiefend auf die Rolle externer Repräsentationen als Werkzeuge beim mathematischen Problemlösen ein.

2.1 Mathematisches Problemlösen mit problemhaltigen Textaufgaben

Aufgabe 1: *Lukas hat 18 Sammelkarten. Jonas hat 4 Sammelkarten mehr als Lukas. Wie viele Sammelkarten hat Jonas?*

Aufgabe 2: *Lukas hat 4 Sammelkarten mehr als Jonas. Zusammen haben sie 18 Sammelkarten. Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?*

Aufgabe 1 und Aufgabe 2 klingen beim ersten Lesen nicht nur sehr ähnlich – ihnen liegt auch die gleiche mathematische Struktur von „a + b = c“ zugrunde und sie beinhalten die gleichen Zahlen. Beide Aufgaben beschreiben die Situation von zwei Kindern mit einer bestimmten Anzahl an Sammelkarten. Jedoch unterscheiden sich die Aufgaben in der Formulierung: In Aufgabe 1 sind die Mengen „a“ und „b“ bekannt, die Menge „c“ wird gesucht. In Aufgabe 2 sind hingegen die Menge „c“ und die Differenz der Mengen „a“ und „b“ bekannt. Gefragt wird nach „a“ und „b“. Dieser vermeintlich kleine Formulierungsunterschied wirkt sich enorm auf die Schwierigkeit der Aufgabe aus. Bei Textaufgaben mit der Formulierung wie in Aufgabe 1 nennen etwa vier von fünf Zweitklässlern die richtige Lösung (Riley & Greeno, 1988). Wird das Problem wie in Aufgabe 2 formuliert, kommt in etwa nur jeder dritte Gleichaltrige zum richtigen Ergebnis (Rasch, 2001). Aufgabe 1 gilt als Routine-, Aufgabe 2 als Problemaufgabe (Rasch, 2001).

Untersuchungsgegenstand der vorliegenden Arbeit sind Problemaufgaben. Was genau Problemaufgaben (im Weiteren: problemhaltige Textaufgaben) ausmacht und wie sie sich von sogenannten Routineaufgaben unterscheiden, soll in diesem Abschnitt thematisiert werden. Daher wird im Verlauf von Kapitel 2.1 zunächst mathematisches Problemlösen definiert (2.1.1). Nachfolgend wird referiert, welche Arten von Textaufgaben aus mathematikdidaktischer Sicht unterschieden werden und die besondere Form der problemhaltigen Textaufgabe definiert. Dabei wird anhand von Beispielen erläutert, warum insbesondere problemhaltige Textaufgaben problemlösendes Denken erfordern und daher zum Training eines mathematischen Problemlösens geeignet sind (2.1.2). Abschließend wird aus Sicht der Psychologie auf die kognitiven Prozesse beim Bearbeiten mathematischer Textaufgaben geschaut (2.1.3). Am Ende dieses Kapitels soll deutlich sein, was in der vorliegenden Arbeit unter mathematischem Problemlösen mit problemhaltigen Textaufgaben verstanden wird und warum insbesondere solche Aufgaben geeignet erscheinen, die Rolle von externen Repräsentationen beim mathematischen Problemlösen zu untersuchen.

2.1.1 Mathematisches Problemlösen

„A problem can be categorized as a mathematics problem whenever a mathematical procedure, such as an arithmetic or algebraic procedure, is needed to solve the problem“ (Mayer & Hegarty, 1996, S. 31). Diese Definition für mathematisches Problemlösen erscheint unmittelbar einleuchtend, wirft aber eine weitere grundsätzliche Frage auf: Was ist Problemlösen und problemlösendes Denken?

Problemlösen und problemlösendes Denken aus psychologischer Sicht

Eine klassische Definition für Problemlösen und problemlösendes Denken stammt von Duncker und wurde erstmals 1935 in seinem berühmten Werk *Zur Psychologie des produktiven Denkens* publiziert:

> Ein ‚Problem‘ entsteht z. B. dann, wenn ein Lebewesen ein Ziel hat und nicht ‚weiß‘, wie es dieses Ziel erreichen soll. Wo immer der gegebene Zustand sich nicht durch bloßes Handeln (Ausführen selbstverständlicher Operationen) in den erstrebten Zielzustand überführen lässt, wird das Denken auf den Plan gerufen. (Duncker, 1974, S. 1)

In dieser Definition sind im Wesentlichen alle Bestandteile enthalten, die auch in späteren Definitionen immer wieder auftauchen (für eine Übersicht siehe Funke, 2003). Im Kern geht es immer um das „Bestreben, einen gegebenen Zustand (Ausgangs- oder Ist-Zustand) in einen anderen, gewünschten Zustand (Ziel- oder Soll-Zustand) zu überführen, wobei es gilt, eine Barriere zu überwinden, die sich zwischen Ausgangs- und Zielzustand befindet“ (Hussy, 1984, S. 114).

Zur Frage, wie diese Barriere überwunden wird, gibt es in der Psychologie des problemlösenden und kreativen Denkens zwei unterschiedliche Sichtweisen: Die Sichtweise der Gestaltpsychologie und die Sichtweise der Psychologie der Informationsverarbeitung.

Die gestaltpsychologische Sicht auf Problemlösen

Die Gestaltpsychologie betont die richtige Repräsentation des Problems. Nach dieser Sichtweise wird Problemlösen als plötzliche Umstrukturierung in der Wahrnehmung des Problems erachtet (Schnotz, Baadte, Müller & Rasch, 2011). Wird die richtige Repräsentation des Problems gefunden, steht die Lösung dem Problemlösenden direkt „vor Augen“. Die Gestaltpsychologen sprechen von „Einsicht“ oder dem sogenannten „Aha-Erlebnis“ (Bühler, 1907, zitiert nach Schnotz et al., 2011). Als ein Beispiel für ein typisches Problem der Gestaltpsychologie unter zahlreichen anderen (siehe z. B. Knoblich & Öllinger, 2006) soll in Anlehnung an Schnotz et al. (2011) das „gebrochene Schachbrett“ von Wickelgren (1974) angeführt werden: Das Problem beschreibt ein Schachbrett, bei dem die zwei weißen Felder an den diagonalen Ecken herausgebrochen sind. Die Frage lautet nun, ob es bei einer unbegrenzten Anzahl an Dominosteinen möglich ist, alle 62 verbliebenen Felder des Schachbretts zu bedecken, ohne dass ein Dominostein über das Schachbrett hinausragt? Ein Dominostein bedeckt immer zwei aneinandergrenzende Felder. Die Antwort lautet nein. Typischerweise verfolgen Problemlöser bei diesem Problem eine Versuch-Irrtum-Strategie, die jedoch häufig in eine Sackgasse führt. Wird das Schachbrett hingegen in einer „neuen Gestalt“ repräsentiert, wird die Lösung direkt sichtbar: Es verbleiben 32 schwarze und 30 weiße Felder. Da aneinandergrenzende Felder immer unterschiedliche Farben haben, bedeckt ein Dominostein immer ein schwarzes und ein weißes Feld. Es können also 15 weiße und 15 schwarze Felder bedeckt werden, nicht aber die verbleibenden zwei schwarzen Felder, da diese nicht aneinandergrenzen.

Gerät ein Problemlöser in eine vermeintliche Sackgasse, führen die Gestaltpsychologen dies auf eine funktionale Fixierung (Duncker, 1974) zurück. Sollen beispielsweise aus sechs Streichhölzern vier gleichseitige Dreiecke gelegt werden, gelingt dies nur, wenn die zweidimensionale Betrachtung – die in der Vergangenheit zu einer erfolgreichen Bewältigung bei ähnlichen Problem geführt hat (funktionale Fixierung) – zugunsten einer dreidimensionalen Lösung gelockert wird (Beispiel aus Mayer, 1983). Solche Streichholzprobleme sind gängige Aufgaben in der Forschung zu „Einsichtsproblemen“ (Knoblich, Ohlsson, Haider & Rhenius, 1999; Knoblich, Ohlsson & Raney, 2001; Öllinger, Jones & Knoblich, 2006).

Die Sicht der Psychologie der Informationsverarbeitung auf Problemlösen

Die Psychologie der Informationsverarbeitung betont hingegen das Finden des richtigen bzw. besten Wegs durch einen komplexen Problemraum. Dafür benötigt der Problemlöser eine Repräsentation und eine konkrete Vorstellung des Soll-Zustands. Er muss in der Lage sein, schrittweise alternative Wege vom Ist-Zustand hin zum angestrebten Soll-Zustand zu beschreiten und damit einen Problemraum aufzuspannen. Für das Durchschreiten des Problemraums muss er Operatoren anwenden, mit denen er einen Zustand in einen neuen Zwischen-Zustand hin zum Soll-Zustand transformiert (Schnotz et al., 2011). Ein prototypisches Beispiel für ein Problem aus Sicht der Informationsverarbeitungspsychologie ist der „Turm von Hanoi“ (siehe Schnotz et al., 2011).

Kurz gesagt, betont die Gestaltpsychologie also die richtige Repräsentation durch Restrukturierung, die Psychologie der Informationsverarbeitung die Suche nach dem richtigen Weg durch einen Problemraum. Für eine umfassendere Darstellung der beiden Sichtweisen sei auf Funke (2003) verwiesen.

Zusammenführung der Sichtweisen in der „Representational Change Theory“

Ohlsson (1984a, 1984b) führt beide Sichtweisen in seiner Representational-Change-Theorie zusammen, indem er zentrale Aspekte der gestaltpsychologischen Sicht in die Perspektive der Informationsverarbeitungspsychologie integriert. Ohlsson (1984a) zufolge aktiviert eine falsche bzw. ungeeignete Repräsentation des Problems beim Problemlösenden falsche Langzeitwissensstrukturen, die wiederum falsche bzw. für die Problemlösung ungeeignete Operationen und Aktionen nach sich ziehen. Gelingt es dem Problemlöser jedoch, das Problem umzustrukturieren, werden geeignete Langzeitwissensstrukturen getriggert, die geeignete Operationen und Aktionen aktivieren. Je nach Größe des Problemraums ist die Lösung direkt sichtbar (kleiner Problemraum), was dem Problemlösenden als unmittelbare ‚Einsicht‘ (‚Aha-Erlebnis‘) erscheint, oder sie wird bei einem größeren Problemraum als Ausweg aus einer Sackgasse empfunden, was die weitere Auseinandersetzung mit dem Problem ermöglicht. Schnotz et al. (2011) halten auf Basis der Representational-Change-Theorie zusammenfassend fest, dass Problemlösen sowohl „Repräsentationen mit adäquaten Strukturen wie auch Prozesse, die auf diesen Strukturen operieren“ benötigt (S. 214).

Zusammenfassung: Mathematisches Problemlösen

Mathematisches Problemlösen kann als eine Handlung definiert werden, bei der ein Problemlösender einen Ist-Zustand in einen Soll-Zustand überführen muss und dabei auf eine Barriere trifft. Um diese Barriere zu überwinden, benötigt der Problemlösende die richtige Repräsentation des Problems, auf deren Struktur er geeignete mathematische Prozesse – etwa arithmetische, algebraische oder geometrische Prozeduren – anwenden kann.

2.1.2 Problemhaltige Textaufgaben

Allgemeine Definition von Textaufgaben

„Textaufgaben“, „Sachaufgaben“, „eingekleidete Aufgaben“, „Rechengeschichten“, „Sachsituationen“, „Problemaufgaben“ u.v.a.m. – in der mathematikdidaktischen Literatur finden sich nicht nur zahlreiche, sondern auch uneinheitlich verwendete Begrifflichkeiten (siehe z. B. Franke & Ruwisch, 2010) für Aufgaben, die mehr sind als reine Zahlaufgaben (Radatz & Schipper, 1983), wie etwa „18 + 4 = __“. Zwar sind nach Radatz und Schipper (1983) vielfach Versuche zur Systematisierung der Begriffe unternommen worden, jedoch blieben die Ergebnisse widersprüchlich, wie auch Franke und Ruwisch (2010) feststellen.

Ebenso vielfältig wie die Begrifflichkeiten sind die didaktischen Ziele, die mit dem Einsatz solcher Aufgaben im Unterricht verbunden werden. Radatz und Schipper (1983) nennen etwa „Aufzeigen der Beziehungshaltigkeit der Mathematik", „Mathematisieren realer Situationen", „Schulung des komplexen und des kreativen Denkens", „Sicherung des mathematischen Könnens durch Anwendung" oder aber „Aufbau von Größenvorstellungen" (S. 131). Franke und Ruwisch (2010) unterscheiden die drei didaktischen Zielsetzungen „Sachrechnen als Anwenden von Mathematik", „Sachrechnen als Problemlösen" und „Sachrechnen als Umwelterschließung" (S. 20 ff.).

Bei aller Vielfalt der Begrifflichkeiten und Funktionen – was ist allen diesen Aufgaben gemeinsam und worin unterscheiden sie sich? Stern (1998) definiert Textaufgaben als „konkrete Episoden, in denen Quantitäten eine entscheidende Rolle spielen" (S. 86). Verschaffel, Greer und de Corte (2000) schlagen eine reichhaltigere Definition vor:

> Word problems can be defined as verbal descriptions of problem situations wherein one or more questions are raised the answer to which can be obtained by the application of mathematical operations to numerical data available in the problem statement. In their most typical form, word problems take the form of brief texts describing the essentials of some situation wherein some quantities are explicitly given and others are not, and wherein the solver – typically a student who is confronted with the problem in the context of a mathematics lesson or a mathematics test – is required to give a numerical answer to a specific question by making explicit and exclusive use of the quantities given in the text and mathematical relationships between those quantities inferred from the text. (S. ix)

Text- vs. Sachaufgabe

In Übereinstimmung mit der von Verschaffel et al. (2000) vorgeschlagenen allgemeinen Definition von Textaufgaben lassen sich in der Mathematikdidaktik grob zwei Typen von Aufgaben unterscheiden: Textaufgaben und Sachaufgaben (z. B. Radatz & Schipper, 1983; siehe auch Stern, 1998). Erscheint die im Aufgabentext beschriebene Sache bzw. Situation weitgehend austauschbar oder bedeutungslos und ist die eigentliche Vielfältigkeit und Komplexität einer Sache sehr verkürzt dargestellt, so wird meist von Textaufgaben gesprochen. Die didaktischen Funktionen von Textaufgaben liegen nach Radatz und Schipper (1983) in der Förderung der arithmetischen Fähigkeiten, also der Anwendung und Übung der Rechenfertigkeit, wobei ein bewusst kurz gehaltener Sachkomplex aus dem Text erschlossen und aus der natürlichen Sprache in mathematische Sprache übersetzt werden muss. In aller Regel beinhalten Textaufgaben genau die arithmetische Operation, die gerade im Unterricht behandelt wird (Franke & Ruwisch, 2010).

Die eingangs erwähnte Aufgabe *„Lukas hat 18 Sammelkarten. Jonas hat 4 Sammelkarten mehr als Lukas. Wie viele Sammelkarten hat Jonas?“* ist ein Beispiel für eine klassische Textaufgabe mit der arithmetischen Struktur „a + b = c“. Riley (1981) hat eine Typologie solcher Textaufgaben zur Addition und Subtraktion aufgestellt (vgl. auch Riley, Greeno & Heller, 1983). Darin unterscheidet sie „Kombinationsaufgaben“ (z. B. *„Joe hat 3 Murmeln. Tom hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln haben sie zusammen?“*), „Vergleichsaufgaben“ (z. B. *„Joe hat 3 Murmeln. Tom hat 5 Murmeln mehr als Joe. Wie viele Murmeln hat Tom?“*) und „Ausgleichsaufgaben“ (z. B. *„Joe hatte anfangs 3 Murmeln. Dann gab Tom ihm 5 Murmeln dazu. Wie viele Murmeln hat Joe jetzt?“*). Für jeden Aufgabentyp differenziert sie weiter, welche Größe unbekannt ist – bei der Vergleichsaufgabe etwa die Differenz, die Vergleichsgröße oder die Referenzgröße. Zahlreiche Forschungsarbeiten zum Verstehen und Lösen mathematischer Textaufgaben greifen auf diese drei Aufgabentypen und die jeweiligen Varianten zurück (z. B. Carpenter & Moser, 1984; de Corte, Verschaffel & de Win, 1985; Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer, 1988; Riley & Greeno, 1988; Stern, 1993; Thevenot, 2010).

Ob Murmeln, Sammelkarten oder Bauklötze – die Sache ist austauschbar und dürfte für das „echte“ Leben der Schüler keine Bedeutung haben. Solche Aufgaben werden daher einerseits oftmals als künstlich und banal kritisiert, wie unter anderen Franke und Ruwisch (2010) festhalten. Andererseits gelten sie als unverzichtbar, um „Standardmodellierungen kennenzulernen, wiederzuerkennen und sicher zu beherrschen“, sofern „diese Aufgaben nicht einzeln direkt an arithmetische Unterrichtseinheiten angeschlossen, sondern eigens in größeren Zusammenhängen thematisiert“ werden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 21).

Ist hingegen die Sache selbst bedeutsam, steht sie im Vordergrund und die Mathematik liefert nur Hilfsmittel zur Bearbeitung und Erschließung der Sache oder Situation, so wird meist von Sachaufgaben gesprochen (Radatz & Schipper, 1983). Insofern ist die Sachaufgabe eine besondere Form der Textaufgabe. Steht beispielsweise ein Klassenausflug an und stehen Bus und Bahn als Transportmittel zur Auswahl, können z. B. die Fragen aufgeworfen werden, was günstiger und praktischer ist, mit welchen Kosten zusätzlich zu rechnen ist und so weiter. (Beispiel aus Radatz & Schipper, 1983, S. 130). In diesem Fall speist sich die Aufgabe aus der Alltagsrealität der Schüler, sie ist anwendungsorientiert und möglichst lebensnah (Radatz & Schipper, 1983). Jedoch darf auch hier bezweifelt werden, ob die Frage der Fahrpreise wirklich relevant für Schulkinder ist, da in der Regel die Eltern den Fahrpreis zahlen werden. Jedoch wird deutlich, dass bei Sachaufgaben die Mathematik nicht Selbstzweck, sondern vielmehr Mittel zum Zweck ist.

Problemhaltige Textaufgaben

Wann kann von einer Problemaufgabe oder problemhaltigen Textaufgabe gesprochen werden? Nach Rasch (2010) handelt es sich bei Problemaufgaben oder problemhaltigen Textaufgaben um eine Aufgabengruppe, „der in der Regel anspruchsvolle mathematische Strukturen zugrunde liegen, die mitunter so in Sachsituationen eingebettet sind, dass die den Kindern vertrauten Grundmodelle der Rechenoperationen nicht ohne weiteres sichtbar bzw. nicht ohne Transformationsleistung anzuwenden sind“ (S. 26). Mayer und Hegarty (1996) sehen immer dann eine Problemaufgabe („non-routine problem“), „when a problem solver has a problem but does not immediately see how to solve it“ (S. 32). Auch die Definition von Bruder und Collet (2011) ist sehr ähnlich. Den Autorinnen zufolge besteht dann ein „mathematisches Problem“, „wenn der Problemlösende die Anforderungssituation als kognitiv schwierig erlebt, weil sie nicht als spontan zu bewältigen oder ungewohnt erscheint“ (S. 11).

In jeder dieser Definitionen von problemhaltigen Textaufgaben findet sich die Beschreibung einer Barriere, auf die der Problemlöser stößt: Die Lösung ist „nicht ohne Weiteres sichtbar“, eine „Transferleistung“ muss erbracht werden (Rasch, 2001), der Lösungsweg „ist nicht sofort ersichtlich“ (Mayer & Hegarty, 1996) oder die Anforderungssituation kann „nicht spontan bewältigt werden“ (Bruder & Collet, 2011). Damit erfüllen diese Definitionen von problemhaltigen Textaufgaben die psychologische Definition von Problemlösen (siehe Kapitel 2.1.1), wonach immer dann von einem Problem gesprochen werden kann, wenn ein Ist-Zustand in einen Soll-Zustand überführt werden soll und dafür keine unmittelbar anwendbaren Routinen oder Algorithmen zur Verfügung stehen. „Es ist eine Barriere zu überwinden und die Mittel zur Überwindung müssen gefunden, entdeckt, konstruiert werden. Das Überlegen, das gedankliche Arbeiten erhält dadurch einen hohen Stellenwert“ (Rasch, 2001, S. 11). Kann der Problemlöser auf einen Algorithmus – also einen eindeutig festgelegten und gegebenenfalls mehrschrittigen Lösungsweg (Funke, 2003) – zurückgreifen und diesen routiniert anwenden, liegt kein Problem, sondern vielmehr eine Aufgabe vor. Schoenfeld (1983) hält fest:

> First, a problem is only a Problem [Großschreibung im Original, Anm. v. Verf.] (as mathematicians use the term) if you don’t know how to go about solving it. A problem that holds no „surprise“ in store, and that can be solved comfortably by routine or familiar procedures (no matter how difficult!) is an exercise. (S. 41)

Um ein Problem zu lösen, kann der Problemlöser auf heuristische Strategien zurückgreifen. Als Heuristik wird in der kognitionspsychologischen Literatur eine ‚Daumen-‘ oder ‚Faustregel‘ bezeichnet, „die zu einer Problemlösung eingesetzt werden kann, ohne eine Lösung zu garantieren“ (Rasch, 2001, S. 50). Ausgehend von Pólya (1949), der in seinem berühmten Buch *How to solve it* heuristische Strategien zum Lösen mathematischer Probleme beschreibt, finden sich bei unterschiedlichen Autoren Heuristiken zum Lösen von mathematischen Problemen (z. B. Garofalo & Lester, 1985; Schoenfeld, 1985). Zu diesen Heuristiken zählen etwa das Nutzen von Analogien, die Verwendung von Hilfsaufgaben, das Erstellen einer Zeichnung oder einer strukturierten Liste bzw. Tabelle, aber auch Strategien wie Vorwärts- und Rückwärtssuche (für eine Übersicht heuristischer Strategien für das Lösen problemhaltiger Textaufgaben siehe Rasch, 2001).

Soll Problemlösen geübt werden bzw. die „Schulung des komplexen und des kreativen Denkens“ (Radatz & Schipper, 1983) durch „reichhaltige Denkanlässe“ (Dedekind, 2012) gefördert werden, „eignen sich Sachaufgaben im traditionellen Sinne nicht als derartiges Aufgabenmaterial zum Problemlösen oder gar für das Ausbilden heuristischer Vorgehensweisen“ (Franke & Ruwisch, 2010, S. 23). Zur Förderung von Problemlösefähigkeiten verweisen Franke und Ruwisch (2010) auf die problemhaltigen Textaufgaben von Rasch (2001).

Aus den oben zitierten Definitionen für problemhaltige Textaufgaben geht auch hervor, dass die objektiven Anforderungen einer Aufgabe immer subjektiv vom Problemlöser erlebt werden. Ob eine Textaufgabe eine Problem- oder Routineaufgabe darstellt, hängt demnach immer auch von der Person und deren (Vor-)Wissen (etwa Sach-, Schema- und prozeduralem Wissen) ab. Rasch (2003) schreibt:

> Ob eine Sachaufgabe den Problemaufgaben zuzuordnen ist, ist unbedingt auch von den Voraussetzungen der Kinder abhängig. So können vor allem in den ersten beiden Schuljahren durchaus Routineaufgaben für Grundschulkinder Problemaufgaben sein, wenn sie z. B. Operationen erfordern, die noch nicht zum in der Schule erworbenen Wissen gehören bzw. den vertrauten Zahlenraum überschreiten. (S. 6)

Rasch (2001) bringt mit Hinweis auf dieses Zusammenspiel von Aufgabeneigenschaften und Eigenschaften des Problemlösers eine Entwicklungsperspektive ein, wonach theoretisch jede Problemaufgabe im Verlauf der kognitiven Entwicklung von Schülern zur Routineaufgabe werden kann. Mit Bezug auf Vigotsky (1978) dürfte eine Textaufgabe dann als problemhaltig bezeichnet werden, wenn sie in der „zone of proximal development“ („Zone der nächstmöglichen Entwicklung“) liegt (S. 84). Vigotsky (1978) versteht darunter „the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers” (S. 86). Die untere Zonengrenze der nächstmöglichen Entwicklung wird markiert durch die schwierigste Aufgabe, die der Problemlöser ohne Hilfe erfolgreich bewältigen kann. Die obere Grenze wird gebildet von der schwierigsten Aufgabe, die der Problemlöser mit der bestmöglichen Hilfe erfolgreich lösen kann (Schnotz, Fries & Horz, 2009).

Routineaufgaben dürften demnach außerhalb und maximal an der unteren Grenze der „Zone der nächstmöglichen Entwicklung“ liegen. Die Aufgaben stellen für den Problemlöser keine Barriere mehr dar und können ohne Hilfestellungen flüssig bewältigt werden. Im Verlauf der Grundschule dürften die meisten einfachen Textaufgaben – etwa aus der Typologie von Riley et al. (1983) – zu Routineaufgaben werden, insbesondere wenn das benötigte mathematische Verfahren ein aktueller Gegenstand des Unterrichts ist. Problemhaltige Textaufgaben dürften innerhalb der beschriebenen Zone der nächstmöglichen Entwicklung liegen. Für die Bewältigung dieser Aufgaben benötigt der Problemlöser Fähigkeiten, die erst im nächsten Entwicklungsschritt beherrscht werden, die aber bereits heranreifen (Vigotsky, 1978, S. 86f.). Dies kann im Hinblick auf die Grundschule etwa algebraisches und funktionales Denken sein, das nach Dedekind (2012) mit der Bearbeitung entsprechender problemhaltiger Textaufgaben vorbereitet und gefördert werden kann. Aufgaben außerhalb der oberen Grenze überschreiten die Möglichkeiten des Problemlösers – auch bei bestmöglicher Hilfestellung. Dazu zählen in Hinblick auf die Grundschule sicherlich Aufgaben zum komplexen Problemlösen, bei denen die Barriere zwischen Ist- und Soll-Zustand sehr komplex und intransparent ist und sich während des Problemlöseprozesses dynamisch verändern und verschieben kann (Frensch & Funke, 1995, S. 18).

Für Stern (1998) sind alle Textaufgaben „Episoden mit Problemcharakter“ (S. 86). Vor dem Hintergrund der oben beschriebenen Entwicklungsperspektive ist diese Ansicht einleuchtend: Jede Textaufgabe hat einen Ist-Zustand, der in einen Soll-Zustand zu überführen ist, und damit etwas potenziell Problemhaltiges. Ob auf diesem Weg (noch) eine Barriere liegt oder nicht, hängt (auch) vom Problemlöser ab.

Typen von problemhaltigen Textaufgaben für die Grundschule nach Rasch

Die Sammlung von problemhaltigen Textaufgaben, die Rasch 2001 veröffentlichte, ist für den Einsatz im Grundschulunterricht gedacht und die Aufgaben werden für diese Altersgruppe als problemhaltig erachtet. (Was nicht heißt, dass ältere Kinder oder gar Erwachsene nicht auch auf Probleme bei der Lösung stoßen).

Rasch (2001) differenziert problemhaltige Textaufgaben in vier unterschiedliche Kategorien: (1) „Problemaufgaben auf Zeit“, (2) „Besonderheiten in den Aufgabenbedingungen“, (3) „Schwierige mathematische Struktur“ und (4) „Aufgaben mit geometrisch-physikalischem Hintergrund“ (S. 28).

Unter Problemaufgaben auf Zeit versteht Rasch (2001) solche Aufgaben, die zu Beginn der Grundschule noch als problemhaltig gelten müssen, da die Schüler das zur Lösung nötige prozedurale Wissen wie Multiplizieren oder Dividieren noch nicht gelernt haben. Diese Aufgaben werden aber dann zu Routineaufgaben, sobald die mathematischen Verfahren im Unterricht behandelt wurden. Besonderheiten in den Aufgabenbedingungen liegen nach Rasch (2001) etwa bei „sprachlichen und situativen Besonderheiten“, „offenen Aufgabenelementen“ oder „Rätselcharakter“ vor (für Beispiele siehe Rasch, 2001, S. 30f.). Zu den Aufgaben mit schwieriger mathematischer Struktur zählt Rasch (2001) u. a. „Aufgaben mit kombinatorischem Hintergrund“ (im Weiteren: „Kombinatorikaufgaben“) und „Vergleichsaufgaben“, zu den „Aufgaben mit geometrisch-physikalischem Hintergrund“ u. a. „Bewegungsaufgaben“ (S. 28). Da Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgaben Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind, wird im Folgenden nur auf diese drei Aufgabentypen näher eingegangen. Bei Rasch (2001, 2003) finden sich ein Überblick und detaillierte Beschreibungen mit Beispielen für alle Aufgabentypen.

Ein Beispiel für eine Kombinatorikaufgabe lautet: *„Auf dem Spielplatz treffen sich Flix, Flux, Streblinde, Murks und Quicki. Alle Kinder begrüßen sich mit Handschlag. Wie oft werden Hände geschüttelt?“* (Rasch, 2001, S. 26). Grundschulkindern ist der kombinatorische Algorithmus ($\frac{n(n-1)}{2}$ mit n = Anzahl der zu kombinierenden Objekte) nicht bekannt, was diese Aufgabe zu einer problemhaltigen Textaufgabe im Sinne einer vorhandenen Barriere macht.

Ein Beispiel für eine Vergleichsaufgabe bei Rasch (2001) ist die eingangs formulierte Aufgabe *„Lukas hat 4 Sammelkarten mehr als Jonas. Zusammen haben sie 18 Sammelkarten. Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?“* Rasch (2001) erweitert mit dieser Variante die in der Typologie von Riley et al. (1983) aufgeführten Vergleichsaufgaben um den Fall, dass Vergleichs- *und* Referenzmenge unbekannt sind. Damit verlässt die Aufgabe den Bereich der Arithmetik und betritt mit zwei Unbekannten das Feld der Algebra. Grundschülern steht der für diesen Aufgabentyp passende Algorithmus nicht zur Verfügung, mit dem aus den Textinformationen die Gleichungen „a + b = 18“ und „a + 4 = b“ mit „a = Jonas“ und „b = Lukas“ aufzustellen und nach „a“ und „b“ aufzulösen sind. Vielmehr müssen sie sich unter gleichzeitiger Beachtung der zwei Bedingungen schrittweise an die Lösung heranarbeiten, etwa durch systematisches Probieren. Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind eben solche Vergleichsaufgaben mit unbekannter Vergleichs- *und* Referenzmenge. Wenn im Weiteren von Vergleichsaufgaben gesprochen wird, ist immer diese Aufgabenvariante von Rasch (2001) gemeint.

Ein Beispiel für eine Bewegungsaufgabe lautet: *„Der Weg der kleinen Ameise auf dem Quadrat: Eine Seite des Quadrats ist 200 m lang. Tagsüber legt die Ameise genau 200 m zurück; aber während der Nacht bläst sie ein starker Wind die halbe Strecke, die sie während des Tages zurückgelegt hat, wieder zurück. Am Montag Morgen geht sie los. Sie läuft von A aus über B, C, D und wieder zurück zu A. Wann wird sie wieder in A ankommen?“* Rasch (2001) zufolge erfordern Aufgaben dieses Typs „neben dem mathematischen auch geometrisches und physikalisches Wissen“. Sie sind weiterhin dadurch gekennzeichnet, dass für den Aufbau des Problemmodells räumliches Vorstellungsvermögen erforderlich ist (S. 38).

Vor dem Hintergrund der Unterscheidung von Text- und Sachaufgaben sind die problemhaltigen Textaufgaben von Rasch (2001) eher als Text- denn als Sachaufgaben zu werten. Sie beschreiben überwiegend eher künstliche (Ameise auf einem Quadrat) und austauschbare Situationen (Kinder haben Kastanien, Karten oder anderes). Die Aufgaben sind in erster Linie in Hinblick auf eine herausfordernde, innermathematische Problemstellung konstruiert und formuliert.

Die vorliegende Studie nutzt Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgaben nach der Definition von Rasch (2001) als Untersuchungsgegenstand. Wenn im Weiteren von „Typ des Problems" gesprochen wird, dann sind diese drei Typen von problemhaltigen Textaufgaben gemeint. Im Anhang finden sich rationale Aufgabenanalyse nach Resnick und Ford (1978), die für alle in der experimentellen Hauptstudie verwendeten Aufgaben erstellt wurden.

Zusammenfassung: Problemhaltige Textaufgaben

Um von einer problemhaltigen Textaufgabe sprechen zu können, muss diese für den Problemlöser eine Barriere beinhalten. Ob eine solche Barriere besteht, hängt nicht nur von den Eigenschaften der Aufgabe ab, sondern ist abhängig von den individuellen Kompetenzen des Problemlösenden (z. B. prozedurales Wissen, Schema-Wissen usw.). Die Kombinatorik-, Verhältnis- und Bewegungsaufgaben von Rasch (2001) dürften für Grundschüler in aller Regel eine Barriere bereithalten und als problemhaltige Textaufgaben für diese Altersstufe erachtet werden. Sie eignen sich daher ideal als Untersuchungsgegenstand für mathematisches Problemlösen in der Grundschule.

2.1.3 Der kognitive Prozess beim Lösen von Textaufgaben

Unabhängig davon, ob es sich um Routine- oder problemhaltige Textaufgaben handelt, stellen sich folgende Fragen: Welcher kognitive Prozess läuft beim Lösen einer mathematischen Textaufgabe ab und welches Wissen bzw. welche Fähigkeiten werden benötigt, um etwa die Aufgabe *„Lukas hat 18 Sammelkarten. Jonas hat 4 Sammelkarten mehr als Lukas. Wie viele Sammelkarten hat Jonas?"* zu lösen?

Kognitive Prozessbestandteile beim Lösen von Textaufgaben

Nach Mayer und Hegarty (1996) lässt sich der kognitive Prozess beim Lösen von Textaufgaben in vier Schritte gliedern: (1) „Translating", (2) „Integrating", (3) „Planning" und (4) „Executing". Die beiden ersten Schritte („Translating" und „Integrating") beinhalten die Übersetzung des Aufgabentextes in mentale Repräsentationen. Van Dijk und Kintsch (1983) zufolge geschieht diese mit drei Arten mentaler Repräsentationen: Als erstes bildet der Problemlöser Satz für Satz eine mentale Repräsentation der Textoberfläche. Zweitens übersetzt er diese in eine Proposition (van Dijk & Kintsch, 1983), also eine interne Beschreibung des semantischen Gehalts des Satzes (vgl. auch Schnotz, 1994). Die einzelnen Propositionen bilden inkrementell die sogenannte Textbasis (van Dijk & Kintsch, 1983). Unmittelbar aufeinanderfolgende Propositionen werden auf dieser Mikroebene semantisch miteinander verknüpft (lokale Kohärenzbildung), so dass der Problemlöser Zusammenhänge zwischen aufeinanderfolgenden Sätzen versteht, nicht aber unbedingt den Gesamtzusammenhang. Die Textbasis entspricht einem oberflächlichem Verstehen (Schnotz, 1994, S. 215). Van Dijk und Kintsch (1983) nehmen in einem dritten Schritt weiter an, dass der Problemlöser neben der propositionalen Textbasis eine weitere interne Repräsentation in Form eines Situationsmodells konstruiert. Dieser Schritt entspricht der zweiten Stufe („Integrating") im Prozessmodell von Mayer & Hegarty (1996). Im Situationsmodell erfolgt eine globale Kohärenzbildung. Die einzelnen Propositionen der Textbasis werden unter Einbezug von Vorwissen und Erfahrungen des Problemlösers auf der Makroebene in eine inhaltliche Verbindung gebracht. Das Situationsmodell – oder mentale Modell (Johnson-Laird, 1983) –, stellt ein internes Modell des im Text beschriebenen Sachverhalts bzw. der zentralen Ideen dar, ohne dabei auf die spezifische Textstruktur zurückzugreifen. Es geht mit einem tieferen Verstehen einher (Schnotz, 1994). Die drei Repräsentationsformen beeinflussen sich in einem zyklischen Prozess wechselseitig: Die Textbasis wird sukzessive erweitert und das bisher konstruierte mentale Modell anhand der Textbasis evaluiert und angepasst (Kintsch & Greeno, 1985; van Dijk & Kintsch, 1983). Inferenzen werden nicht durch Symbolverarbeitungsregeln auf Seite der propositionalen Textbasis vollzogen, sondern als Bestandteile des mentalen Modells (Schnotz, 1994, S. 177). Für die beiden Schritte „Translating" und „Integrating" benötigt der Problemlöser einerseits linguistisches Wissen, andererseits aber auch Fakten- und Schemawissen (Mayer, 2008). Für die oben genannte Beispielaufgabe sollte der Problemlöser etwa eine Vorstellung davon haben, was Sammelkarten sind (Faktenwissen) und z. B. erkennen können, dass es für die Lösung dieses Problemtyps unerheblich ist, was auf den Sammelkarten abgebildet ist (Schemawissen).

Auf der Basis des Situations- bzw. mentalen Modells folgen die Schritte „Planning" und „Executing" (Mayer & Hegarty, 1996). „Planning" meint die Aufstellung eines Lösungsplans, meist in Form einer mathematischen Rechnung bzw. mathematischer Rechnungsschritte. Im oben genannten Beispiel muss der Problemlöser anhand seiner Problemrepräsentation (Situationsmodell) die Rechnung „18 + 4 = __" aufstellen. Dies kann mental geschehen oder aber in Form einer schriftlichen Rechnung – also mittels Zahlen und mathematischer Symbole – externalisiert werden. Dafür wird strategisches Wissen und – je komplexer im Sinne von Rechenschritten die Textaufgabe ist – auch metakognitives Wissen benötigt, um den Lösungsplan zu evaluieren und im fortlaufenden Prozess zu überwachen und gegebenenfalls zu revidieren (Mayer, 2008). „Executing" schließlich meint die Ausführung der aufgestellten Rechnungen. Hierfür braucht der Problemlöser prozedurales Wissen – im hier verwendeten Beispiel also arithmetisches Wissen (Mayer, 2008).

Kognitive Strategien beim Lösen von Textaufgaben

Mayer und Hegarty (1996) unterscheiden zwei Vorgehensweisen, die Problemlöser bei der Bearbeitung von Textaufgaben verfolgen können: die „direct translation strategy“ und die „problem model strategy“ (S. 35f.). Ist der Schritt des „Translating“ bei beiden Strategien noch gleich (Bildung einer propositionalen Textbasis auf der Mikroebene), so liegt der entscheidende Unterschied im „Integrating“. Problemlöser, die eine „direct translation strategy“ verfolgen (Verschaffel et al. (2000) sprechen von einer „superficial strategy“ (S. 12f.)), reduzieren im Integrationsprozess die Textbasis, indem sie nur auf Signalwörter achten, die mit bestimmten arithmetischen Operationen verbunden sind, wie etwa ‚mehr‘ oder ‚zusammen‘ für Addition und ‚weniger‘ für Subtraktion. Bei diesem Vorgehen basieren der Lösungsplan und seine Ausführung auf einem unvollständigen und falschen Situationsmodell und damit einer unzureichenden Problemrepräsentation (Mayer & Hegarty, 1996). Problemlöser, die hingegen eine „problem model strategy“ verfolgen, konstruieren ein mentales Modell der Situation. Ihr Lösungsplan und dessen Ausführung werden auch dann richtig sein, wenn Signalwörter die falsche arithmetische Prozedur nahelegen (Mayer & Hegarty, 1996). Bei einer Vergleichsaufgabe mit unbekannter Vergleichsgröße („*Lukas hat 18 Sammelkarten. Jonas hat 4 Sammelkarten weniger als Lukas. Wie viele Sammelkarten hat Jonas?*“) führt eine „direct translation strategy“ zum richtigen Ergebnis. Bei einer mathematisch strukturgleichen, aber mit unbekannter Referenzgröße formulierten Vergleichsaufgabe („*Lukas hat 18 Sammelkarten. Er hat 4 Sammelkarten mehr als Jonas. Wie viele Sammelkarten hat Jonas?*“) funktioniert die „direct translation strategy“ hingegen nicht mehr. Die beiden Zahlen müssen subtrahiert werden, obwohl das Signalwort ‚mehr‘ eine Addition suggeriert. Sprachliche Formulierung und mathematische Operation sind in diesem Fall inkonsistent. Problemlöser, die eine „direct translation strategy“ verfolgen, werden die Inkonsistenz nicht beachten. Problemlöser, die nach der „problem model strategy“ arbeiten, werden die Inkonsistenz bei der Konstruktion ihres Situationsmodells berücksichtigen. Riley et al. (1983) referieren zahlreiche Studienergebnisse (Carpenter, Hiebert & Moser, 1981; Gibb, 1956; Riley, 1981; Schell & Burns, 1962; Shores & Underhill, 1976), wonach Vergleichsaufgaben konsistent schwieriger waren als Kombinations- und Angleichungsaufgaben, insbesondere wenn die Referenzgröße unbekannt war, was in nachfolgenden Studien immer wieder bestätigt wurde (Briars & Larkin, 1984; Kintsch & Greeno, 1985; Riley et al., 1983). Lewis und Mayer (1987) sprechen vom „consistency effect“: Die vielfach dokumentierte Schwierigkeit dieses Aufgabentyps dürfte also darauf zurückzuführen sein, dass Kinder häufig kein zureichendes mentales Modell der Problemsituation bilden („direct translation strategy“) oder aber bei der sprachlichen Umstrukturierung im Rahmen einer „problem model strategy“ Fehler passieren (Lewis & Mayer, 1987; Verschaffel, de Corte & Pauwels, 1992).

Zusammenfassung: Der kognitive Prozess beim Lösen von Textaufgaben

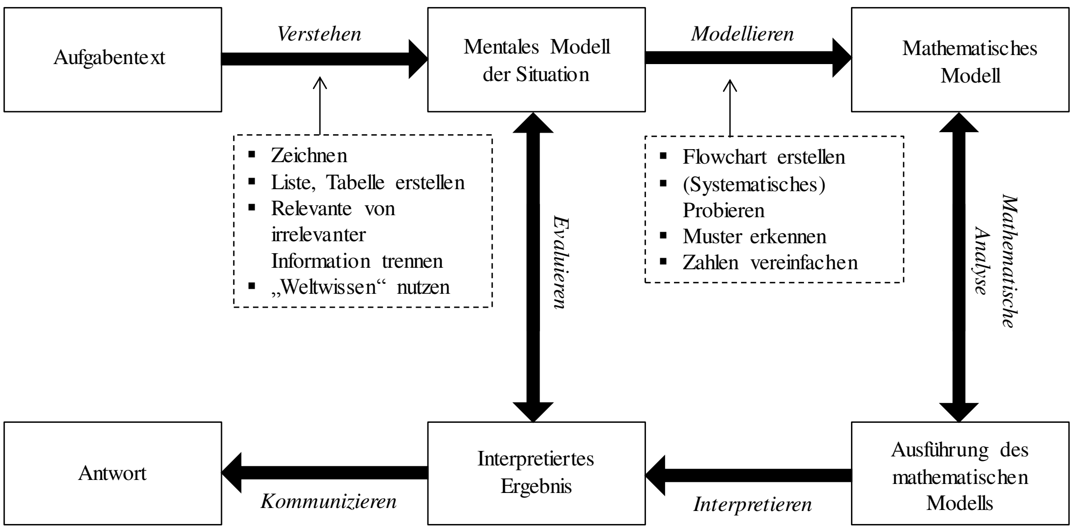
Zusammenfassend kann nach Mayer und Hegarty (1996) festgehalten werden, dass der kognitive Prozess beim Lösen von mathematischen Textaufgaben aus zwei Komponenten besteht: Der Repräsentation des Problems („Translating" und „Integrating") und der Lösung des Problems („Planning" und „Executing"). Zahlreiche Forschungsergebnisse sprechen dafür, dass die Schwierigkeit beim Lösen von Textaufgaben weniger beim Ausführen der Rechnung als vielmehr in der adäquaten Repräsentation der Problemsituation liegt (Anand & Ross, 1987; Bernardo, 1999; de Corte et al., 1985; Cummins et al., 1988; Davis-Dorsey, Ross & Morrison, 1991; Vilenius-Tuohimaa, Aunola & Nurmi, 2008).

Prozessmodelle zum Lösen von Textaufgaben in der Mathematikdidaktik

Das Prozessmodell von Mayer und Hegarty (1996) kann als ein Grundmodell des kognitiven Prozesses beim Lösen von Textaufgaben betrachtet werden. In der Mathematikdidaktik finden sich darüber hinaus zahlreiche Prozessmodelle (u. a. Blum & Leiß, 2007; Nesher, Hershkovitz & Norvotna, 2003), die meist unter dem Schlagwort mathematische Modellierung firmieren. Eck, Garcke und Knabner (2011) verstehen unter Modellierung „die Umsetzung konkreter Probleme aus Anwendungswissenschaften (…) in eine wohldefinierte mathematische Aufgabenstellung" (S. 1). Der Problemlösende durchläuft in einem idealtypischen Kreislauf unterschiedliche Phasen, ausgehend von der beschriebenen Problemsituation über ein mathematisches Modell zur mathematischen Lösung, die er vor dem Hintergrund der beschriebenen Problemsituation interpretiert und als Antwort formuliert. Eine Übersicht und Diskussion verschiedener Modellierungskreisläufe findet sich bei Borromeo Ferri (2006). In erster Linie beziehen sich Modellierungskreisläufe auf den Lösungsprozess bei Sachaufgaben, also auf solche Aufgaben, bei denen es um die Anwendung mathematischen Wissens auf realistische – und unter Umständen komplexe – Sachsituationen geht. Ob auch bei einfachen Textaufgaben von Modellierung gesprochen werden kann, wird in der Mathematikdidaktik kontrovers diskutiert (für einen Überblick siehe Hohn, 2012). So sieht etwa Pollak (1969) in Textaufgaben keine Modellierungsaufgaben. Verschaffel et al. (2000) vertreten hingegen die Ansicht, dass jede Textaufgabe auch als Modellierungsaufgabe aufgefasst werden kann: „Even the simplest word problem can be viewed as a modeling exercise" (S. 134). Auch Winter (1992) betont den Modellierungscharakter jeglicher Textaufgabe, da das mathematische Modell nicht bereits in Form einer Formel geliefert wird, sondern vom Bearbeiter selbst konstruiert werden muss: Die in der Aufgabe beschriebene Situation muss mathematisiert werden (Winter, 1992). Eine Sachsituation – so artifiziell und simple sie auch sein mag – muss aus dem Aufgabentext erschlossen und in ein mathematisches Modell – so simple es auch sein mag – übersetzt werden. Blum und Niss (1991) erachten Textaufgaben als verkürzte Modellierungsaufgaben. Ein Vereinfachen und Strukturieren der (unter Umständen komplexen) Sachinformationen seien nicht nötig, da Textaufgaben bereits vereinfachte und klar strukturierte Situationen und Sachverhalte darstellten.

In der vorliegenden Arbeit wird die Ansicht der Autoren geteilt, die den Lösungsprozess jeder Textaufgabe als einen Modellierungsprozess sehen. Demnach werden in der vorliegenden Arbeit auch die problemhaltigen Textaufgaben von Rasch (2001) im Sinne von Schneeberger (2009) als Modellierungsaufgaben aufgefasst, wonach auch das Bearbeiten anspruchsvoller Textaufgaben innerhalb einer „Kultur des Problemlösens“ als Modellierung bezeichnet werden kann (S. 21). Das Modell zur Modellierung von Textaufgaben von Verschaffel et al. (2000) (siehe Abbildung 1) erscheint insofern geeignet, als es den wichtigen Schritt der Repräsentation des Problems in Form eines Situationsmodells – oder eines mentalen Modells der Situation – betont. Zugleich ist es sparsam, da es neben Situations- und mathematischem Modell ohne weitere Zwischenstufen auskommt, wie etwa einem „Realmodell“ bei Blum und Leiß (2007). Entlang der Prozessschritte lassen sich die für das Lösen von problemhaltigen Textaufgaben typischen Heuristiken verorten (Verschaffel et al., 1999).

Im Folgenden wird der Modellierungskreislauf von Verschaffel et al. (2000) (siehe Abbildung 1) beispielhaft an einer Vergleichsaufgabe nach Rasch (2001) erläutert. Um die Aufgabe *„Lukas hat 4 Sammelkarten mehr als Jonas. Zusammen haben sie 18 Sammelkarten. Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?“* zu lösen, muss der Problemlösende den Aufgabentext lesen und im ersten Schritt die darin geschilderte Problemsituation verstehen, das heißt ein mentales Modell der Situation bilden. Dieser Prozess wird in der vorliegenden Arbeit im Weiteren als ‚Konstruktion eines mentalen Modells‘ bezeichnet.



(nach Verschaffel et al., 2000; Verschaffel et al., 1999)

Abbildung 1. Schematische Darstellung des kognitiven Prozesses beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben.

Um das genannte Problem adäquat mental zu repräsentieren, muss der Problemlösende zwei Bedingungen gleichzeitig beachten: Die Summenbedingung (*„Zusammen haben sie 18 Sammelkarten“*) und die Differenzbedingung (*„Lukas hat vier Sammelkarten mehr als Jonas“*). Bei der Differenzbedingung muss verstanden werden, dass es sich um eine relationale Aussage handelt. Aus gestaltpsychologischer Sicht besteht der erste Schritt (Verstehen) im Finden der richtigen mentalen Repräsentation. Dieser Schritt kann durch heuristische Strategien unterstützt werden. Dazu zählt z. B. das Erstellen einer externen Repräsentation wie einer Zeichnung oder einer Tabelle. So kann der Problemlösende zum Beispiel die Bedingungen mithilfe von Teil-Ganze-Diagrammen in Form von Rechtecken repräsentieren (Bruder & Collet, 2011; Ng & Lee, 2009).

Im zweiten Schritt muss das mentale Modell der Situation in ein mathematisches Modell überführt werden, welches im dritten Schritt auszuführen ist. Bei der vorliegenden Aufgabe steht Grundschülern kein algebraischer Zugang zur Verfügung, so dass sie in aller Regel nicht die Formeln „a + b = 18“ und „a + 4 = b“ aufstellen werden. Vielmehr werden sie einen heuristischen Zugang wählen, der aber durchaus auch wieder in einzelne (arithmetische) Formeln mündet. Ein heuristischer Zugang könnte darin bestehen, anhand des mentalen Modells schrittweise zu operieren und das Problem zunächst zu vereinfachen. Im ersten Schritt könnte der Problemlöser die Sammelkarten unter Beachtung der Summenbedingung und vorläufiger Missachtung der Differenzbedingung auf beide Kinder gleichmäßig verteilen. (Dieser und andere Zugänge werden in der rationalen Aufgabenanalyse im Anhang detailliert dargestellt). Das mathematische Teilmodell lautet „18/2 = 9“. Im zweiten Schritt muss die Differenzbedingung unter Beachtung der Summenbedingung erfüllt werden. Mithilfe einer Zeichnung könnte der Problemlösende zum Beispiel zwei gleich große Stapel von jeweils 9 Karten abbilden. Da ein Kind vier Karten mehr hat als das andere Kind, muss der Problemlösende an einem Stapel zwei Karten wegstreichen und sie auf den anderen Stapel zeichnen. Das dahinterliegende mathematische Modell – wenn auch nicht mit mathematischen Formeln expliziert – hätte dann „4/2 = 2“ als zweiten und „9 + 2 = 11“ sowie „9 – 2 = 7“ als dritten Schritt. Die Schritte zwei und drei können auch durch systematisches Probieren mithilfe einer Tabelle oder einer Zeichnung vollzogen werden. Rasch (2001) dokumentiert zahlreiche heuristische und kreative Herangehensweisen von Grundschülern bei der Lösung solcher Aufgaben. In jedem Fall wird erstens deutlich, dass der Prozess nicht streng Schritt für Schritt ablaufen wird. Ein mathematisches Teilmodell wird aufgestellt und direkt ausgeführt, dann ein zweites Teilmodell, die Ergebnisse werden vor dem Hintergrund des mentalen Models evaluiert und wenn für nötig erachtet, wird wieder ein mathematisches (Teil-)Modell aufgestellt, ausgeführt usw. Aus Sicht der Psychologie der Informationsverarbeitung stellen diese Schritte den Weg durch den Problemraum dar. Zweitens wird deutlich, dass eine (schriftliche) Rechnung nicht der Konstruktion eines mentalen Modells dient, sondern vielmehr dazu, eine bereits vorhandene mentale Repräsentation der Problemsituation in ein mathematisches Modell zu überführen und dieses auszuführen. Zeichnungen und Tabellen können hingegen die Konstruktion eines mentalen Modells unterstützen. Auf der Struktur des mentalen Modells laufen mathematische Modellierungs- und Rechenprozesse ab. Diese können gegebenenfalls auch direkt extern an einer Zeichnung oder mithilfe einer Tabelle ausgeführt werden, wenn die Problemstruktur adäquat in der externen Repräsentation widergespiegelt wird. Diese Prozesse werden in der vorliegenden Arbeit im Weiteren als ‚Nutzung des mentalen Modells' bezeichnet. Am Ende des Kreislaufs steht die Antwort, zumeist in Form eines schriftlichen Antwortsatzes.

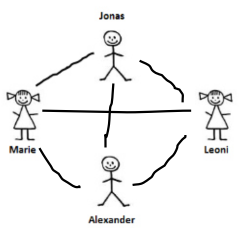
Die vorliegende Untersuchung befasst sich mit den Fragen, ob die Vorgabe von externen Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells erleichtert und verbessert und welche Form der bereitgestellten Repräsentation diese kognitiven Prozesse besser unterstützt (siehe Kapitel 2.2). Zur Beantwortung dieser Fragen sind die Schritte ‚Verstehen' und ‚Modellieren' entscheidend. Das mentale Modell ist nicht direkt sichtbar. Jedoch lassen – je nachdem, wie viel der Problemlösende expliziert – die Formeln und Rechnungen oder aber Tabellen und Zeichnungen Rückschlüsse auf das mathematische Modell und damit auf das mentale Modell zu. Arbeitet der Problemlösende ausschließlich mental und schreibt nur den Antwortsatz auf, kann auch in diesem Fall unter Umständen auf das mentale Modell geschlossen werden. Wenn der Problemlösende die richtige Antwort gibt, dann hat er auch ein adäquates mentales Modell. Gibt der Problemlösende eine falsche Antwort, können mit einiger Wahrscheinlichkeit auch Rückschlüsse auf das mentale Modell gezogen werden. Bestimmte falsche Antworten können mit einiger Sicherheit mit bestimmten Rechnungen und den damit verbundenen mathematischen Modellen in Verbindung gebracht werden. Dies lässt wiederum einen Rückschluss auf das fehlerhafte oder unvollständige mentale Modell zu. Gibt der Problemlösende zum Beispiel die Antwort „Lukas hat 13 Karten und Jonas hat 5 Karten", kann mit großer Sicherheit auf die Rechenschritte (1) „18 / 2 = 9", (2) „9 + 4 = 13" und (3) „9 – 4 = 5" geschlossen werden. Im mentalen Modell des Problemlösers wäre folglich die Summen-, aber nicht die Differenzbedingung adäquat repräsentiert, was auf ein Teilverständnis der Aufgabe hinweist.

2.1.4 Zusammenfassung

Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind problemhaltige Textaufgaben aus der Sammlung von Rasch (2001, 2003). Sowohl die Kombinatorik- als auch die Vergleichs- und Bewegungsaufgaben erfüllen eine entscheidende Voraussetzung für Problemlösen aus psychologischer Sicht: Sie beinhalten für Grundschüler eine Barriere. Können (ältere) Grundschulkinder die Aufgabe *„Lukas hat 18 Sammelkarten. Jonas hat 4 Sammelkarten mehr als Lukas. Wie viele Sammelkarten hat Jonas?"* theoretisch mithilfe eines Algorithmus lösen – was sie zu einer Routineaufgabe macht –, so müssen sie bei der Aufgabe „*Lukas hat 4 Sammelkarten mehr als Jonas. Zusammen* *haben sie 18 Sammelkarten. Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?“* eine Barriere überwinden, was problemlösendes Denken und Handeln (Heuristiken statt Algorithmen) erfordert. Mathematisches Problemlösen und insbesondere das Lösen von Textaufgaben erfordert immer eine adäquate mentale Repräsentation des Problems (mentales Modell) und Prozesse, die in der Struktur der Repräsentation vollzogen werden. Die vorliegende Arbeit untersucht, ob und welche externen Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells beim Lösen von problemhaltigen Textaufgaben in der Grundschule erleichtern und verbessern. Das folgende Kapitel geht näher auf die Rolle von externen Repräsentationen beim mathematischen Problemlösen ein.

2.2 Repräsentationen als Denkwerkzeuge beim mathematischen Problemlösen

Aufgabe: *Jonas, Marie, Leoni und Alexander gehen in die Ferien. Jedes Kind verabschiedet sich von jedem mit Handschlag. Wie viele Handschläge sind es?*



Repräsentation 1: Zeichnung

	Jonas	Marie	Leoni	Alexander
Jonas		Handschlag	Handschlag	Handschlag
Marie			Handschlag	Handschlag
Leoni				Handschlag
Alexander				

Repräsentation 2: Tabelle

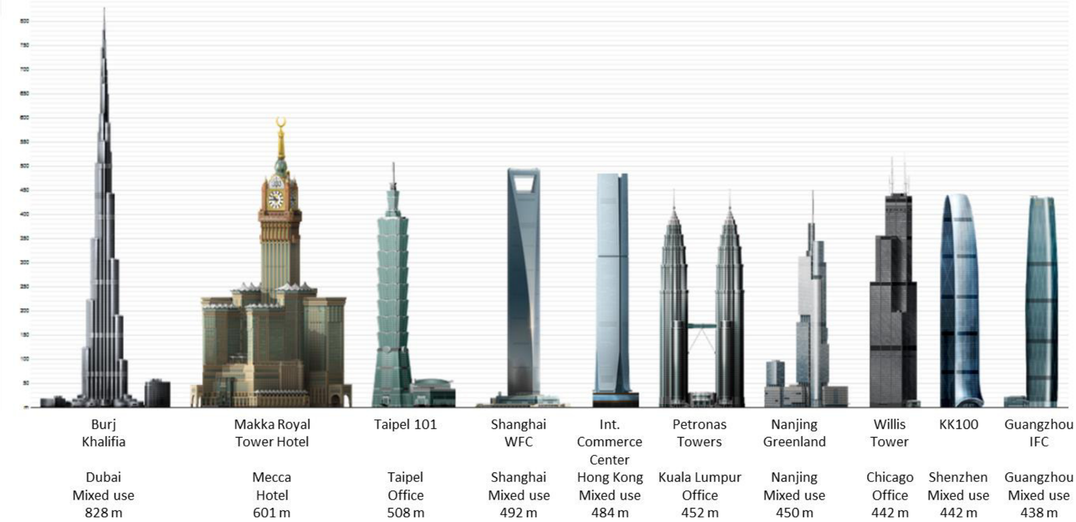
Abbildung 2. Repräsentationen zur „Handschlagaufgabe“.

Abbildung 2 zeigt zwei mögliche Repräsentationen zur „Handschlagaufgabe“ nach Rasch (2001). Was haben beide Repräsentationen gemeinsam und was unterscheidet sie? Im Verlauf dieses Kapitels wird zunächst darauf eingegangen, was allgemein unter einer Repräsentation zu verstehen ist, welche Eigenschaften Repräsentationen haben und welche Funktionen sie übernehmen können (2.2.1). Bei den Eigenschaften wird insbesondere auf die Unterscheidung von deskriptionalen und depiktionalen Repräsentationen (Schnotz, 2014) eingegangen und die Stärke des depiktionalen Formats für Problemlösen herausgearbeitet. Mit Blick auf die Funktionen von Repräsentationen wird erläutert, wie externe Repräsentationen als Denkwerkzeuge den Problemlöseprozess unterstützen können. Mit dem integrierten Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert (1999, 2003) wird ein theoretischer Rahmen vorgestellt, der Annahmen über die Effektivität und Effizienz von deskriptionalen und depiktionalen Repräsentationen beim mathematischen Problemlösen erlaubt (2.2.2). In einem weiteren Abschnitt (2.2.3) geht es um die Frage, ob externe Repräsentationen beim Problemlösen bereitgestellt oder vom Problemlöser selbst konstruiert werden sollen. Es werden mit der instruktionalistischen und der konstruktivistischen Auffassung von Lehr- und Lernprozessen zwei Perspektiven und deren jeweilige Antwort auf die Frage dargestellt.

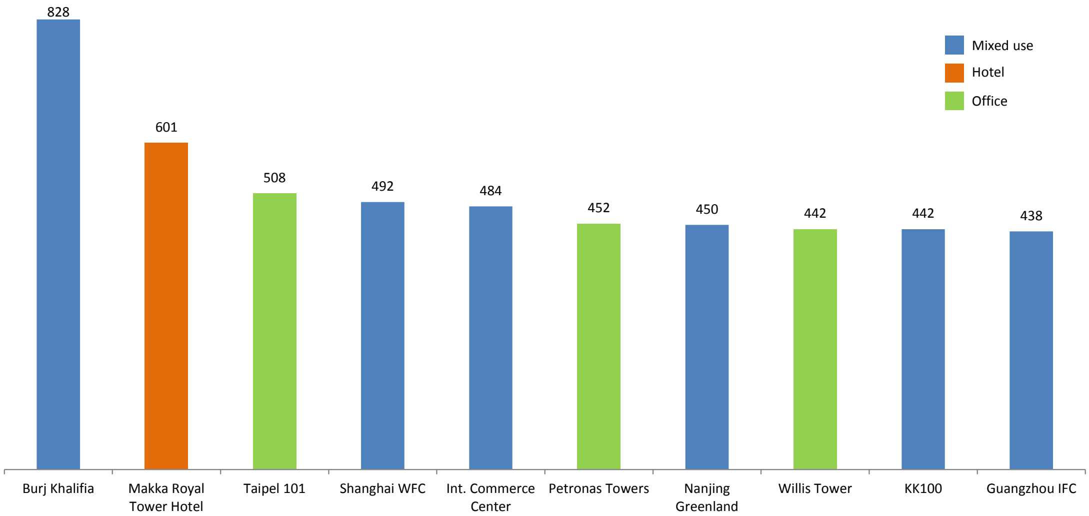
2.2.1 Eigenschaften von Repräsentationen

„A representation is, first and foremost, something that stands for something else“ (Palmer, 1978, S. 262). Auf der einen Seite gibt es einen repräsentierten Gegenstand „G“. Palmer (1978) spricht von der „represented world“ (S. 262). Auf der anderen Seite gibt es die Repräsentation „R(G)“ des Gegenstandes. Diese bezeichnet Palmer (1978) als „representing world“ (S. 262). „G“ und „R(G)“ sind erstens mittels einer Abbildungsrelation und zweitens über eine operationale Relation miteinander verbunden (Palmer, 1978; Schnotz, 1994). Die Abbildungsrelation spezifiziert, welche Eigenschaften von „G“ welchen Eigenschaften von „R(G)“ entsprechen (Schnotz, 1994, S. 145) und die operationale Relation bestimmt die Art und Weise, wie sich die Eigenschaften entsprechen (Palmer, 1978, S. 265). Eine Repräsentation bildet niemals alle Eigenschaften von „G“ ab. Sie ist selektiv (Schnotz, 1994). Um von einer Repräsentation sprechen zu können, muss jedoch mindestens eine Eigenschaft der Repräsentation mit einer Eigenschaft von „G“ korrespondieren (Palmer, 1978). Enthält „R(G)“ mehr als eine Eigenschaft von „G“ wird von einer komplexen Repräsentation gesprochen (Palmer, 1978).

(A) Infographik (Originalinhalt)



(B) Balkendiagramm (Repräsentation des Originalinhalts)



(C) Tabelle (Repräsentation des Originalinhalts)

Name	Height in m	Use
Burj Khalifia	828	Mixed
Makka Royal Tower Hotel	601	Hotel
Taipel 101	508	Office
Shanghai WFC	492	Mixed
Int. Commerce Center	484	Mixed
Petronas Towers	452	Office
Nanjing Greenland	450	Mixed
Willis Tower	442	Office
KK100	442	Mixed
Guangzhou IFC	438	Mixed

Abbildung 3. Beispiele unterschiedlicher Repräsentationsformen von Hochhäusern.

Nach Palmer (1978) müssen fünf Kriterien erfüllt sein, um eine Repräsentation vollständig spezifizieren zu können:

(1) Der Gegenstand „G“ (Welcher Gegenstand wird repräsentiert?)

(2) Die Repräsentation „R(G)“ (Was ist die Repräsentation des Gegenstands?)

(3) Repräsentierte Eigenschaften (Welche Eigenschaften von „G“ werden in „R(G)“ modelliert?)

(4) Repräsentierende Eigenschaften (Welche Eigenschaften von „R(G)“ übernehmen diese Modellierung?)

(5) Korrespondenz repräsentierter und repräsentierender Eigenschaften (Auf welche Art und Weise entsprechen sich repräsentierte Eigenschaften von „G“ und repräsentierende Eigenschaften von „R(G)“?)

Anhand des folgenden Beispiels, das sich den Repräsentationen aus Abbildung 3 bedient, sollen diese fünf Kriterien schrittweise veranschaulicht werden. (1) Der Gegenstand des Beispiels sind Hochhäuser. Abbildung 3 zeigt unter (A) eine Infografik über zehn verschiedene Hochhäuser. Diese Infografik ist bereits eine Repräsentation des Gegenstandes, also der echten Hochhäuser. Im Beispiel dient diese Infografik jedoch als Ausgangspunkt der weiteren Betrachtungen und liefert den Originalinhalt, der in der Abbildung unter (B) als Balkendiagramm und unter (C) als Tabelle repräsentiert wird. (2) Die Repräsentation der Hochhäuser erfolgt im Balkendiagramm mit vertikalen Balken und in der Tabelle mit Zahlen und Worten. (3) Es werden jeweils zwei Eigenschaften der Hochhäuser repräsentiert: die Höhe und die Verwendung des Hochhauses. Hieran wird noch einmal die Selektivität von Repräsentationen deutlich. Der Originalinhalt der Infografik enthält deutlich mehr Informationen über die Hochhäuser, etwa über ihre Breite, über ihre Form oder ob sie eine Dachantenne haben usw. (4) Im Balkendiagramm übernimmt die Länge der Balken die Modellierung der Höhe und die Farbe der Balken steht für die Nutzung der Gebäude. In der Tabelle geschieht die Modellierung der Höhe durch die Größe der Zahlen. Wie die Hochhäuser genutzt werden erschließt sich aus der Bedeutung der Wörter. (5) Die operationale Verknüpfung für die Eigenschaft „Höhe“ lautet für das Balkendiagramm: „Ein längerer Balken steht für eine größere Höhe“. Die Nutzung des Hochhauses ist operational verknüpft mit „blau = gemischt“, „orange = Hotel“ und „grün = Büro“. Im Fall der Tabelle heißt die Verknüpfungsregel: „Eine größere Zahl steht für eine größere Höhe“. Die Art der Nutzung wird durch die Bedeutung der Wörter bestimmt. Erst wenn diese Verknüpfungsregeln jeweils in einem kognitiven Prozess auf die Repräsentation angewendet werden, können ihr die jeweiligen Informationen entnommen werden. Dieses Zusammenspiel von Struktur und auf der Struktur operierenden Prozessen ist ein entscheidendes Merkmal von Repräsentationen. So definiert Peterson (1996) eine Repräsentation als „Notation together with an interpretation“ (S. 7) und Larkin und Simon (1987) betonen: „A representation consists of both data structures and programs operating on them to make new inferences“ (S. 67). Es kann festgehalten werden: Eine

Repräsentation bleibt nutzlos, wenn die auf ihrer Struktur anzuwendende Prozedur dem Nutzer nicht bekannt ist: „The only information contained in a representation is that for which operations are defined to obtain it“ (Palmer, 1978, S. 266).

Äquivalenz von Repräsentationen

Von einem Gegenstand kann es grundsätzlich mehrere Repräsentationen geben, die für unterschiedliche Zwecke unterschiedlich gut geeignet sind (Schnotz, 1994, S. 155). Nach Palmer (1978) können zwei Repräsentationen desselben Gegenstandes „nicht-äquivalent“, „informationsäquivalent“ oder „vollständig-äquivalent“ sein (S. 267f.).

Sind zwei Repräsentationen nicht-äquivalent bedeutet dies nach Palmer (1978), dass sie unterschiedliche Informationen über den Gegenstand bereithalten. Fragen, die mit der einen Repräsentation beantwortet werden können, lassen sich nicht notwendig auch mit der anderen Repräsentation klären. Hingegen sind zwei Repräsentationen eines Gegenstandes nach Palmer (1978) dann informationsäquivalent, wenn sie die gleichen Informationen beinhalten, diese aber unterschiedlich darstellen. Kann eine Frage mit der einen Repräsentation beantwortet werden, ist dies auch mit der anderen möglich. Beinhalten beide Repräsentationen die gleichen Informationen und stellen sie diese auch auf die gleiche Art und Weise dar, gelten sie als vollständig-äquivalent.

Nach Palmer (1978) gibt es drei Möglichkeiten, wie nicht-äquivalente Repräsentationen unterschiedliche Informationen über den Gegenstand bereithalten können: Erstens können sie sich in der Art der Information, zweitens in ihrer Auflösung und drittens in der Eindeutigkeit („Uniqueness“) unterscheiden. Mit Blick auf das oben aufgeführte Beispiel der Hochhäuser würden sich zwei Repräsentationen in der Art der Information unterscheiden, wenn sie unterschiedliche Eigenschaften des Gegenstandes modellieren. Eine Repräsentation könnte die Eigenschaft „Höhe der Hochhäuser“ und die andere Repräsentation die Eigenschaft „Verwendung der Hochhäuser“ darstellen. Enthielten beide Repräsentationen Informationen über die Höhe der Hochhäuser und modellierten beide diese Eigenschaft über vertikale Balken, könnten sie sich aufgrund unterschiedlicher Auflösung dennoch in der Art der bereitgestellten Information unterscheiden. Beispielsweise hat das Balkendiagramm in Abbildung X eine hohe Auflösung. Das heißt, die Balken können beliebig viele Werte annehmen, wobei eine Einheit der Repräsentation immer einem Meter Höhe im Original entspricht. Denkbar ist aber auch ein Balkendiagramm, das die Höhe der Hochhäuser in die drei Kategorien „hoch (ab 700 m)“, „mittel (500–699 m)“ und „niedrig (< 500 m)“ fasst und daher lediglich drei Werte enthalten würde. Folglich zeigt die erste Repräsentation Balken in theoretisch unendlich vielen Abstufungen. Die zweite Repräsentation würde hingegen nur drei unterschiedlich lange Balken abbilden. Mit der ersten Repräsentation kann die Frage, ob das Shanghai WFC (492 m) höher ist als das Int. Commerce Center (484 m) beantwortet werden. Mit der zweiten Repräsentation wäre diese Frage nicht zu beantworten. Das Unterscheidungsmerkmal der Eindeutigkeit („Uniqueness“) bei nicht-adäquaten Repräsentationen hängt eng mit der Unterscheidung von intrinsischen und extrinsischen Repräsentationen zusammen, worauf später noch eingegangen wird. (An dieser Stelle sei lediglich auf Palmer (1978) verwiesen.)

Ein Beispiel für informationsäquivalente Repräsentationen sind das Balkendiagramm und die Tabelle in Abbildung 3. Beide Repräsentationen modellieren auf unterschiedliche Art die Eigenschaften „Höhe der Hochhäuser“ und „Verwendung der Hochhäuser“. Aus den Informationen, die dem Balkendiagramm entnommen werden können, lässt sich die Tabelle konstruieren und umgekehrt. Können die Informationen der einen Repräsentation genauso einfach und schnell entnommen und erschlossen werden wie mit der informationsäquivalenten Repräsentation, werden diese als nutzungsäquivalent bezeichnet (Larkin & Simon, 1987; Schnotz & Bannert, 1999). Ist der Aufwand zur Entnahme aufgabenrelevanter Informationen bei einer der beiden Repräsentationen geringer, hat sie eine höhere aufgabenspezifische Nutzungseffizienz (Paas & van Merriënboer, 1993; Schnotz & Bannert, 1999).

Deskriptionale und depiktionale Repräsentationen

Schnotz (1994, 2006, 2014) unterscheidet mit Bezug auf Peirce (1931–1958) grundsätzlich zwei Formen von Repräsentationen: bildliche (depiktionale) und beschreibende (deskriptionale). Deskriptionale Repräsentationen bestehen demnach immer aus Symbolen. Diese haben eine arbiträre – also willkürlich festgelegte – Struktur ohne Ähnlichkeit zum bezeichneten Gegenstand. Gegenstand und Symbol sind lediglich durch eine Konvention verknüpft (Schnotz, 2006, 2014). Beispiele sind die natürliche Sprache oder mathematische Formeln und Ausdrücke. Das Wort „Hochhaus“ hat beispielsweise keinerlei Ähnlichkeit mit einem Hochhaus. Depiktionale Repräsentationen bestehen hingegen aus Ikonen (Schnotz, 2014). Ikonen sind Zeichen, „die aufgrund ihrer Ähnlichkeit oder einer anderen strukturellen Kommunalität (das heißt: Analogie) mit ihrem Referenten assoziiert werden“ (Schnotz et al., 2011, S. 218). Zu den depiktionalen Repräsentationen gehören nach Schnotz (2006, 2014) realistische Bilder wie Fotografien, Gemälde, (Strich-)Zeichnungen oder Landkarten, Analogiebilder und logische Bilder wie zum Beispiel Graphen und Diagramme (siehe auch Knowlton, 1966).

Entscheidend für die Differenzierung von depiktionalen und deskriptionalen Repräsentationen sind nach Schnotz (1994) zwei grundlegend verschiedene Repräsentationsprinzipen. Depiktionale Repräsentationen folgen einem analogen Repräsentationsprinzip: Zwischen Gegenstand „G“ und der Repräsentation „R(G)“ besteht eine Analogierelation, die darauf beruht, dass „G“ und „R(G)“ hinsichtlich bestimmter relationaler Merkmale übereinstimmen (Schnotz, 1994, S. 147). Die Höhe der Hochhäuser aus Abbildung 3 drückt sich in der Infografik analog in der Höhe der (realistisch) abgebildeten Hochhäuser aus und im Balkendiagramm analog in der Länge der Balken. Schnotz (1994) betont, dass „einer analogen Repräsentation die repräsentationsrelevanten Eigenschaften von vornherein inhärent sind“ (S. 150). Palmer (1978) bezeichnet eine solche Repräsentation als „intrinsisch“ (S. 271). Hat die Repräsentation – wie in Abbildung 3 die Infografik und das Balkendiagramm – und der repräsentierte Gegenstand (Hochhäuser) in Hinblick auf die modellierte Eigenschaft (Höhe) die gleiche Abbildungsrelation („höher-als“), spricht Palmer (1978) von „physikalischer Isomorphie“ (S. 297). Ist die Abbildungsrelation unterschiedlich – zum Beispiel indem die Höher-als-Relation des Gegenstandes über eine graduelle Farbsättigung der Balken im Diagramm (Dunkler-als-Relation) modelliert wird – bezeichnet Palmer (1978) dies als „natürliche Isomorphie“ (S. 297). Umgekehrt kann die räumliche Dimension des Balkendiagramms, das mit unterschiedlich hohen Balken die räumliche Dimension unterschiedlicher Häuserhöhen abbildet, auch für Merkmale ohne räumliche Dimension – wie zum Beispiel die Anzahl der Fahrstühle in den Gebäuden – stehen (vgl. Schnotz, 2002b, S. 66). Für das analoge Repräsentationsprinzip ist nicht bedeutsam, dass depiktionale Repräsentationen genauso aussehen wie das, wofür sie stehen. Entscheidend ist nach Schnotz (2006), dass „depiktionale Repräsentationen inhärente Struktureigenschaften besitzen, die bestimmten Struktureigenschaften des darzustellenden Sachverhalts entsprechen“ (S. 853). Bei realistischen Bildern geschieht dies mit einer mehr oder weniger konkreten Form der strukturellen Übereinstimmung (etwa die abgebildeten Hochhäuser in der Infografik). Bei logischen Bildern ist diese strukturelle Relation abstrakterer Natur (Schnotz, 2006).

Deskriptionalen – also symbolischen – Repräsentationen liegt ein völlig anderes Repräsentationsprinzip zugrunde. Einer symbolischen Repräsentation sind nicht von vornherein spezifische strukturelle Übereinstimmungen mit dem repräsentierten Gegenstand inhärent (Schnotz, 1994). „Die betreffenden Relationen […] müssen hier jeweils definiert und insofern von außen in die Repräsentation ‚eingebaut‘ werden“ (Schnotz, 1994, S. 150). Palmer (1978) bezeichnet diese Art von Repräsentation als „extrinsisch“ (S. 271). Ein Beispiel ist die Tabelle aus Abbildung 3. Sie modelliert die Höhe der Gebäude durch Zahlen. Eine Zahl ist ein arbiträres Symbol. Die Tatsache, dass 492 größer ist als 484 ist per Definition festgelegt und muss gelernt werden. Einem in unserem Kulturkreis geschulten Menschen sind die Zahlensymbole vertraut und die Größe der Zahlen drückt sehr intuitiv die Höhe der Gebäude aus. Ein Kindergartenkind, das die Zahlensymbole in aller Regel noch nicht gelernt hat, wird aber nicht in der Lage sein, aus der Tabelle das höchste Gebäude abzulesen. Mithilfe der Infografik wird es ihm je nach Stufe der kognitiven Entwicklung jedoch durchaus gelingen.

Deskriptionale und depiktionale Repräsentationen haben jeweils spezifische Stärken und eignen sich daher unterschiedlich gut für verschiedene Zwecke (Schnotz, 2014; Schnotz et al., 2011). Deskriptionale Repräsentationen sind eher allgemein und abstrakt, depiktionale Repräsentation hingegen eher konkret und spezifisch (Schnotz et al., 2011, S. 219). Eine deskriptionale Form erlaubt beispielsweise, Negationen und Disjunktionen sowie abstrakte und allgemeine Begriffe darzustellen, was sie sehr ausdrucksmächtig macht (Schnotz, 2006). Eine Aussage wie „Blitze schlagen in Gebäude oder Bäume ein“ ist problemlos möglich. Eine bildliche Repräsentation müsste die Gebäude und Bäume spezifizieren und in zwei oder mehreren Bildern darstellen. Depiktionale Repräsentationen sind bezogen auf eine Klasse von Informationen immer vollständig (Schnotz et al., 2011, S. 219). So ist es zwar möglich, über zwei Hochhäuser zu schreiben, ohne etwas über deren Höhe und Form zu sagen. Es ist allerdings nicht möglich, zwei Hochhäuser zu zeichnen, ohne automatisch auch eine Aussage zu ihrer Höhe und Form zu machen. Die Informationen, welches Hochhaus höher ist und um wie viel es im Verhältnis höher ist als das andere, können direkt abgelesen werden. Das verleiht depiktionalen Repräsentationen eine hohe inferenzielle Stärke (Schnotz, 2014; Schnotz et al., 2011). Schnotz et al. (2011) verweisen in diesem Zusammenhang auf Dunckers (1974) Unterscheidung von analytischem und synthetischem Lesen am Beispiel der geometrischen Figur eines Dreiecks: In einer Ausgangsbeschreibung werden die Seiten „a“ und „b“ sowie der Winkel „Gamma“ des Dreiecks genannt. Die Aufnahme dieser Informationen bezeichnet Duncker als analytisches Lesen. Gleichsam ist das Dreieck damit vollständig spezifiziert und kann in einer bildlichen Repräsentation konstruiert werden. Mit einem Geodreieck können die Winkel „Alpha“ und „Beta“ bestimmt sowie die Länge der Seite „c“ oder der Umfang des Dreiecks abgelesen werden. Diese Attribute müssen – anders als bei der deskriptiven Ausgangsbeschreibung – nicht berechnet werden, sondern können der Repräsentation direkt entnommen werden (Schnotz et al., 2011).

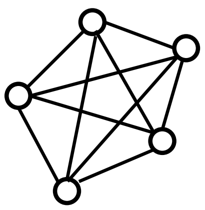
Darüber hinaus ermöglichen depiktionale Repräsentationen eine schnelle und effiziente Informationsaufnahme und -verarbeitung (Schnotz, 2006). Cox (1999) hebt unter Bezugnahme auf Baddeleys (1990) 3-Komponenten-Modell des Arbeitsgedächtnisses hervor, dass bei der Verarbeitung visueller Informationen das visuell-räumliche Subsystem („visuospatial sketchpad“) im Arbeitsspeicher genutzt wird und die räumliche Komponente dabei automatisch und unbewusst verarbeitet wird (Mandler, Seegmiller & Day, 1977). Nach Larkin und Simon (1987) erleichtern diagrammatische Repräsentationen aufgrund ihrer räumlichen Konfiguration die kognitiven Prozesse: „Diagrams can group together all information that is used together, thus avoiding large amounts of search for the elements needed to make a problem-solving inference“ (S. 98).

Matrix: Diagramm oder Tabelle?

Die Unterscheidung von deskriptionalen und depiktionalen Repräsentationen durch Schnotz (1994, 2014) findet eine breite Akzeptanz in der psychologischen Literatur zum Lernen und Problemlösen mit Multimedia. Sie ist fester Bestandteil sowohl deutschsprachiger (z. B. Issing & Klimsa, 2002; Rost, 2006) als auch englischsprachiger Lehrbücher (Mayer, 2014) und wird vielfach als theoretischer Rahmen empirischer Studien verwendet (z. B. Dewolf, van Dooren, Ev Cimen & Verschaffel, 2014; Dewolf, van Dooren, Kellen & Verschaffel, 2012; Schnotz & Bannert, 2003; Schnotz & Kürschner, 2008; Schwamborn, Thillmann, Leopold, Sumfleth & Leutner, 2010). In der Literatur findet sich jedoch keine allgemein akzeptierte Taxonomie visuell-grafischer Repräsentationen (Pantziara, Gagatsis & Elia, 2009; Vekiri, 2002). Insbesondere in Hinblick auf Diagramme, die nach Knowlton (1966) und Schnotz (2006) zu den logischen Bildern zählen, gehen die Ansichten darüber, wann eine bildliche und wann eine symbolische Repräsentation vorliegt, auseinander. Larkin und Simon (1987) betonen die räumliche Anordnung der Informationen und definieren ein Diagramm als „a data-structure in which information is indexed by two-dimensional location“ (S. 68). Nach Knowlton hingegen (1966) ist ein logisches Bild „a visual representation wherein the elements are arbitrarily portrayed, while pattern and/or order of connection are isomorphic with the state of affairs represented“ (S. 178). Nach der Definition von Knowlton (1966) ist die räumliche Anordnung der Elemente eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für eine bildliche Repräsentation. Vielmehr muss die räumliche Anordnung der Elemente an sich und/oder die Verbindung der Elemente isomorph zum repräsentierten Gegenstand sein. Hierin drückt sich der intrinsische Aspekt aus, der nach Palmer (1978) und Schnotz (1994) entscheidend für ein analoges Repräsentationsprinzip und damit für eine depiktionale Repräsentation ist.

Der Unterschied zwischen der Diagrammdefinition von Larkin und Simon (1987) und der von Knowlton (1966) soll im Folgenden am Beispiel von zwei möglichen Repräsentationen zu einer Kombinatorikaufgabe von Rasch (2001) erläutert werden. Die Aufgabe – im Weiteren „Handschlagaufgabe“ – lautet: *Auf dem Spielplatz treffen sich Flix, Flux, Streblinde, Murks und Quicki. Alle Kinder begrüßen sich mit Handschlag. Wie oft werden Hände geschüttelt?* Abbildung 4 zeigt zwei mögliche Repräsentationen zur „Handschlagaufgabe“.

(A) Netzwerk-Diagramm



(B) Matrix-Diagramm

	A	B	C	D	E
A		X	X	X	X
B			X	X	X
C				X	X
D					X
E					

Abbildung 4. Beispiel für zwei Repräsentationen der „Handschlagaufgabe“.

Beide Versionen repräsentieren die Kinder aus der Aufgabe arbiträr: im Fall von (A) mittels Kreisen, bei (B) mit Buchstaben. Ein Handschlag wird in (B), ebenfalls arbiträr, durch ein

Kreuz symbolisiert. Die Verbindungslinien im Netzwerk-Diagramm sind allgemein gesehen auch arbiträr. (In der vorliegenden Aufgabe repräsentieren sie die Handschläge und haben damit sogar etwas Bildhaftes: Stellt man sich eine sehr abstrakte Zeichnung eines Handschlags vor, die auf Details der Arme und Hände verzichtet, kommt man zu einer Linie.) Beide Darstellungen organisieren die Informationen räumlich. Nach Novick und Hurley (2001) handelt es sich bei beiden Repräsentationen um Diagramme: (A) bezeichnen die Autoren als „Netzwerk-Diagramm" und (B) als „Matrix-Diagramm" (S. 159). Zusammen mit einem dritten Diagrammtyp („Hierarchie-Diagramm") schlagen Novick und Hurley (2001) drei allgemeine Diagramme vor, die Beziehungen zwischen Daten räumlich darstellen. Diezmann und English (2001) folgen dieser Einteilung und sprechen von „general-purpose diagrams" (S. 79). Auch Cox und Brna (1995) erachten Matrix-Formen als grafische Repräsentationen, die sie als „matrix arrangements of text" bezeichnen und als Zwischenstufe von grafischer und propositionaler Repräsentation fassen (S. 4). In dieser Klassifikation schlägt sich die Perspektive von Larkin und Simon (1987) nieder, die auf die räumliche Anordnung der Daten abhebt. Auch Diezmann und English (2001) betonen die räumliche Komponente: „A DIAGRAM [Hervorhebung im Original, Anm. v. Verf.] is a visual representation that displays information in a spatial layout" (S. 77). Im Zusammenhang des Lernens aus Texten wird bei Darstellungen, die Textinformationen räumlich organisieren, von „graphical organizers" gesprochen (Robinson & Schraw, 1994; Vekiri, 2002). Aber auch Studien zur Wirkung von visuellen Repräsentationen beim mathematischen Problemlösen greifen auf diese Einteilung zurück (Beitzel, Staley & DuBois, 2011; Pantziara et al., 2009).

Nach der Definition von Knowlton (1966) erfüllt die Matrix-Struktur jedoch nicht die entscheidende Bedingung für eine bildliche Repräsentation. Weder die Anordnung der Elemente (Kinder) noch die Verbindung der Elemente (Handschläge) haben eine strukturelle Übereinstimmung mit der repräsentierten Situation. Erstens verdoppelt die hier vorliegende Matrix-Struktur die Elemente. Zweitens erlaubt sie die Kombination eines Elements mit sich selbst. Weder kann sich ein Kind verdoppeln noch kann es sich selbst die Hand geben. Anders stellt es sich im Netzwerk-Diagramm dar: Der Benutzer schaut aus der Vogelperspektive auf die abstrakt als Kreise repräsentierten Kinder und sieht die abstrakt als Linien dargestellten Handschläge. Sowohl die räumliche Anordnung der Elemente als auch die Verbindung der Elemente bilden die beschriebene Situation strukturgleich ab.

Der Autor der vorliegenden Arbeit folgt der theoretischen Argumentationslinie von Knowlton (1966), Palmer (1978) und Schnotz (1994) und erachtet eine Matrix-Struktur, die Informationen in einer Spalten- und Zeilenlogik organisiert, nicht als depiktionale, sondern als deskriptionale Repräsentationsform, die im Weiteren als Tabelle bezeichnet wird. Gleichwohl kommt der Matrix-Struktur als externer Repräsentation eine wichtige Bedeutung zu. Nach Bruder und Collet (2011) stellt die Tabelle ein wichtiges heuristisches Hilfsmittel beim mathematischen Problemlösen dar. Sie erlaubt dem Problemlöser, Informationen zu reduzieren, zu strukturieren und zu organisieren (Bruder & Collet, 2011) sowie funktionale Zusammenhänge und relationale Beziehungen zu verdeutlichen (Dedekind, 2012). Diezmann und English (2001) betonen: „Matrices are particularly useful in problems that require deductive thinking or combinatorial reasoning“ (S. 79).

Zusammenfassung: Eigenschaften von Repräsentationen

Eine Repräsentation steht stellvertretend für etwas anderes (beispielsweise ein Objekt, eine Situation, ein Vorgang). Die eingangs abgebildeten Repräsentationen zur „Handschlagaufgabe“ (Abbildung 2) repräsentieren beide die Anzahl der Handschläge, die vier Kinder tätigen, wenn jedes Kind einmal jedem anderen Kind die Hand gibt. Bezogen auf diese Information sind die Repräsentationen informationsäquivalent. Beide Repräsentationen haben eine Struktur, auf der eine Prozedur angewendet werden muss: Die Struktur von Repräsentation 1 (Zeichnung) wird von vier im Kreis angeordneten Strichmännchen gebildet (Abbildung 2). Ein Handschlag wird durch eine Verbindungslinie zwischen zwei Strichmännchen operationalisiert. Die Prozedur, um die Anzahl der Handschläge zu bestimmen besteht darin, jedes Strichmännchen mit jedem anderen mittels einer Linie zu verbinden bzw. die Anzahl der Linien zu zählen. Repräsentation 1 ist eine depiktionale Repräsentation, da sie einem analogen Repräsentationsprinzip folgt. Sie hat eine strukturelle Übereinstimmung mit dem repräsentierten Gegenstand. Sie zeigt die Situation. Repräsentation 2 (Tabelle) ordnet die vier Kinder hingegen in einer Matrix-Struktur an (Abbildung 2). Die Prozedur besteht darin, zutreffende Matrix-Felder zu markieren bzw. die Anzahl der Markierungen zu zählen. Repräsentation 2 ist deskriptional. Trotz einer räumlichen Anordnung der Informationen folgt sie einem symbolischen Repräsentationsprinzip, da sie die Situation beschreibt statt sie mittels einer strukturellen Übereinstimmung abzubilden.

2.2.2 Externe Repräsentationen als Denkwerkzeuge

Interne (mentale) und externe Repräsentationen

Externe Repräsentationen sind physisch vorhandene, beobachtbare und direkt wahrnehmbare Zeichenkonfigurationen wie Wörter, Zahlen, Fotos, Gemälde, Miniaturmodelle usw. (Goldin & Kaput, 1996; Schnotz et al., 2011). Interne Repräsentationen sind hingegen mentale Konfigurationen, also innere Vorstellungen, die nicht direkt beobachtbar sind (Goldin & Kaput, 1996). Die Unterteilung in deskriptionale und depiktionale Repräsentationen trifft auch auf interne Repräsentationen zu (Schnotz 1994, Schnotz et al., 2011). Die bei der Textrezeption gebildeten mentalen Repräsentationen der Textoberfläche und insbesondere Propositionen (van Dijk & Kintsch, 1983) sind deskriptional, da sie aus Symbolen bestehen, die – vergleichbar zu Sätzen der natürlichen Sprache – syntaktischen Regeln folgen (Schnotz et al., 2011). Mentale Modelle

(Johnson-Laird, 1983) hingegen sind depiktional, da sie als „hypothetische interne Quasi-Objekte betrachtet [werden], die eine strukturelle oder funktionale Analogie zu anderen Objekten aufweisen, welche sie auf der Grundlage dieser Analogie repräsentieren“ (Schnotz et al., 2011, S. 222).

Externe und interne Repräsentationen stehen in einer reziproken Beziehung zueinander: „Interactions in both directions between internal and external representations can (and most often do) occur simultaneously“ (Goldin & Kaput, 1996, S. 401). Bei einer klassischen Kommunikation produziert ein Sender absichtlich Zeichen über einen mental repräsentierten Inhalt oder Gegenstand („G“) – er konstruiert also eine externe Repräsentation „R(G)“ der mentalen Repräsentation von „G“ (Schnotz et al., 2011). In diesem Prozess drückt der Sender sein subjektives Verständnis von „G“ mithilfe einer externen Repräsentation „R(G)“ aus und verleiht „R(G)“ damit eine spezifische Bedeutung (Schnotz et al., 2011). Ein Empfänger kann „R(G)“ nutzen, um seinerseits eine mentale Repräsentation des durch „R(G)“ repräsentierten Gegenstands „G“ zu konstruieren (Schnotz et al., 2011). Die Kommunikation gilt dann als erfolgreich, wenn der Empfänger den Gegenstand so rekonstruiert, wie vom Sender beabsichtigt.

Zusammenspiel mentaler und externer sowie deskriptionaler und depiktionaler Repräsentationen

Ein Sender kann auch mit sich selbst kommunizieren. Er ist in diesem Fall abwechselnd Zeichenproduzent und -empfänger (Schnotz et al., 2011). Die externe Repräsentation wird dann zu einem kognitiven Instrument (Schnotz et al., 2011), das Denk- und Problemlöseprozesse unterstützen kann, indem der Problemlöser erstens sein Arbeitsgedächtnis entlastet (Reiser, 2004; Schnotz & Kürschner, 2007; Sweller, 2005; Sweller, van Merriënboer & Paas, 1998), zweitens flüchtige mentale Repräsentationen festhält (Schnotz et al., 2011) und drittens in einem dynamisch-iterativen Prozess das interne Modell und die externalisierten Informationen reziprok abgleicht (Cox, 1999). Dieser Prozess unterstützt die Aufmerksamkeit für gegebene und fehlende Informationen und kann nützliche Selbsterklärungsprozesse auslösen und unterstützen (Cox, 1999).

Greeno und Hall (1997) betonen in diesem Zusammenhang, dass externe Repräsentationen nicht als Selbstzweck, sondern als Werkzeuge für Lern- und Problemlöseprozesse aufgefasst und als solche im Schulunterricht vermittelt werden sollten: „Instead, they [external representations] can be considered as useful tools for constructing understanding and for communicating information and understanding“ (S. 362).

Das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens („Integrated Text and Picture Comprehension Model“, im Weiteren ITPC-Modell) von Schnotz und Bannert (1999, 2003, elaboriert von Schnotz, 2014) bildet einen umfassenden theoretischen Rahmen für das Zusammenspiel von externen und internen deskriptionalen und depiktionalen Repräsentationen beim Lernen und

Problemlösen. Abbildung 5 stellt das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens nach Schnotz und Bannert (1999, 2003) vereinfacht dar. (Eine elaborierte Darstellung des ITPC-Modells findet sich bei Schnotz (2014), die im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch nicht notwendig ist).

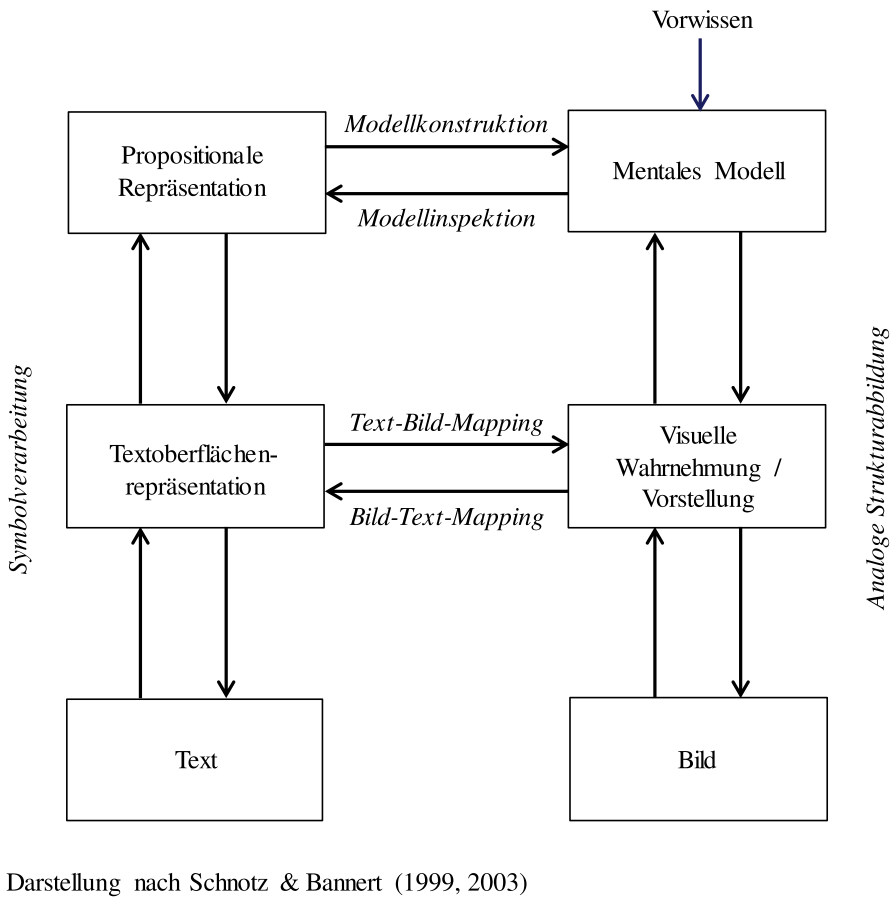


Abbildung 5. Schematische Darstellung zum integrierten Modell des Text- und Bildverstehens nach Schnotz und Bannert (1999, 2003).

Das ITPC-Modell ist eingebettet in die Theorie eines 3-Speicher-Modells der menschlichen kognitiven Architektur (Atkinson & Shiffrin, 1971). Danach gelangen, verkürzt gesagt, Informationen aus der Umwelt über Sinnesorgane in das kognitive System und werden erstens zunächst sehr kurz gespeichert („modality-specific-sensory registers“), zweitens im kapazitäts- und speicherdauerbegrenzten Arbeitsgedächtnis mit einem deskriptionalen und einem depiktionalen Subsystem (Baddeley, 1986) gemeinsam mit aus dem Langzeitgedächtnis aktivierten Informationen verarbeitet und drittens gegebenenfalls ins Langzeitgedächtnis transferiert (Schnotz, 2014). Das Modell umfasst in Einklang mit der Theorie der dualen Kodierung von Paivio (1986) ein verbales und ein bildliches Informationsverarbeitungssystem, geht jedoch davon aus, dass sowohl bei der Verarbeitung von Texten als auch bei Bildern multiple mentale

Repräsentationen konstruiert werden (Schnotz et al., 2011). Der theoretische Rahmen des ITPC-Modells wird der konstruktiven Natur von Verstehen und Lernen gerecht (siehe Kapitel 2.2.3), da der Lernende bzw. Problemlöser dem Modell zufolge aktiv Wissensstrukturen konstruiert (Schnotz, 2014).

Der verbale (deskriptionale) Verarbeitungskanal des Modells entspricht den Annahmen von Kintsch und van Dijk (1978) zum Textverstehen (siehe Kapitel 2.1.3). Demnach erstellt der Leser eines Textes zunächst eine interne Textoberflächenrepräsentation, dann propositionale Repräsentationen, die sukzessive die sogenannte Textbasis bilden, und schließlich ein mentales Modell (Schnotz & Bannert, 1999, 2003). Die Textoberflächenrepräsentation erlaubt eine Wiederholung des Gelesenen, jedoch geht mit ihr noch kein Verständnis einher (Schnotz et al., 2011). Die propositionale Textbasis repräsentiert die Ideen des Textes auf konzeptioneller Ebene, unabhängig vom spezifischen Wortlaut (Schnotz et al., 2011). Jedoch bedeutet sie noch kein globales Verständnis (Kintsch & van Dijk, 1978). Das mentale Modell bildet den im Text beschriebenen Sachverhalt in einer analogen Struktur ab, die aus der Textbasis und mit aus dem Langzeitgedächtnis abgerufenem Vorwissen konstruiert wird (Schnotz & Bannert, 1999). Die Informationsverarbeitung im deskriptionalen Kanal basiert auf Prozessen der Symbolverarbeitung (Schnotz et al., 2011).

Betrachtet ein Leser ein (realistisches) Bild oder ein Diagramm, wird dies über den visuellen (depiktionalen) Kanal verarbeitet. Zunächst entsteht eine interne visuelle Wahrnehmung des Bildes (Schnotz et al., 2011). Um das Bild nicht nur wahrzunehmen, sondern es auch zu verstehen, wird es semantisch weiterverarbeitet (Schnotz & Bannert, 1999). Dies geschieht mittels analoger Strukturabbildung (Schnotz et al., 2011). Der Lerner oder Problemlöser konstruiert dabei ein mentales Modell. Im Gegensatz zu Mayers (1997, 2005b) Modell der Text- und Bildverarbeitung geht das ITPC-Modell jedoch davon aus, dass die Informationsverarbeitung über den depiktionalen sowie über den deskriptionalen Kanal direkt in ein mentales Modell mündet und nicht zunächst parallel ein verbales und ein bildliches mentales Modell gebildet werden, die dann anschließend integriert werden. Schnotz und Bannert (1999) bezweifeln eine parallele Text- und Bildverarbeitung aufgrund der spezifischen Repräsentationsprinzipien von Text und Bild (Schnotz, 1994). Ein mentales Modell ist aufgrund seiner analogen Struktur (Johnson-Laird, 1983; Schnotz, 1994) immer eine depiktionale und keine deskriptionale Repräsentation, auch wenn es über den „Umweg“ (Schnotz, 2014) einer (deskriptionalen) propositionalen Repräsentation gebildet wurde. Ein verbales (deskriptionales) mentales Modell ist bei dieser Argumentation schwer vorstellbar.

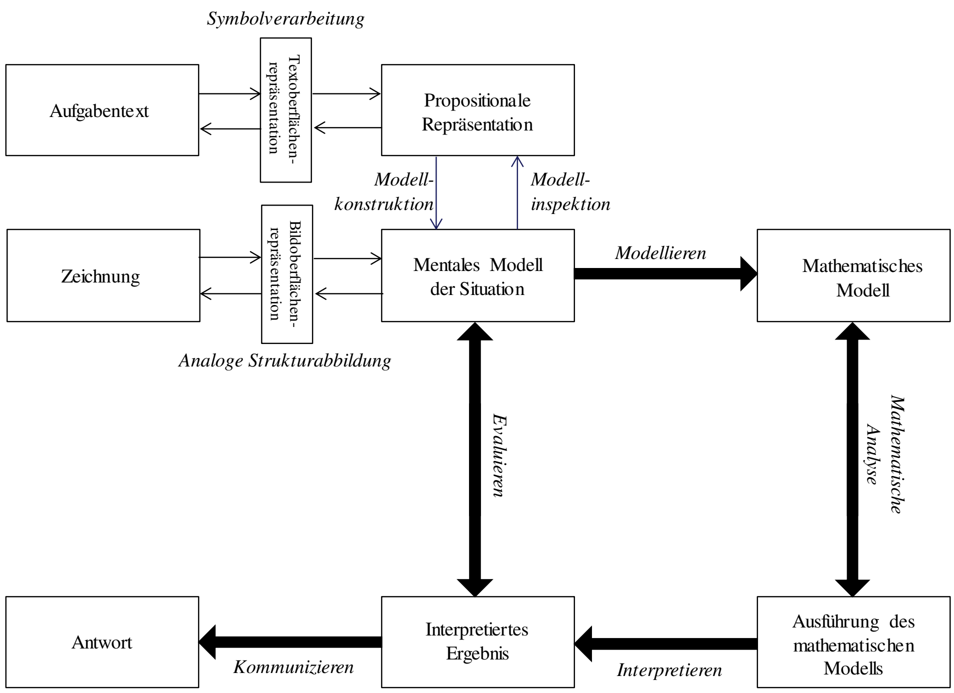
Ein mentales Modell unterscheidet sich in drei zentralen Punkten von einem internen Bild (Schnotz et al., 2011): Erstens kann die einem mentalen Modell inhärente räumliche Konfiguration auch mittels auditiver oder haptischer Informationen gebildet werden. Die Konstruktion eines mentalen Modells ist demnach nicht notwendigerweise an das Sehen gebunden und auch nicht auf visuell wahrnehmbare Gegenstände und Sachverhalte beschränkt (Schnotz et al., 2011). Zweitens ist der Prozess der analogen Strukturabbildung selektiv: In das mentale Modell werden aufgabenorientiert nur solche Teile der visuellen Konfiguration aufgenommen, „[…] die für das antizipierte Ziel wichtig erscheinen“ (Schnotz et al., 2011, S. 223). Ein Bild zur „Handschlagaufgabe“ könnte etwa für die Lösung des Problems irrelevante Details der Kinder abbilden (wie groß sie sind, welche Kleidung sie tragen, die Haarlänge etc.). Erkennt der Problemlöser diese visuellen Informationen als unnötig, werden sie nicht in das mentale Modell aufgenommen. Insofern ist es abstrakter als ein internes Bild und beinhaltet weniger Informationen (Schnotz et al., 2014). Zugleich ist ein mentales Modell aber auch mehr als ein internes Bild, da in ein solches Modell auch Informationen aus dem Langzeitgedächtnis einfließen (Schnotz et al., 2011). Schnotz und Bannert (1999) zufolge wird „das mentale Modell durch die Aktivierung von Weltwissen elaboriert und enthält deshalb auch Informationen, die im Bild gar nicht dargestellt sind“ (S. 223). Bei der „Handschlagaufgabe“ würde der Problemlöser etwa sein Weltwissen darüber aktivieren, wie Händeschütteln abläuft, und in das Modell einbinden. Dazu gehört z. B. das Wissen, dass wenn sich zwei Personen die Hand geben, dies einen und nicht zwei Handschläge darstellt.

In einem mentalen Modell können die Informationen direkt abgelesen werden, indem Prozesse zur Überprüfung des Modells (Modellinspektion) auf dessen Struktur laufen (Schnotz et al., 2011; Schnotz & Bannert, 1999). Die Ergebnisse des Ableseprozesses werden wiederum in propositionale Repräsentationen übersetzt, also mithilfe der internen Sprache expliziert (Schnotz et al., 2011; Schnotz & Bannert, 1999).

> Zwischen einer propositionalen Repräsentation und einem mentalen Modell findet demnach eine fortlaufende Interaktion von Modellkonstruktions- und Modellinspektionsprozessen statt (vgl. Baddeley, 1992). Beim Textverstehen ist der Ausgangspunkt der Interaktion eine propositionale Repräsentation, anhand derer ein mentales Modell konstruiert wird, woran dann wieder neue Informationen abgelesen und der propositionalen Repräsentation hinzugefügt werden. Beim Bildverstehen ist der Ausgangspunkt der Interaktion ein mentales Modell, an dem durch Ableseprozesse neue Propositionen gewonnen werden. (Schnotz & Bannert, 1999, S. 223)

Im Vergleich mit anderen Modellen zur Erfassung und Verarbeitung von Text und Bild wie etwa der dualen Kodierung (Paivio, 1986) oder der kognitiven Theorie des Multimedia-Lernens (Mayer, 2005b) betont das ITPC-Modell neben den Konstruktionsprozessen interner Repräsentationen anhand externer Informationen auch umgekehrt, wie Informationen aus mentalen Repräsentationen in Form von bildlichen oder verbalen Repräsentationen wieder externalisiert und manipuliert werden können. In einem iterativen Prozess kann der Problemlöser seine produzierten externen Repräsentationen wieder internalisieren, mental weiter manipulieren und so fort. Schnotz et al. (2011) bezeichnen dies als „Prozess des Externalisierens von Ideen, wobei externe Repräsentationen kreiert und dann für das weitere Begreifen, Denken und Problemläsen genutzt werden […]“ (S. 225). Die externen Repräsentationen werden zum Denkwerkzeug für Problemlösen.

Das Prozessmodell zur Lösung von Textaufgaben von Verschaffel et al. (2000) spezifiziert nicht den für die Lösung zentralen Schritt der Bildung eines mentalen Modells der Situation. Genau für diesen Schritt liefert das ITPC-Modell detaillierte Annahmen darüber, wie ein solches mentales Modell gebildet wird. Es berücksichtigt dabei erstens, dass neben dem Aufgabentext depiktionale externe Informationsquellen wie z. B. Bilder zur Textaufgabe als Informationsquellen treten können. Zweitens betont das ITPC-Modell das iterative Wechselspiel zwischen der Konstruktion mentaler Repräsentationen aufgrund externer Quellen und der Konstruktion externer Repräsentationen anhand mentaler Repräsentationen. Vor diesem Hintergrund erscheint das ITPC-Modell eine passgenaue Präzisierung des Modells von Verschaffel et al. (2000) zu erlauben. Abbildung 6 stellt die Kombination beider Modelle schematisch dar.



Darstellung zum integrierten Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz & Bannert (2003) integriert in das Prozessmodell von Verschaffel et al. (2000) zum Lösen von Textaufgaben

Abbildung 6. Erweiterte schematische Darstellung des kognitiven Prozesses beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben.

Am Beispiel der „Schneckenaufgabe“ soll dies exemplarisch gezeigt werden. Zunächst liest der Problemlöser den Aufgabentext:

> *Eine Schnecke in einem 24 m tiefen Brunnen will nach oben. Sie kriecht am Tag immer 6 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die sie während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Sie kriecht am Montagmorgen los. An welchem Tag erreicht sie den Brunnenrand?* (nach Rasch, 2001)

Entlang des deskriptionalen Verarbeitungskanals bildet der Problemlöser über Textoberflächenrepräsentationen und Propositionen ein mentales Modell der Situation. Wird zur Aufgabe eine Zeichnung wie in Abbildung 7 bereitgestellt, kann der Problemlöser auch das Bild zur Modellkonstruktion und Elaboration heranziehen. Entlang des depiktionalen Kanals stellt der Problemlöser eine mentale visuelle Wahrnehmung des Bildes her, selektiert für die Lösung der Aufgabe relevante Strukturmerkmale und bildet diese im mentalen Modell ab. Irrelevante bildliche Informationen – wie etwa der angedeutete Brunnenhintergrund – können für das mentale Modell unberücksichtigt bleiben. Am mentalen Modell kann der Problemlöser nun die Länge und die Richtung der Strecken „sehen“, die die Schnecke bei Tag und bei Nacht zurücklegt.

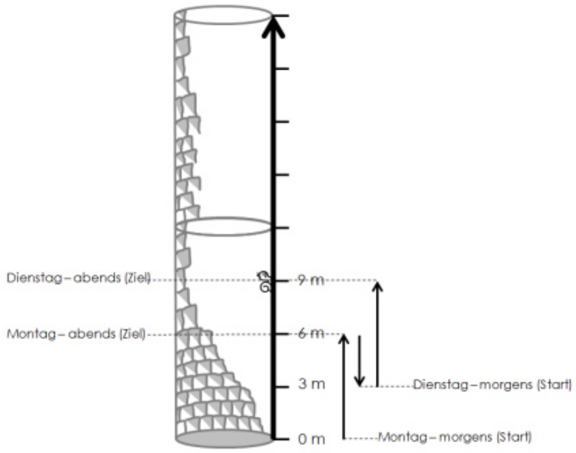


Abbildung 7. Zeichnung zur „Schneckenaufgabe“.

Diese abgelesene Information kann er einerseits in die interne Sprache der Propositionen schreiben und diese wiederum in die natürliche Sprache zurückübersetzen. Diese Rückübersetzung kann mental im Arbeitsspeicher verbleiben oder in Textform externalisiert werden. Sie drückt in beiden Fällen das Verständnis der Situation mit den eigenen Worten des Problemlösers aus. Diese deskriptionale Repräsentation muss anschließend in ein mathematisches Modell übersetzt und ausgeführt werden: „6 m / 2 = 3 m“; „+ 6 m (Tag)“ „– 3 m (Nacht)“. Dies kann ebenso entweder mental oder extern in Form von schriftlichen Rechnungen erfolgen. Anhand des Ergebnisses kann das mentale Modell wieder über die deskriptionale Route inspiziert und elaboriert werden.

Andererseits kann der Problemlöser auch am mentalen Modell weiterarbeiten und die Auf- und Abwärtsbewegung am Modell durchführen. Diese Modellmanipulation erfordert jedoch eine hohe Arbeitsspeicherkapazität. Allerdings könnte der Problemlöser über die depiktionale Route eine Zeichnung erstellen bzw. die bereitgestellte Zeichnung elaborieren und damit seinen Arbeitsspeicher entlasten. Die depiktionale Repräsentation ist – wenn sie die Struktur der Aufgabe adäquat abbildet – informationell vollständig, das heißt, die Lösung kann bei korrekter Ausführung der Auf- und Abwärtsbewegung ohne Berechnungen direkt abgelesen werden. Da die Zeichnung in sich logisch ist, verdeutlicht sie die Situation des letzten Tages, an dem die Schnecke nach der Aufwärtsbewegung den Brunnenrand erreicht und nicht noch einmal zurückrutscht. Hierin liegt eine typische Fehlerquelle bei einer rein deskriptionalen Lösung der Aufgabe.

Annahmen des integrierten Modells der Text- und Bildverarbeitung für das Lösen problemhaltiger Textaufgaben mittels Text und Bild

Das ITPC-Modell erlaubt Annahmen darüber, unter welchen Bedingungen die Kombination von geschriebenem oder gesprochenem Text und statischen oder animierten Bildern hilfreich für das Lernen ist und wann nicht (Schnotz, 2014). Eine Übersicht aller Annahmen und entsprechender empirischer Evidenz findet sich bei Schnotz (2014). Da das ITPC-Modell auch die Konstruktion und Elaboration externer Repräsentationen als Denkwerkzeuge umfasst, sollten die Annahmen weitestgehend nicht nur auf das Multimedia-Lernen, sondern auch auf das Problemlösen mit deskriptionalen und depiktionalen Repräsentationen zutreffen. Für die vorliegende Studie, in der zum schriftlichen Aufgabentext (deskriptional) einmal Tabellen (deskriptional) und ein anderes Mal Zeichnungen (depiktional) als externe Hilfsmittel bereitgestellt werden, sind Annahmen zur Wirkung von statischen Bildern in Kombination mit geschriebenem Text relevant.

Das ITPC-Modell nimmt einen Multimedia-Effekt an, der besagt, dass Schüler besser von einer Kombination aus Text und Bild lernen als von einem Text ohne Bild (Mayer, 1997), da ein Bild direkt in ein mentales Modell mündet, ein Text dagegen erst propositional verarbeitet werden muss (Schnotz et al., 2011). Dieser Effekt ist gemäß des ITPC-Modells jedoch erstens abhängig von Schülermerkmalen, zweitens von der Text-Bild-Gestaltung und drittens von den Bildeigenschaften. Bedeutsame Schülermerkmale sind Lesefähigkeit und Vorwissen (Schnotz, 2014). Das ITPC-Modell geht von drei Informationsquellen zur Konstruktion eines mentalen Modells aus: von extern-deskriptionalen, von extern-depiktionalen Repräsentationen sowie von einer internen Quelle in Form von Weltwissen aus dem Langzeitgedächtnis (Schnotz, 2014). Kann der Problemlöser aus einer Informationsquelle keine oder nur unzureichende Informationen gewinnen, werden die anderen Quellen wichtiger (Schnotz, 2014). Das Modell nimmt daher erstens an, dass Kinder mit geringerer Lesefähigkeit stärker von Bildern profitieren als gute Leser. Das Modell geht zweitens davon aus, dass Lernende mit geringem Vorwissen mehr von Bildern profitieren als solche mit hohem Vorwissen. Bei Lernenden mit hohem Vorwissen kann ein Bild sogar einen gegenteiligen Effekt, den sogenannten „Redundanzeffekt" auslösen (Sweller et al., 1998, S. 283f.), da die nicht benötigten Informationen einen unnötigen Wahrnehmungsmehraufwand und einen zu verarbeitenden kognitiven Ballast bedeuten (Schnotz, 2014).

In Hinblick auf die Text-Bild-Gestaltung nimmt das ITPC-Modell also einen positiven Bildeffekt an, wenn Text und Bild erstens semantisch aufeinander bezogen (Kohärenzbedingung) und zweitens räumlich bzw. zeitlich nah beieinander sind (Bedingung des räumlichen und zeitlichen Zusammenhangs), da Text und Bild gleichzeitig im flüchtigen Arbeitsgedächtnis vorliegen müssen (Schnotz, 2014).

Mit Blick auf die Bildeigenschaften geht das ITPC-Modell davon aus, dass ein Bild nur dann hilfreich ist, wenn es eine aufgabenadäquate Struktur aufweist, da eben diese Struktur über eine analoge Strukturabbildung im mentalen Modell abgebildet wird (Schnotz, 2014). Die Effizienz eines mentalen Modells hängt demnach davon ab, wie gut das Bild für die Anforderungen der Aufgabe geeignet ist (Larkin & Simon, 1987; Schnotz & Bannert, 2003).

Empirische Studien zur Bildwirkung bei der Lösung von Textaufgaben

Zur Wirkung von Bildern im Kontext des Lernens findet sich eine Fülle an empirischer Forschung (für einen Überblick siehe z. B. Levie & Lentz, 1982, sowie Mayer, 2014). Die Wirkung von Bildern beim Lösen mathematischer Textaufgaben scheint hingegen vergleichsweise weniger intensiv erforscht und die Ergebnisse sind oftmals widersprüchlich. Dies dürfte daran liegen, dass die Studien sehr unterschiedlich operationalisiert sind. So unterscheiden sich etwa die Art der Textaufgaben, an denen die Bildwirkung geprüft wurde (Routine- und Problemaufgaben), oder auch die Art der Bilder (dekorativ, schematische Zeichnungen, Diagramme). Die nachfolgend aufgeführten Studien stellen lediglich eine Auswahl dar, ohne dabei den Anspruch auf einen vollständigen Überblick relevanter Studien zu erheben. Vielmehr soll die getroffene Auswahl einen Einblick in die unterschiedlichen Operationalisierungen geben.

Elia und Philippou (2004) beobachteten und interviewten in einer qualitativen Studie Sechstklässler beim Lösen von Routine-Textaufgaben mit unterschiedlichen bereitgestellten Bildern. Nach der Kategorisierung unterschiedlicher Bildfunktionen von Carney und Levin (2002) waren dies erstens rein dekorative Bilder, die das Aussehen und die Erscheinung von Objekten zeigten, aber irrelevant für die Problemlösung waren. Zweitens gab es repräsentierende Bilder, die die Problemsituation teilweise oder vollständig abbildeten. Drittens wurden organisierende Bilder bereitgestellt, die eine Richtung für die Lösungsprozedur vorgaben. Viertens kamen informierende Bilder zum Einsatz, die für die Aufgabenlösung notwendige, über den Text hinausgehende Informationen enthielten. Repräsentierende, organisierende und informierende Bilder beeinflussten den Lösungsprozess positiv, die rein dekorativen Bilder hatten jedoch keinen Effekt.

Berends und van Lieshout (2009) folgten in einer quantitativen Studie auch der Kategorisierung unterschiedlicher Bildfunktionen von Carney und Levin (2002). Sie legten in einem Within-Subjects-Design Fünftklässlern zur Lösung einfacher Arithmetik-Textaufgaben unterschiedliche Bilder vor: Einmal wurde die Aufgabe von einem rein dekorativen Bild begleitet, ein anderes Mal von einem repräsentierendem Bild (die Autoren sprechen von „hilfreich“) und ein weiteres Mal von einem für die Lösung notwendigen Bild („informierend“), da ein Teil der lösungsrelevanten Information nur im Bild vorhanden war. In der Kontrollbedingung erhielten die Probanden kein Bild zur Aufgabe, jedoch war die zur Lösung der Aufgabe auszuführende Rechnung gegeben. Im Ergebnis brachten die Bilder keine Steigerung der Lösungsraten im Vergleich zur Kontrollbedingung. In der Bedingung, in der das Bild für die Aufgabenlösung notwendig war, verschlechterte sich die Lösungsrate sogar signifikant. Die Autoren führen diese unerwarteten Ergebnisse auf einen Redundanzeffekt zurück. Die Probanden konnten die in der Untersuchung verwendeten leichten Aufgaben vermutlich auch ohne zusätzliche visuelle Informationen lösen. Die Verarbeitung der (überflüssigen) bildlichen Informationen bedeutete einen zusätzlich zu erbringenden kognitiven Aufwand. Dafür sprach auch die längere Bearbeitungsdauer, die die Autoren als Maß für die kognitive Belastung heranzogen. Solange das Bild für die Lösung ignoriert werden konnte, wirkte es sich nicht nachteilig auf die Lösung aus. Sobald es jedoch zur Lösung der Aufgabe gebraucht wurde, weil es Informationen enthielt, die (künstlich) aus dem Aufgabentext in das Bild verlagert wurden, wirkte sich dies negativ auf die Performance aus. Elia, Gagatsis und Demetriou (2007) kamen in einer vergleichbaren Studie mit einfachen Arithmetikaufgaben zu ähnlichen Ergebnissen.

Dewolf et al. (2014) sowie Dewolf, van Dooren, Kellen & Verschaffel (2012) arbeiteten hingegen mit Textaufgaben, die insofern als problemhaltig einzustufen sind, da sie von den Schülern (Fünft- bzw. Sechstklässler) realistische Überlegungen abverlangten und eine direkte Verrechnung der Zahlen keine plausible Lösung erbrachte. Damit ist z. B. die Antwort auf die Frage gemeint, wie viele Bretter von 1 m Länge aus vier Holzbrettern von 2,50 m Länge gesägt werden können. Das bereitgestellte Bild zeigte im Comic-Stil die Szene, wie ein Mann gerade zur Säge greift und die vier Bretter auf seiner Werkbank liegen. Die Autoren bewerten das Bild so, dass es die Problemsituation verdeutliche. Im Ergebnis führte das Bild zu keiner Steigerung an realistischen Lösungen. Die Autoren erklären den Befund neben der zusätzlichen kognitiven Belastung durch das Bild mit in den Schülern tief verankerten impliziten Regeln zur Schulmathematik, wonach etwa eine Aufgabe immer lösbar sein muss, jede gegebene Zahl relevant ist und alle notwendigen Informationen ausdrücklich im Text gegeben sind. Diese Regeln habe das Bild nicht aufbrechen können. Sicher ist auch einzuwenden, dass das vorgelegte Bild noch als sehr dekorativ eingestuft werden kann, da es den Probanden keine Struktur bot, auf der sie arbeiten konnten.

Pantziara et al. (2009) gaben Sechstklässlern zur Lösung problemhaltiger Textaufgaben die von Novick und Hurley (2001) eingeführten und von Diezmann und English (2001) als „general-purpose-diagrams“ bezeichneten standardisierten Diagrammformen (Netzwerk, Matrix, Hierachie) vor. Anders als erwartet lösten die Probanden die Aufgaben bei Vorgabe der Diagramme alles in allem nicht häufiger als ohne die Bereitstellung: Manche Schüler profitierten, andere hingegen nicht. Die Autoren folgern für den zweiten Fall, dass die vorgefertigten Diagramme mit den mentalen Repräsentationen der Probanden konfligierten. Auch Fagnant und Vlassis (2013) nutzten die Diagramme von Novick und Hurley (2001) als bereitgestellte Hilfsmittel zur Lösung von problemhaltigen Textaufgaben bei Viertklässlern in Luxemburg. In einem Pre-, Interventions- und Posttest-Design bearbeiteten die Teilnehmer zunächst Aufgaben ohne vorgegebene Hilfsmittel. Im (kurzen) Interventionsteil der Studie bearbeiteten die Probanden vergleichbare Aufgaben mit vorgegebenen Diagrammen und im Posttest wiederum solche Aufgaben mit der Aufforderung, aufgabenadäquate Diagramme selbst zu erstellen. Im Ergebnis verbesserten sich die Lösungsraten sowohl signifikant von der Messung im Vortest zur Messung während der Intervention als auch von der Pretest- zur Posttest-Messung. Anders als Pantziara et al. (2009) fanden die Autoren einen positiven Effekt, wenn die Diagramme die Aufgaben begleiteten. Diese widersprüchlichen Ergebnisse führen Fagnant und Vlassis (2013) auf die Unterrichtspraxis in Luxemburg zurück, wonach Schüler in Luxemburg weniger vertraut mit den verwendeten Aufgaben waren, so dass sie stärker von den Diagrammen profitieren konnten als die Teilnehmer bei Pantziara et al. (2009).

Cox (1999) weist darauf hin, dass die Vorzüge deskriptionaler Repräsentationen für das Problemlösen deutlich weniger erforscht sind als die Vorteile depiktionaler Hilfsmittel. Beitzel et al. (2011) verglichen in einer Studie mit Problemen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung drei Studentengruppen. Eine Gruppe wurde trainiert, Baum- und Mengendiagramme zu erstellen. Eine andere Gruppe wurde darin geschult, Tabellen zu konstruieren, und eine Kontrollgruppe wurde lediglich mit Formeln unterrichtet. Die Probanden der Kontrollgruppe schnitten besser als die Diagrammgruppe ab und unterschieden sich nicht von der Tabellengruppe. Die Autoren erklären das Ergebnis mit einer höheren kognitiven Belastung durch die Diagramme.

Zusammenfassung: Externe Repräsentationen als Denkwerkzeuge

Externe Repräsentationen können als Denkwerkzeuge das Problemlösen unterstützen, indem sie erlauben, erstens flüchtige mentale Repräsentationen festzuhalten und zweitens diese externalisierten Informationen mit dem internen Modell in einem reziproken Prozess abzugleichen und zu elaborieren (Cox, 1999; Schnotz et al., 2011). Die (teilweise) Externalisierung kognitiver Prozesse entlastet drittens das Arbeitsgedächtnis (Schnotz et al., 2011). Dem ITPC-Modell zufolge sollte insbesondere eine externe bildliche Repräsentation das Problemlösen befördern, da externe und interne depiktionale Repräsentationen über die visuelle Verarbeitungsroute in einem Strukturabbildungsprozess direkt miteinander kommunizieren (Schnotz et al., 2011). Dafür ist jedoch notwendig, dass die externe bildliche Repräsentation die aufgabenrelevante Struktur adäquat abbildet. Dies ist bei rein dekorativen Bildern nicht der Fall, was sie als Denkwerkzeug für mathematisches Problemlösen untauglich macht (Dewolf et al., 2014; Dewolf, van Dooren, Kellen et al., 2012; Elia & Philippou, 2004). Das ITPC-Modell geht weiter davon aus, dass der positive Effekt eines Bildes insbesondere dann auftreten sollte, wenn die interne Informationsquelle – also Vorwissen aus dem Langzeitgedächtnis – gering ist. Kann ein Problemlöser die relevanten Informationen aus dem Aufgabentext entnehmen und über die verbale Verarbeitungsroute ein mentales Modell bilden, liefert eine zusätzliche bildliche Quelle lediglich redundante Informationen, die die kognitive Belastung unnötig erhöhen. Die Studienergebnisse von Beitzel et al. (2011), Berends und van Lieshout (2009), Elia et al. (2007) sowie Pantziara et al. (2009) unterstützen diese Annahme.

In der vorliegenden Studie erhielten die Probanden zur Lösung problemhaltiger Textaufgaben sowohl externe deskriptionale Repräsentationen (Tabellen) als auch informationsäquivalente externe depiktionale Repräsentationen (Zeichnungen), auf deren Struktur sie lösungsrelevante Prozeduren ausführen konnten. Vor dem theoretischen Rahmen des ITPC-Modells wurde angenommen, dass die bereitgestellten Zeichnungen die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr fördern als die Tabellen. Dieser Effekt sollte unabhängig von den Rechenfähigkeiten des Schülers sein: Der kritische Moment beim Lösen (problemhaltiger) Textaufgaben liegt eher darin, basierend auf einer problemadäquaten Repräsentation, ein passendes mathematisches Modell zu konstruieren, als darin, die Rechenschritte auszuführen (siehe Kapitel 2.1.3). Jedoch sollte der positive Effekt einer bereitgestellten Zeichnung umso größer sein, je geringer das Vorwissen und/oder die Lesefähigkeit des Schülers ist. In Hinblick auf die eingesetzten problemhaltigen Textaufgaben wurde ein geringes (prozedurales) Vorwissen der Probanden angenommen, da Viertklässler bei diesen Aufgabentypen in aller Regel nicht auf eingeübte und automatisierte Lösungsverfahren zurückgreifen können.

Neben dem Lösungserfolg wurde in der vorliegenden Untersuchung auch die wahrgenommene kognitive Belastung des Problemlösenden und die Aufgabenbearbeitungsdauer miterhoben, um neben Aussagen zur Effektivität der unterschiedlichen Repräsentationsformate auch Informationen über deren aufgabenspezifische Effizienz für das Problemlösen zu erschließen. Es wurde angenommen, dass die Zeichnungen eine höhere Effizienz für die Problemlöseprozesse haben.

2.2.3 Externe Repräsentationen selbst konstruieren oder vorgefertigte verwenden?

Konstruktivistische vs. instruktionalistische Sicht

Sollen externe Repräsentationen in vorgefertigter Form bereitgestellt werden oder vom Lernenden bzw. Problemlöser selbst konstruiert werden? Diese kontrovers diskutierte und unbeantwortete Frage (Fagnant & Vlassis, 2013; Gravemeijer, 1997; van Dijk, van Oers & Terwel, 2003) ist Bestandteil einer übergeordneten und langanhaltenden Debatte, in der sich die konstruktivistische und die instruktionalistische Sicht auf erfolgreiches Lehren, Lernen und Problemlösen gegenüber stehen (Tobias & Duffy, 2009).

Einig sind sich die Anhänger des konstruktivistischen und des instruktionalistischen Lagers darin, dass Lernen an sich ein konstruktivistischer Prozess ist, der eine kognitive Aktivität des Lerners verlangt (Mayer, 1999). Auch Schnotz (2009) betont: „Lernen ist ein aktiver, konstruktiver Prozess“ (S. 47). Wissen wird nicht von außen in einen passiven Lerner eingeschrieben. Vielmehr muss der Lerner selbst kognitiv aktiv sein, indem er mentale Repräsentationen konstruiert und aktiv Beziehungen zwischen neuen Informationen und bereits vorhandenem Wissen herstellt (Mayer, 2008; Wittrock, 1992). Uneinigkeit herrscht zwischen den beiden Lagern jedoch darüber, wie diese kognitive Aktivität des Lerners am besten erzielt wird.

Anhänger der konstruktivistischen Sicht (z. B. Schwartz, Lindgren & Lewis, 2009; van Dijk et al., 2003) vertreten die Auffassung, dass eine hohe kognitive Aktivität durch ein aktives Verhalten des Schülers erreicht wird. Schüler bzw. Novizen sollen eigenständig und aktiv nach Lösungen suchen, Prozeduren und Repräsentationen selbst entdecken und konstruieren (diSessa, 2004), anstatt diese vom Lehrer bzw.bzw. Experten nur passiv gezeigt zu bekommen (Clark, 2009). Die konstruktivistische Sichtweise hat ihre Wurzeln in der von Vigotsky begründeten kulturhistorischen Schule, wonach Lern- und Entwicklungsprozesse immer auf Tätigkeiten des Lernenden basieren (Schnotz, 2009). Anhänger dieser Sichtweise sind überzeugt, dass Schüler nur dann erfolgreich lernen, wenn sie selbst aktiv handeln und agieren, was im Unterricht etwa durch entdeckendes Lernen, Problemlösen oder das Kreieren eigener externer Repräsentationen gefördert und sichergestellt werden soll (Mayer, 2009; van Dijk et al., 2003). Der Wert einer externen Repräsentation beim mathematischen Problemlösen liegt dieser Auffassung nach in erster Linie in der Konstruktionsaktivität selbst, in der sich dem Problemlöser der Sinn der Aufgabe erschließt und Verstehen mit sich bringt (Fagnant & Vlassis, 2013). Nach Ansicht von van Meter und Garner (2005) werden durch die Konstruktionsaktivität kognitive Prozesse stärker und meta-kognitive Prozesse automatisch aktiviert. In einer Studie von van Dijk, van Oers, Terwel und van den Eeden (2003) entwickelten Grundschüler einer Interventionsgruppe über einen längeren Zeitraum in einem angeleiteten ko-konstruktivistischen Prozess eigene externe Repräsentationen zum mathematischen Problemlösen. In einer Kontrollgruppe arbeiteten die

Lehrkräfte mit vorgefertigten Repräsentationsformen. Nach dem Ende der Intervention zeigten die Kinder der Interventionsgruppe bessere Ergebnisse als die Kinder der Kontrollgruppe.

Anhänger der instruktionalistischen Sicht auf Lernen und Lehren vertreten nicht nur die Überzeugung, dass eine hohe kognitive Aktivität auch ohne aktives und selbstentdeckendes Handeln der Schüler erreicht werden kann, sondern ein solches Handeln Lernen sogar verhindern kann (Mayer, 2009; Sweller, 1988a). Schüler bzw. Novizen sollen Prozeduren und Lösungen zuerst gezeigt bekommen, bevor sie diese selbst anwenden und produzieren (Clark, 2009). Vertreter dieser Sichtweise (z. B. Kirschner, Sweller & Clark, 2006; Mayer, 2004; Rosenshine, 2009; Sweller, 2009) begründen ihre Auffassung in erster Linie mit der kognitiven Architektur des Menschen:

> There is nothing in our cognitive architecture that suggests that a random generation and testing procedure should be superior to direct instructional guidance. Furthermore, how direct instructional guidance is organised should also depend on the structures and characteristics of human cognitive architecture. (Sweller, 2005, S. 26)

Ein grundlegender Einwand gegen Methoden wie entdeckendes Lernen und unangeleitetes Problemlösen ist aus instruktionalistischer Sicht, dass die Schüleraktivität zu viel belanglose und nicht-zielführende kognitive Belastung verursacht und damit die für das eigentliche Lernen benötigte kognitive Kapazität erschöpft: „The cognitive-processing capacity needed to handle this information may be of such a magnitude as to leave little for schema acquisition, even if the problem is solved“ (Sweller, 1988a, S. 261). Der Fokus der Aufmerksamkeit liegt zu sehr auf der spezifischen Aufgabe und nicht bei den allgemeinen Strukturen und Regeln des Aufgabentyps (Mayer, 2009). Sweller und Cooper (1985) zeigten erstmals den sogenannten Worked-Example-Effekt, wonach Kinder besser lernen, wenn sie den Lösungsprozess einer Aufgabe Schritt für Schritt bis hin zum Ergebnis gezeigt bekommen, statt ihn selbst zu entdecken (Cooper & Sweller, 1987; Sweller & Cooper, 1985). Jüngere Studien deuten an, dass sich eine Mischung aus vorgeführten und von den Schülern selbst zu erbringenden Lösungsschritten positiv auf die Performance und die metakognitiven Prozesse der Schüler auswirkt (Kirschner et al., 2006; Mihalca, Mengelkamp, Schnotz & Paas, 2015; Renkl, 2005). Aus instruktionalistischer Sicht sollten Schüler beim mathematischen Problemlösen instruiert werden, auf spezifische Problemtypen spezifische standardisierte Repräsentationsformen anzuwenden (Bovenmeyr Lewis, 1989; Ng & Lee, 2009; Pantziara et al., 2009; Willis & Fuson, 1988; Wolters, 1983). Bovenmeyr Lewis (1989) trainierte Studenten, die Größen aus Vergleichsaufgaben aus der Typologie von Riley und Greeno (1988) an einem vorgegebenen Zahlenstrahl zu repräsentieren. Im Ergebnis erzielte die Trainingsgruppe einen höheren Zuwachs an richtigen Lösungen im Pre-Post-Test-Vergleich als die Kontrollgruppe. In Singapur lernen Grundschulkinder im sogenannten „Model-Method-Program“ Algebra- und Arithmetikaufgaben mithilfe von „Teil-Ganze-Diagramme“ zu repräsentieren (Ng & Lee, 2009). Eine Untersuchung mit 151 Fünftklässlern aus Singapur zeigte, dass diese Repräsentationsmethode insbesondere mathematisch begabten Kindern eine Möglichkeit bot, Aufgaben jenseits ihres aktuellen prozeduralen Wissens (Algebra) zu lösen. Jedoch ging damit in keiner Weise eine Garantie für die richtige Lösung solcher Aufgaben einher. Eine methodische Einschränkung der Studie ist die fehlende Kontrollgruppe.

Dass für konstruktives, aktives Lernen automatisch aktives Schülerhandeln notwendig ist, bezeichnet Mayer (2009) als einen Trugschluss:

> The constructivist teaching fallacy is the idea that constructivist learning is caused by active methods of instruction rather than by active learning (i.e., active cognitive processing during learning) and that non-constructivist learning is caused by passive methods of instruction rather than by passive learning (i.e., lack of appropriate cognitive processing during learning). (S. 188)

Anhänger der instruktionalistischen Sichtweise untermauern ihren Standpunkt erstens mit einer breiten empirischen Evidenz, wonach Methoden wie unangeleitetes, entdeckendes Lernen direkten, instruktionalen Methoden unterlegen sind (Kirschner et al., 2006; Klahr & Nigam, 2004; Mayer, 2004). Mayer (2009) resümiert: „Overall, there is a consistent research base demonstrating the ineffectiveness of pure-discovery methods of instruction, particularly for learners with low levels of experience and prior knowledge” (S. 192). Zweitens verweisen Vertreter der instruktionalistischen Perspektive auf zahlreiche Experimente, die zeigen, dass eine hohe kognitive Aktivität bei Lernenden auch durch das „passive“ Studieren von Lernmaterial, wie erklärenden Texte, oder durch das Anschauen von Multimedia-Präsentationen erreicht werden kann (Mayer, 2009). Eingebettet in den theoretischen Rahmen der „Cognitive Theory of Multimedia Learning“ (Mayer, 2005b) oder auch des ITPC-Modells (Schnotz, 2014; Schnotz & Bannert, 1999, 2003) wurde in zahlreichen experimentellen Studien (z. B. Mayer & Gallini, 1990; Mayer, Heiser & Lonn, 2001; Schnotz & Bannert, 2003; Schnotz & Kürschner, 2008) erforscht, wie Lernmaterialien gestaltet werden müssen, um kognitive Aktivität und damit Lernen zu ermöglichen und zu befördern. Die Ergebnisse in Form immer wieder auftretender Effekte werden vor dem Hintergrund des übergeordneten theoretischen Rahmens der Cognitive- Load-Theorie (Sweller, 2005; Sweller et al., 1998) interpretiert und daraus diverse Regeln („principles“) u. a. zur Gestaltung der Materialien abgeleitet (für einen Überblick siehe z. B. Mayer, 2014, sowie Mayer & Moreno, 2003).

Der Cognitive-Load-Theorie zufolge gibt es drei Arten der kognitiven Belastung („load“), die das kapazitätsbegrenzte Arbeitsgedächtnis beim Lernen und Problemlösen beanspruchen:

„intrinsic load", „extraneous load" und „germane load" (Sweller et al., 1998). Mit „intrinsic load" wird die kognitive Belastung bezeichnet, die durch die aufgabeninhärente Elementinteraktivität verursacht wird, das heißt, wie viele Elemente gleichzeitig im Arbeitsgedächtnis gehalten und aufeinander bezogen werden müssen (Sweller et al., 1998). Je höher die Elementinteraktivität ist, desto größer fällt die Komplexität der Aufgabe an sich aus. „Extraneous load" meint die kognitive Belastung, die durch die Gestaltung und Aufbereitung des Lernmaterials oder der Aufgabe verursacht wird (Sweller et al., 1998). Diese kognitive Belastung soll möglichst gering gehalten werden, etwa indem sich Text und Bild semantisch aufeinander beziehen (Kohärenz-Prinzip) und räumlich bzw. zeitlich nah aufeinander folgen (Kontingenz-Prinzip), da beide über den visuellen sensorischen Kanal aufgenommen werden und die Aufmerksamkeit geteilt werden muss (Mayer, 2005c; Schnotz, 2014). „Germane load" ist die kognitive Belastung, die mit der Konstruktion eines mentalen Modells einhergeht und beim eigentlichen Lernen auftritt. Hierauf soll der größte Teil der kognitiven Aktivität entfallen. Dies kann etwa über das Multimedia-Prinzip (Mayer, 2009) befördert werden, wonach Lernen mit Text und Bild – unter bestimmten Voraussetzungen (siehe oben) – effektiver ist als Lernen nur mit Text.

Empirische Studien zum Vergleich bereitgestellter und selbstkonstruierter Repräsentationen

In einer experimentellen Studie von Hall, Bailey und Tillman (1997) sollten die Teilnehmer anhand eines Textes das Funktionsprinzip einer Luftpumpe (vgl. Mayer & Gallini, 1990) lernen. Eine Gruppe erhielt vorgefertigte Bilder, eine andere Gruppe wurde instruiert, beim Lesen des Textes eigene Bilder zu erstellen. Eine Kontrollgruppe bekam lediglich den Text ohne Bilder und Zeichenaufforderung. Im Ergebnis unterschied sich die Gruppe mit vorgegebenen Bildern nicht von der, die selbst Bilder konstruierte. Beide Gruppen waren besser als die Kontrollgruppe. Hingegen berichteten Schwamborn, Thillmann, Opfermann und Leutner (2011), dass vorgefertigte Bilder das Verständnis der Probanden über einen Sachverhalt aus der Chemie förderten, aber selbsterstellte Zeichnungen die Lerneffekte verringerten.

In einer experimentellen Untersuchung zum mathematischen Problemlösen zeigten de Bock, Verschaffel und Janssens (1998) und de Bock, Verschaffel, Janssens, van Dooren und Claes (2003), dass weder die Bereitstellung einer vorgefertigten Zeichnung noch die Aufforderung, eine Zeichnung zu erstellen, die Lösungsfindung verbesserte. Bei de Bock et al. (2003) verschlechterte die Aufforderung, eine Zeichnung zu erstellen, die Performance sogar.

Sowohl Grossen und Carnine (1990) als auch Cox (1997) kamen in ihren Studien zu dem Ergebnis, dass selbstkonstruierte Repräsentationen die Lösungsfindung besser beförderten als bereitgestellte Hilfsmittel. Beide Untersuchungen basierten jedoch auf kleinen – eher qualitativen – Samplen. Grossen und Carnine (1990) trainierten 25 Probanden mit einem Computer-Tutorial im syllogistischen Schlussfolgern. Eine Gruppe wurde während des Tutorials aufgefordert, Euler-Diagramme selbst zu zeichnen, die andere Gruppe sah fertige Diagramme. Im Pretest-Posttest-Vergleich schnitt die Gruppe, die selbst zeichnen musste, besser ab. Cox (1997) nutzte ein Within-Subjects-Design, bei dem die Probanden zunächst Aufgaben zum syllogistischen Schlussfolgern mithilfe bereitgestellter Euler-Diagramme lösten. Bei nachfolgenden Aufgaben konnten die Teilnehmer mithilfe einer Computersoftware eigene Diagramme erstellen. Die Ergebnisse blieben unklar: Vier von insgesamt 16 Probanden haben die vorgegebenen Diagramme falsch interpretiert, aber in den nachfolgenden Aufgaben richtig konstruiert. Umgekehrt haben aber auch sechs Probanden keine Interpretations-, dafür aber Konstruktionsfehler gemacht.

In einer Studie von Stern, Aprea und Ebner (2003) lasen Studenten einen Lehrtext zu einem ökonomischen Thema. Eine Gruppe erhielt mit dem Text vorgefertigte lineare Graphen, eine andere Gruppe wurde angeleitet, solche Graphen selbst zu erstellen. In einem Transfertest wurden Fragen zu einem anderen ökonomischen Thema gestellt, die mithilfe von linearen Graphen zu beantworten waren. Im Ergebnis schnitt die Gruppe, die aktiv Graphen konstruierte, besser ab als die Gruppe, die die Schaubilder vorgegeben bekam.

Eine Meta-Analyse zum mathematischen Problemlösen von Hembree (1992) zeigte einen großen Effekt für vorgegebene Zeichnungen (Grundschule: d = 0.68; weiterführende Schule: d = 1.17) und auch für bereitgestellte Tabellen (leere Tabellen: d = 0.44; ausgefüllte Tabellen: d = 0.78). Die Aufforderung, eine Zeichnung selbst zu erstellen, zeigte ohne Training lediglich einen vernachlässigbar kleinen und nicht signifikanten Effekt (leider wurde in der Analyse an dieser Stelle nicht nach Grund- und weiterführender Schule unterschieden). Nach einem Training heuristischer Strategien zum mathematischen Problemlösen wie z. B. Schätzen, Raten und Prüfen („Guess and Test“) waren selbsterstellte Zeichnungen die wirksamste Strategie (d = 1.16). Jedoch fand sich in der Grundschule für das Training heuristischer Strategien nur ein kleiner, statistisch nicht signifikanter Effekt (d = 0.17).

Anleitung und Strukturvorgaben als Schnittmenge der konstruktivistischen und der instruktionalistischen Sicht

Bei allen Differenzen, die das konstruktivistische und das instruktionalistische Lager trennen, besteht dennoch in einem Punkt weitgehend Einigkeit. Die Vertreter der instruktionalistischen Perspektive erkennen an, dass Methoden wie entdeckendes Lernen und Problemlösen mit strukturierter Anleitung („guided discovery“) den „germane load“ befördern kann (de Jong, 2005; Mayer, 2009). Umgekehrt betonen auch Anhänger der konstruktivistischen Sichtweise die Notwendigkeit, entdeckende Unterrichtsmethoden anzuleiten (van Dijk et al., 2003). Die Bedeutung von vorgegebener Struktur zeigt sich auch bei Studienergebnissen im Rahmen der „Generative Theory of Drawing Construction“ (van Meter, 2001; van Meter & Garner, 2005). Diese Theorie postuliert, dass bessere Lernergebnisse erzielt werden, wenn Schüler selbst ein Bild zum Lerninhalt zeichnen anstatt ein vorgegebenes zu nutzen, da dies zu einer tieferen Verarbeitung führt.

Die Theorie ist damit eher der konstruktivistischen Sichtweise zuzuordnen. Experimentelle Studien zeigten jedoch, dass der Zeicheneffekt dann am größten war, wenn die Zeichenaktivität angeleitet bzw.bzw. etwa durch vorgefertigte Bildelemente vorstrukturiert und dadurch der „extraneous load" reduziert wurde (Lesgold, de Good & Levin, 1977; Lesgold, Levin, Shimron & Guttmann, 1975; Schwamborn, Mayer, Thillmann, Leopold & Leutner, 2010; van Meter, 2001).

Die gegensätzlichen Positionen von Konstruktivisten und Instruktionalisten sind auf den zweiten Blick also gar nicht so unüberbrückbar wie es auf den ersten Blick scheint (Clark, 2009). Statt die beiden Pole immer vorgeben vs. immer selbst entdecken ideologisch gegeneinander auszuspielen, sollten vielmehr die Fragen, wann wie viel Anleitung bzw. Vorstrukturierung für wen hilfreich und für wen hinderlich ist, Gegenstand von evidenzbasierter (experimenteller) lernpsychologischer Forschung sein (Mayer, 2004).

Externe Repräsentationen als Werkzeuge, um Problemlöseprozesse anzuleiten und zu strukturieren

Externe Repräsentationen können als Denkwerkzeuge einen mathematischen Problemlöseprozess anleiten und strukturieren. Sie übernehmen damit eine „Scaffolding"-Funktion, indem sie den Problemlöser befähigen, in „Partnerschaft" mit dem Werkzeug Aufgaben zu lösen, die ohne die Unterstützung durch das Tool außerhalb seiner Möglichkeiten lägen (Salomon, Perkins & Globerson, 1991). Der Begriff „Scaffolding" wird in der Lehr- und Lernforschung sehr breit und uneinheitlich verwendet, wie Pea (2004) bemängelt. Die von Salomon et al. (1991) vertretene Sichtweise auf „Scaffolding" steht jedoch im Einklang mit der ursprünglichen Verwendung des Begriffs von Wood, Bruner und Ross (1976). Auch Pea (2004) greift auf diesen ursprünglichen Wortgebrauch zurück und definiert „Scaffolding" mit Bezug auf Wood et al. (1976) wie folgt: „Scaffolding situations are those in which the learner gets assistance or support to perform a task beyond his or her own reach if pursued independently when ‚unassisted'" (Pea, 2004, S. 430).

Reiser (2004) differenziert zwei Scaffolding-Mechanismen: Strukturierung der Aufgabe und Problematisierung des Aufgabeninhalts. Der erstgenannte Mechanismus gibt dem Problemlöser eine Struktur an die Hand, die ihm helfen soll, die richtige Richtung einzuschlagen und beizubehalten, indem die Freiheitsgrade während des Problemlöseprozesses eingeschränkt werden (Reiser, 2004; Wood et al., 1976): „The structure of a tool shapes how people interact with the task and affects what can be accomplished" (Reiser, 2004, S. 280). Beispielsweise können auf dem Aufgabenblatt Anweisungen stehen, wie ein komplexes Problem Schritt für Schritt in einzelne Teilprobleme zerlegt werden kann. Mit Blick auf die „Schneckenaufgabe" kann beispielsweise ein Tabellenraster die diversen, zu beachtenden Informationen strukturieren und zuordnen und damit die Lösungsprozedur systematisch anleiten und steuern. Ziel des Strukturierungsmechanismus ist es, Komplexität zu reduzieren. Der zweite Mechanismus – die Problematisierung des Aufgabeninhalts – macht auf lösungskritische Aspekte aufmerksam, indem er die Aufmerksamkeit des Problemlösers auf Aspekte lenkt, die zur Lösung des Problems entscheidend sind, die aber ohne Hervorhebung womöglich übersehen werden (Reiser, 2004). Beispielsweise verdeutlicht die Zeichnung zur „Schneckenaufgabe“ (siehe Abbildung 7) die Besonderheit des letzten Tages, die mit zur Problemhaltigkeit dieser Aufgabe beiträgt. Ziel des Problematisierungsmechanismus ist in erster Linie nicht, die Aufgabe durch eine bereitgestellte Struktur zu vereinfachen, sondern vielmehr die spezifische Schwierigkeit einer Aufgabe hervorzuheben. Je nachdem, wie viel Struktur die externe Repräsentation bereits vorgibt, hat der Problemlöser mehr oder weniger Freiheitsgrade hinsichtlich möglicher Prozeduren, die er auf der Struktur der Repräsentation anwenden kann.

Wie viel Vorstrukturierung? Konstruktions- vs. Interpretationsaufwand

Sowohl die Verwendung bereitgestellter als auch die Erstellung und Nutzung eigener externer Repräsentationen bedeutet einen kognitiven Aufwand: Erstellt ein Problemlöser eigene externe Repräsentationen, so hat er einen Konstruktionsaufwand (Cox, 1999). Verwendet er hingegen vorgefertigte Zeichnungen oder vollständig ausgefüllte Tabellen, so tritt an die Stelle der Konstruktionsleistung ein Interpretationsaufwand: „For something to function as a representation, people must interpret it to give it meaning“ (Greeno & Hall, 1997, S. 362). Diese Interpretationsleistung erbringt der Problemlöser automatisch, sobald er eine externe Repräsentation konstruiert (Schnotz, 1996). Interpretations- und Konstruktionsaufwand verhalten sich gegenläufig. Wird eine externe Repräsentation ohne bereitgestellte Hilfen erstellt, dann ist der Konstruktionsaufwand maximal und der Interpretationsaufwand minimal. Wird eine vollständig elaborierte externe Repräsentation vorgegeben, dann ist der Interpretationsaufwand maximal und der Konstruktionsaufwand minimal. Dazwischen sind alle Abstufungen möglich: Mit zunehmender Vorgabe an Struktur und Elaboration der bereitgestellten Repräsentation steigt der Interpretationsaufwand und der Konstruktionsaufwand sinkt (Reiser, 2004). Umgekehrt sinkt bei abnehmender Vorgabe der Interpretationsaufwand und der Konstruktionsaufwand steigt.

Cox (1999) weist unter Bezug auf Zhang (1997) darauf hin, dass ein Problemlöser eine Art Kosten-Nutzen-Rechnung aufstellt: „Externalisation is beneficial if the cost associated with the externalisation process is outweighed by the benefits of using the external representation“ (Cox, 1999, S. 347). Einen solchen Nutzen scheinen gerade Grundschulkinder offenbar weniger zu erkennen als Schüler in höheren Klassenstufen (van Essen & Hamaker, 1990).

In einer Studie von Elia, Bell und Kolovou (2009) zu Lösungsstrategien von Grundschülern bei problemhaltigen Textaufgaben waren nur bei etwa der Hälfte der Probanden überhaupt Externalisierungen des Lösungsvorgehens erkennbar. Diverse Studien zeigen, dass sich beim Lösen von Textaufgaben noch seltener spontane Zeichnungen finden (Bell, Swan & Taylor, 1981; Bock et al., 1998; Bock et al., 2003; Fagnant & Vlassis, 2013; Groß, 2013). In einer Studie von de Bock et al. (2003) erstellten nur 10 % der untersuchten Achtklässler beim Lösen von Textaufgaben spontan eine Zeichnung und gerade einmal 9 % dieser Zeichnungen waren korrekt. In der bereits erwähnten Studie von Fagnant und Vlassis (2013) fanden sich in der Kontrollgruppe nur bei 9 von 584 Aufgabenbearbeitungen Repräsentationen, die die Struktur des Problems abbildeten. Hieran zeigt sich ein weiterer, vielfach beobachteter Befund: Kinder haben oftmals Probleme, effektive Zeichnungen beim Problemlösen zu erstellen (Bell et al., 1981; Diezmann, 2002; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Reed Woleck, 2001; van Garderen & Montague, 2003). Um für mathematisches Problemlösen nützlich zu sein, müssen depiktionale Repräsentationen die Struktur des Problems über räumliche Konfigurationen darstellen und nicht (nur) das Aussehen oder andere Oberflächenmerkmale der im Text beschriebenen Objekte abbilden (Cox, 1999; Diezmann & English, 2001). Hegarty und Kozhevnikov (1999) sprechen im ersten Fall von schematischen, im zweiten Fall von bildhaften Zeichnungen, die nach Carney und Levin (2002) eine rein dekorative Funktion erfüllen. Diverse Studien zeigten, dass erfolgreiches mathematisches Problemlösen positiv mit dem Erstellen schematischer Zeichnungen, aber negativ mit der Anfertigung bildhafter Zeichnungen korrelierte (Edens & Potter, 2008; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; van Garderen & Montague, 2003). Jedoch bleibt bei dieser korrelativen Betrachtung die Wirkrichtung unbestimmt. Van Essen und Hamaker (1990) weisen darauf hin, dass Schüler, die eine problemadäquate Zeichnung erstellten, oftmals die Aufgabe auch ohne eine Zeichnung hätten lösen können. Die Aufforderung ‚Erstelle eine Zeichnung' (Pólya, 1949) hilft Schülern mit geringem Aufgabenverständnis folglich wenig (Bell et al., 1981). Sie missverstehen die Aufforderung in dem Sinn, eine bildhafte Zeichnung anfertigen zu müssen (Reed Woleck, 2001). Auch führten Trainingsstudien zum Erstellen problemadäquater Zeichnungen zu unterschiedlichen Resultaten. Van Essen und Hamaker (1990) trainierten Viertklässler in drei Unterrichtsstunden, problemadäquate Zeichnungen zu erstellen. In einem anschließenden Zeichentest zeigte sich zwar eine Verbesserung in der Qualität der angefertigten Bilder, beim mathematischen Problemlösen zeichneten die Probanden jedoch nicht häufiger als sie es vor der Intervention taten. Jüngere Studien zeigten hingegen mittlere bis große Effekte von Repräsentationstrainings auch in der Grundschule (Csíkos, Szitányi & Kelemen, 2012; Sturm, 2015). Im Vergleich zu van Essen und Hamaker (1990) erstreckte sich das Training jedoch über einen deutlich längeren Zeitraum: 20 Unterrichtsstunden bei Csíkos et al. (2012) und zwölf Stunden bei Sturm (2015). Dass auch bereits eine sehr kurze Intervention einen Effekt erzielen kann, zeigten Fagnant und Vlassis (2013). Ihre Intervention war kein Training im eigentlichen Sinne. Vielmehr erhielten die teilnehmenden Viertklässler vier problemhaltige Textaufgaben mit bereitgestellten Diagrammen. Sie wurden im Umgang mit den Diagrammen weder instruiert noch trainiert. Die Anzahl an selbsterstellten externen Repräsentationen und auch die Lösungsraten waren im Nachtest, der auf die Intervention folgte, signifikant höher als im Vortest (siehe auch das Kapitel *Empirische Studien zur Bildwirkung bei der Lösung von Textaufgaben*). Einschränkend muss allerdings festgehalten werden, dass es keine Kontrollgruppe gab und die Teilnehmer im Nachtest explizit aufgefordert wurden, der Intervention entsprechende Diagramme zu erstellen.

Zusammenfassung: Externe Repräsentationen selbst konstruieren oder vorgefertigte verwenden?

Erstellt ein Schüler beim mathematischen Problemlösen eine eigene externe Repräsentation, so konstruiert er durch aktives Handeln sein eigenes Verständnis der Aufgabe. Aus konstruktivistischer Sicht ist es eben diese aktive Konstruktionsleistung, die die für das Problemlösen notwendigen kognitiven und metakognitiven Prozesse befördert. Wird ein Schüler hingegen aufgefordert, eine bereitgestellte externe Repräsentation zu nutzen, aus der er das Ergebnis ablesen kann, muss er eine Interpretationsleistung erbringen. Aus instruktionalistischer Sicht aktiviert auch diese ‚passive' Interpretationsleistung erstens die notwendigen (meta-)kognitiven Prozesse, sofern das Material nach bestimmten Regeln gestaltet und aufbereitet ist. Zweitens verschwendet der Schüler keine kognitiven Ressourcen durch nicht-zielführendes Handeln. Studien zu selbsterstellten und bereitgestellten Repräsentationen beim mathematischen Problemlösen zeigen einerseits, dass die Konstruktion eigener Darstellungen hilfreich sein kann (z. B. van Dijk et al., 2003). Andererseits belegen Studien, dass Schüler – gerade in den unteren Klassenstufen – ihre Denkprozesse oftmals nicht unaufgefordert externalisieren und keine externen Repräsentationen als Denkwerkzeuge konstruieren (z. B. de Bock et al., 1998; de Bock et al., 2003; Elia et al., 2009). Darüber hinaus bilden Schüler in ihren selbsterstellte Repräsentationen nicht immer die Problemstruktur der Aufgabe ab, sondern dekorative Oberflächenmerkmale (Diezmann, 2002; Hegarty & Kozhevnikov, 1999). Jedoch geht auch mit einer bereitgestellten Repräsentation nicht automatisch deren (richtige) Verwendung einher (Dewolf, van Dooren, Hermens & Verschaffel, 2012; Pantziara et al., 2009).

Die konstruktivistische und die instruktionalistische Sichtweise treffen in Unterrichtsmethoden zusammen, die aktives Schülerhandeln fördern, dieses aber etwa mit der Vorgabe von Strukturierungshilfen anleiten. Bereitgestellte externe Repräsentationen können beim mathematischen Problemlösen eine solche Strukturierungshilfe darstellen und je nachdem, wie viel oder wie wenig Struktur sie bereits vorgeben, den Problemlöseprozess im Sinne eines „Scaffoldings" mehr oder weniger stark anleiten. Auf einer gedachten Skala der bereitgestellten Menge an Struktur bildet die konstruktivistische Sichtweise mit keinerlei Vorgabe einen Extrempunkt. Die instruktionalistische Perspektive steht am gegenüberliegenden Extrempunkt. Im Sinne der Aptitude-Treatment-Interaktionsforschung (Snow, 1989) bleibt jedoch die Frage offen, für wen wann wie viel Vorstrukturierung angebracht ist.

In der vorliegenden Studie wurde die Menge der vorgegebenen Struktur in den bereitgestellten Repräsentationen variiert (im Weiteren: Grad der Vorstrukturierung). Mit zunehmendem Grad der Vorstrukturierung verkleinerte sich der Konstruktionsaufwand bei gleichzeitig steigendem

Interpretationsaufwand, den der Schüler erbringen musste, und die Freiheitsgrade der ausführbaren Handlungen wurden reduziert: Der Problemlöseprozess wurde stärker in eine Richtung gelenkt. Am ‚instruktionalistischen Ende' der Skala stand eine vollständig vorstrukturierte Repräsentation, aus der die Lösung abgelesen werden konnte. Mit abnehmendem Grad der Vorstrukturierung stieg der Konstruktionsaufwand bei gleichzeitig abnehmendem Interpretationsaufwand. Zugleich hatte der Schüler mehr Freiheit, eigene Wege zu beschreiten und weniger vorgegebene Informationen zu interpretieren. Am ‚konstruktivistischen Ende' der Skala stand eine Kontrollbedingung, bei der die Probanden weder vorgefertigte externe Repräsentationen erhielten noch explizit aufgefordert wurden, solche zu erstellen. Vor dem Hintergrund der Studienergebnisse etwa von Elia et al. (2009), Groß (2013) und Hohn (2012) wurde angenommen, dass Viertklässler bei der Bearbeitung von problemhaltigen Textaufgaben eher mehr als weniger Vorstrukturierung benötigen. Der höhere Interpretationsaufwand bei einem höheren Grad der Vorstrukturierung sollte weniger ins Gewicht fallen als der zu erbringende höhere Konstruktionsaufwand bei einem geringeren Grad der Vorstrukturierung. Mit anderen Worten: Es wurde angenommen, dass das Problemlösen mit zunehmender Vorstrukturierung der Repräsentation effektiver und effizienter wird, da die Freiheitsgrade der ausführbaren Handlungen beschränkt und der Konstruktionsaufwand verringert wurde.

2.2.4 Zusammenfassung

Externe Repräsentationen können beim mathematischen Problemlösen als kognitive Werkzeuge der Lösungsfindung dienen, indem sie das Arbeitsgedächtnis entlasten und dem Problemlöser ermöglichen, in einem dynamisch-iterativen Prozess einen ständigen Abgleich seines flüchtigen mentalen Modells der Aufgabensituation mit den externalisierten Informationen vorzunehmen (Schnotz et al., 2011). Nach dem ITPC-Modell von Schnotz und Bannert (1999, 2003) werden depiktionale Repräsentationen wie etwa Zeichnungen über den visuellen Kanal verarbeitet, der direkt zu dem für den Lösungserfolg bedeutsamen mentalen Modell führt. Vor allem Schüler mit Schwierigkeiten beim Textverständnis dürften bei der Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells von einer bildlichen Quelle neben dem Aufgabentext profitieren (Schnotz, 2014). Deskriptionale Repräsentationen wie der Aufgabentext oder aber auch bereitgestellte Tabellen werden über den verbalen Kanal verarbeitet. Eine Tabelle, die ein strukturiertes und systematisches Lösungsprocedere ermöglicht, dürfte daher für solche Schüler hilfreich sein, die bereits mit der textlichen Information ein aufgabenadäquates mentales Modell bilden konnten.

Sollen Viertklässler beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben ihre eigenen externen Repräsentationen anfertigen oder sollen standardisierte Repräsentationsformen als Hilfsmittel bereitgestellt werden? Nach der konstruktivistischen Sichtweise sollten spontane Schülerrepräsentationen den Ausgangspunkt für ein aktives, entdeckendes Schülerhandeln bilden, da eine bloße

Darbietung vorgefertigter Repräsentationen nicht immer ausreicht, um die notwendigen kognitiven und metakognitiven Prozesse zur Bildung eines adäquaten mentalen Modells sicherzustellen (van Meter & Garner, 2005). Vertreter der instruktionalistischen Sichtweise erachten Methoden, die auf ein pures entdeckendes Schülerhandeln basieren, als kontraproduktiv für das Lernen. Aus dieser Perspektive sollten Schüler vielmehr als Ausgangspunkt gezeigt bekommen, welche standardisierten Repräsentationsformen für welche Problemtypen geeignet sind; die Schüler sollten deren Anwendung lernen und aktiv üben, da sie häufig keine eigenen externen Repräsentationen erstellen (Elia et al., 2009; Groß, 2013; Hohn, 2012) und oft Schwierigkeiten haben, die mathematische Struktur einer Aufgabe adäquat abzubilden (Hegarty & Kozhevnikov, 1999). Wenn entdeckendes Schülerhandeln – etwa beim eigenständigen Problemlösen – zum Einsatz kommt, sollte es mit der Vorgabe von Strukturierungshilfen angeleitet werden. Die vorliegende Studie geht der Frage nach, ob und wie viel Strukturierungshilfe Viertklässler beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben benötigen. Dafür stellte sie Grundschülern, vergleichbar der Studie von Fagnant und Vlassis (2013), in einem Prätest-Interventionstest-Posttest-Design vorgefertigte externe Repräsentationen ohne Instruktion und Training bereit (Intervention). Anders als in der Untersuchung von Fagnant und Vlassis (2013) wurde aber erstens bei den bereitgestellten Repräsentationen der Grad der bereits vorgenommenen Strukturierung variiert, so dass die Zeichnungen und Tabellen je nach Grad der Vorstrukturierung noch mehr oder weniger Elaboration durch die Schüler erforderten. Zweitens wurde eine Kontrollgruppe in das Design aufgenommen: Ein Teil der Probanden erhielt keine vorgefertigten Hilfsmittel, um mögliche generelle Lerneffekte ausmachen zu können. Drittens wurde der Posttest mit größerer Zeitverzögerung (ca. vier Wochen) und ohne explizite Aufforderung, eine externe Repräsentation zu erstellen, durchgeführt.

3 Forschungsfragen und Annahmen

Die vorliegende Untersuchung basiert auf zwei Grundannahmen: Erstens wird angenommen, dass für einen effektiven und effizienten Lösungsprozess bei problemhaltigen Textaufgaben ein aufgabenadäquates mentales Modell konstruiert und genutzt werden muss. Zweitens wird davon ausgegangen, dass die Verwendung externer Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells – und damit den Lösungsprozess – verbessern und erleichtern kann. Ein aufgabenadäquat konstruiertes mentales Modell liegt dann vor, wenn es die zur Lösung des Problems nötige Struktur vollständig und zutreffend abbildet. Eine aufgabenadäquate Nutzung meint die Ausführung lösungsrelevanter Prozeduren auf dieser Struktur. Eine adäquate Struktur ist Voraussetzung für adäquate Prozeduren.

Wie in Kapitel 2.2.3 gezeigt, machen gerade Grundschüler während des Lösungsprozesses bei problemhaltigen Textaufgaben häufig keine spontanen Externalisierungen zur Repräsentation des Problems, was mit geringen Lösungsraten einhergeht. Die Grundidee der vorliegenden Untersuchung bestand daher darin, Grundschülern bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben unterschiedlich vorstrukturierte Tabellen und Zeichnungen als Hilfs- und Arbeitsmittel bereitzustellen, um auf diese Weise eine Externalisierung der kognitiven Prozesse nahezulegen und zu erleichtern.

Folgende Forschungsfragen sollten beantwortet werden:

Forschungsfrage 1:	Verbessern und erleichtern bereitgestellte vorstrukturierte externe Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Modelle beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben oder sollen Problemlöser ihre eigenen externen Repräsentationen erstellen?
Forschungsfrage 2a:	Welche bereitgestellte externe Repräsentationsform – deskriptional oder depiktional – verbessert und erleichtert die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr?
Forschungsfrage 2b:	Welcher Grad der Vorstrukturierung der bereitgestellten externen Repräsentation verbessert und erleichtert die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr?

In Hinblick auf Forschungsfrage 1 wurde angenommen, dass die Bereitstellung einer externen Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells erleichtert und verbessert. Dies sollte sich sowohl in der Situation des Arbeitens mit bereitgestellten Repräsentationen zeigen (Annahme 1a) als auch in der Situation einer nachfolgenden Bearbeitung strukturgleicher Aufgaben ohne bereitgestellte Repräsentationen (Annahme 1b). Annahme 1a zielte auf unmittelbare Effekte beim *Arbeiten mit* vorgefertigten externen Repräsentationen im Vergleich zum Problemlösen ohne bereitgestellte Hilfsmittel. Annahme 1b zielte auf mittelbare Effekte bereitgestellter Repräsentationen auf späteres Problemlösen, was im Folgenden als *Lernen von* externen Repräsentationen bezeichnet wird.

Weiter wurde angenommen, dass die Effekte abhängig von Personenmerkmalen mehr oder weniger ausgeprägt auftreten („Aptitude-Treatment-Interaktion“): Je geringer das Vorwissen (Annahme 1c) und je geringer die Lesefähigkeit (Annahme 1d), desto mehr sollte die Bereitstellung einer vorgefertigten externen Repräsentationen – insbesondere einer Zeichnungen – die kognitiven Prozesse beim Bearbeiten der problemhaltigen Textaufgaben verbessern und erleichtern. Hingegen sollten die Effekte unabhängig von der allgemeinen kognitiven Fähigkeit (Annahme 1e) und der Rechenfähigkeit des Schülers (Annahme 1f) sein.

In Hinblick auf Forschungsfrage 2a wurde angenommen, dass eine bereitgestellte externe depiktionale Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr fördert und einen direkteren Zugang zu relevanten Informationen ermöglicht als eine externe deskriptionale Repräsentation (Annahme 2a). In Hinblick auf Forschungsfrage 2b wurde angenommen, dass mit zunehmendem Grad der Vorstrukturierung der bereitgestellten externen Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines adäquaten mentalen Modells verbessert und erleichtert wird (Annahme 2b).

Als Indikatoren für eine Verbesserung bei der Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells wurden der Lösungserfolg und das Aufgabenverständnis herangezogen. Anhand dieser beiden Indikatoren sollte gemessen werden, wie effektiv die bereitgestellte externe Repräsentation für das Problemlösen war. Als Indikatoren einer Erleichterung bei der Konstruktion und Nutzung mentaler Repräsentationen wurden die wahrgenommene Schwierigkeit und die wahrgenommene Anstrengung sowie die Bearbeitungsdauer betrachtet. Mithilfe dieser drei Indikatoren sollte beurteilt werden, wie effizient die bereitgestellte externe Repräsentation für das Problemlösen war.

4 Operationalisierung und Ablauf der Studie

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurden drei aufeinander aufbauende empirische Untersuchungen durchgeführt: (1) explorative Vorstudie, (2) experimentelle Vorstudie und (3) experimentelle Hauptstudie. Zentral für die Beantwortung der Forschungsfragen war die experimentelle Hauptstudie. Die explorative und die experimentelle Vorstudie dienten zur Vorbereitung der Hauptstudie.

In der experimentellen Hauptstudie bearbeiteten Viertklässler problemhaltige Textaufgaben. Eine Experimentalgruppe erhielt zu den Aufgaben vorgefertigte externe Repräsentationen. Eine Kontrollgruppe bekam keine vorgefertigten Lösungshilfen. Die in der Experimentalgruppe bereitgestellten Repräsentationen waren einmal Tabellen (deskriptional) und einmal Zeichnungen (depiktional). Darüber hinaus wurde bei den bereitgestellten Tabellen und Zeichnungen der Grad an Vorstrukturierung variiert. Die beiden Vorstudien dienten einerseits der Identifikation von geeigneten problemhaltigen Textaufgaben und andererseits der Erprobung von aufgabenspezifischen Tabellen und Zeichnungen mit unterschiedlichem Vorstrukturierungsgrad. Die folgende Abbildung 8 gibt einen Überblick zum Studienablauf:

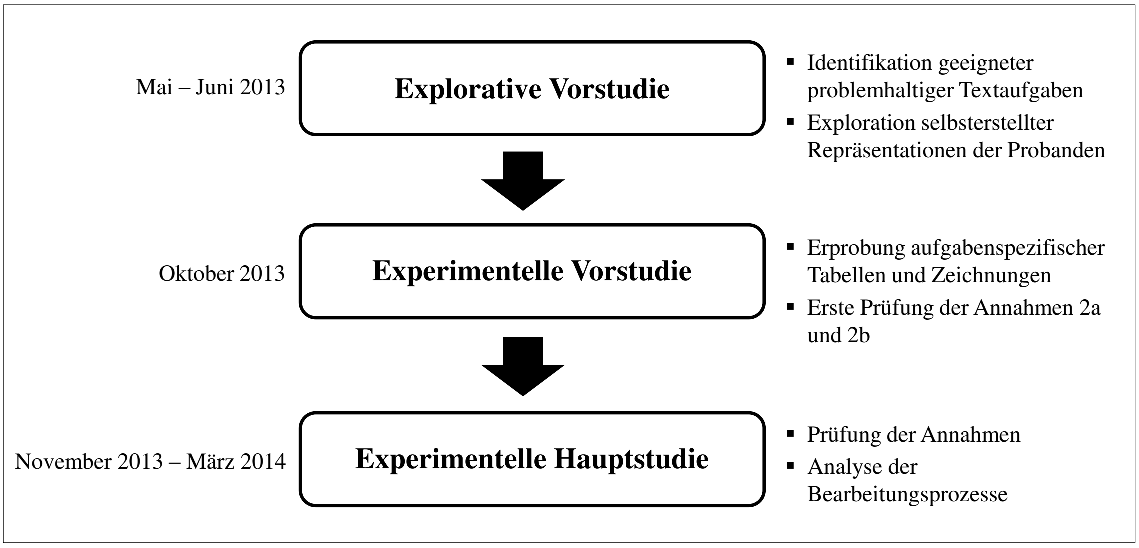


Abbildung 8. Ablauf der Studie.

5 Empirische Untersuchungen

Das Kapitel ist in drei Abschnitte gegliedert. Abschnitt 5.1 berichtet über die explorative Vorstudie. In Abschnitt 5.2 wird die experimentelle Vorstudie dargestellt und in Kapitel 5.3 die experimentelle Hauptuntersuchung.

5.1 Explorative Vorstudie

Die explorative Vorstudie hatte erstens zum Ziel, geeignete problemhaltige Textaufgaben für die experimentelle Hauptuntersuchung zu identifizieren. Zweitens sollten die selbsterstellten externen Repräsentationen der Grundschüler bei der Aufgabenbearbeitung in Hinblick auf die für die Hauptuntersuchung zu entwickelnden Tabellen und Zeichnungen gesichtet werden. Welche externen Repräsentationen nutzten die Probanden und welche führten zum Erfolg? Erstellten die Teilnehmer Tabellen und Zeichnungen und wie sahen diese gegebenenfalls aus?

5.1.1 Zielsetzungen

Identifikation geeigneter problemhaltiger Textaufgaben

In Hinblick auf die Identifikation von geeigneten problemhaltigen Textaufgaben wurden erstens die empirische Aufgabenschwierigkeit, zweitens die wahrgenommene Schwierigkeit und drittens die Bearbeitungsdauer der Aufgaben untersucht:

Empirische Aufgabenschwierigkeit. Mit Blick auf die Hauptstudie sollten einerseits Aufgabentypen mit unterschiedlicher Schwierigkeit und andererseits, innerhalb eines Aufgabentyps, Aufgaben mit gleicher Schwierigkeit identifiziert werden. Aufgabentypen mit unterschiedlicher Schwierigkeit wurden benötigt, um mögliche Effekte bereitgestellter externer Repräsentationen in der experimentellen Hauptstudie sowohl bei leistungsstarken als auch bei leistungsschwächeren Kindern zeigen zu können. Die Aufgaben innerhalb eines Aufgabentyps sollten die gleiche Schwierigkeit haben, um mögliche Unterschiede in den abhängigen Variablen auf die experimentelle Manipulation zurückführen zu können und nicht auf unterschiedliche Aufgabenschwierigkeiten.

Vor diesem Hintergrund wurden aus der Sammlung problemhaltiger Textaufgaben von Rasch (2001) drei unterschiedliche Aufgabentypen mit unterschiedlich angenommener Schwierigkeit herangezogen: Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgaben (siehe Kapitel 2.1.2). Die „cognitive load theory“ von Sweller et al. (1998) definiert die inhärente Schwierigkeit einer

Aufgabe („intrinsic load") über die Anzahl der aufeinander zu beziehenden Elemente (Elementinteraktivität). Bei den Bewegungsaufgaben mussten zur Lösung vergleichsweise die meisten Bedingungen zeitgleich im Arbeitsgedächtnis gehalten und aufeinander bezogen werden. Folglich hatten diese Aufgaben die höchste Elementinteraktivität und ließen die vergleichsweise höchste Schwierigkeit erwarten. Die Kombinatorik- und Vergleichsaufgaben hatten eine geringere Elementinteraktivität. Für diese Aufgaben wurde eine geringere Schwierigkeit angenommen als für die Bewegungsaufgaben.

Innerhalb eines Aufgabentyps haben die Aufgaben bei Rasch (2001) nicht zwangsläufig die exakt gleiche mathematische Struktur. Rasch (2001) zieht bei der Kategorisierung der Aufgaben neben „mathematisch-logischen" auch „entwicklungsspezifische", „sprachlich-situative" und „semantische Aspekte" heran (Rasch, 2001). So finden sich etwa Bewegungsaufgaben mit unterschiedlicher mathematischer Struktur oder Kombinatorikaufgaben mit abweichender kombinatorischer Logik. Mit Blick auf die experimentelle Hauptstudie sollte geprüft werden, inwiefern innerhalb eines Aufgabentyps auch Aufgaben mit abweichender mathematischer Struktur eine vergleichbare Schwierigkeit aufweisen.

Wahrgenommene Aufgabenschwierigkeit. Neben der Bestimmung der empirischen Schwierigkeit anhand der Lösungsraten sollte in der explorativen Vorstudie auch getestet werden, ob Viertklässler unterschiedliche Aufgaben unterschiedlich schwierig wahrnehmen und wie diese wahrgenommene Schwierigkeit mit der empirischen Schwierigkeit zusammenhängt.

Bearbeitungsdauer der Aufgaben. Neben der Aufgabenschwierigkeit sollte auch die durchschnittliche Bearbeitungsdauer der Aufgaben eruiert werden, um eine belastbare Einschätzung für die Entwicklung des Erhebungsdesigns der experimentellen Hauptuntersuchung vorliegen zu haben.

Identifikation geeigneter externer Repräsentationen

In Hinblick auf die selbsterstellten Repräsentationen der Schülerinnen und Schüler bei der Aufgabenbearbeitung waren drei Fragen von Interesse:

– Erstellten die Probanden eigene externe Repräsentationen, und wenn ja, welche?
– Gab es einen Zusammenhang zwischen dem Erstellen von externen Repräsentationen und dem Lösungserfolg?
– Wenn ja: Bei welchen Repräsentationen zeigte sich der größte Zusammenhang mit dem Lösungserfolg?

5.1.2 Methode

Versuchspersonen

An der Studie nahmen 54 Viertklässler aus zwei vierten Klassen einer Grundschule in Landau (Rheinland-Pfalz) teil. 31 Versuchspersonen waren Jungen und 23 Mädchen. Das Alter der Kinder wurde nicht erhoben.

Untersuchungsmaterial und Erhebungsinstrumente

Aufgaben. Die Studie umfasste insgesamt zwölf problemhaltige Textaufgaben (siehe Tabelle 1) aus der Sammlung von Rasch (2001). Davon waren nach der Definition von Rasch (2001) vier Kombinatorik-, vier Vergleichs- und vier Bewegungsaufgaben. Die Vergleichsaufgaben hatten alle die mathematische Struktur von „a + b = c“, wobei die Summe „c“ und die Differenz zwischen den Teilen („a – b“ oder „b – a“) gegeben waren. Die Teile „a“ und „b“ mussten bestimmt werden. Die vier Bewegungsaufgaben unterschieden sich in ihrer mathematischen Struktur. Gemeinsam war ihnen eine zu modellierende Bewegung mindestens eines Objektes im „Verhältnis zur Zeit“ (Rasch, 2001, S. 38). Die Aufgaben unterschieden sich aber hinsichtlich der Anzahl der sich bewegenden Objekte und der Bewegungsrichtungen. In der „Wettlaufaufgabe“ bewegten sich zwei Objekte mit unterschiedlicher Geschwindigkeit in die gleiche Richtung. Bei der „Zügeaufgabe“ waren es ebenfalls zwei Objekte, die sich in unterschiedlicher Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzte Richtungen bewegten. In der „Ameisen-“ und „Schneckenaufgabe“ bewegte sich jeweils ein Objekt abwechselnd vor- und rückwärts. Unter den Kombinatorikaufgaben hatten jeweils zwei Aufgaben die gleiche kombinatorische Logik. Bei der „Eis-“ und der „Legoaufgabe“ lag die kombinatorische Struktur des Ziehens mit Zurücklegen zugrunde, wobei die Aufgabenformulierungen offen ließen, ob die Reihenfolge zu beachten war oder nicht. In der hier berichteten Untersuchung wurden beide Lösungen als richtig gewertet. Die „Handschlag-“ und die „Telefonleitungsaufgabe“ folgten mit $\frac{n(n-1)}{2}$ (n = zu kombinierende Objekte) einer anderen kombinatorischen Logik.

Die zwölf Aufgaben wurden auf vier Aufgabenhefte verteilt. Ein Aufgabenheft enthielt immer ein Aufgabenset, das aus einer per Losverfahren (Ziehen ohne Zurücklegen) zugewiesenen Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgabe bestand. Zur Kontrolle von Reihenfolge-Effekten wurde sowohl die Abfolge der Aufgabensets als auch die Reihenfolge der Aufgaben innerhalb eines Aufgabensets nach der Methode des Lateinischen Quadrats variiert. Dies führte zu zwölf Treatments (siehe Tabelle 1 im Anhang), die ad random auf die Probanden verteilt wurden.

Tabelle 1

Textaufgaben der explorativen Vorstudie

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4
Kombinatorik	**Handschlagaufgabe:** Jonas, Marie, Leoni und Alexander gehen in die Ferien. Jedes Kind verabschiedet sich von jedem mit Handschlag. Wie viele Handschläge sind es?	**Telefonleitungsaufgabe:** Vier abgelegene Dörfer bekommen endlich eine Telefonverbindung. Jedes Dorf soll mit jedem verbunden werden. Wie viele Leitungen müssen gelegt werden?	**Eisaufgabe:** Leonie möchte sich ein Eis kaufen. Sie hat Geld für zwei Kugeln Eis. Der Eisverkäufer bietet drei Sorten Eis an: Schoko, Vanille und Himbeereis. Was für ein Eis könnte sie sich kaufen? Wie viele Möglichkeiten hat sie?	**Legoaufgabe:** Marie hat gelbe, blaue und rote Legosteine. Sie steckt zwei Steine zusammen. Wie viele Farbkombinationen gibt es?
Vergleich	**Schneeballaufgabe:** Die Kinder der 4. Klasse freuen sich über den ersten Schnee. Luisa und Eric werfen ihre Schneebälle besonders weit. Addiert man beide Strecken sind es 18 m. Eric wirft 4 m weiter als Luisa. Wie weit wirft Eric? Wie weit Luisa?	**Altersaufgabe:** Leoni und Marie sind zusammen 18 Jahre alt. Leoni ist 4 Jahre älter als Marie. Wie alt ist Leonie? Wie alt ist Marie?	**Kinoaufgabe:** Alle Kinder der Grundschule machen einen Ausflug ins Kino. Sie brauchen 120 Plätze im Kinosaal. Es sind 8 Mädchen mehr als Jungen mitgekommen. Wie viele Mädchen sitzen im Kinosaal? Und wie viele Jungen?	**Kartenaufgabe:** Lukas und Jonas haben zusammen 128 Yu-Gi-Oh-Karten. Lukas hat 18 Karten mehr als Jonas. Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?
Bewegung	**Schneckenaufgabe:** Eine Schnecke in einem 24 m tiefen Brunnen will nach oben. Sie kriecht am Tag immer 6 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die sie während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Sie kriecht am Montagmorgen los. An welchem Tag erreicht sie den Brunnenrand?	**Ameisenaufgabe:** Der Weg der kleinen Ameise auf dem Quadrat: Die Seite des Quadrats ist 200 m lang. Tagsüber legt die Ameise genau 200 m zurück. Aber während der Nacht bläst sie ein starker Wind die halbe Strecke, die sie während des Tages zurückgelegt hat, wieder zurück. Am Montagmorgen geht sie los. Sie läuft von A aus über B, C und D wieder nach A. An welchem Tag wird sie A wieder erreichen?	**Wettlaufaufgabe:** Jonas und Alexander laufen um die Wette. In der Zeit, in der Jonas 100 m läuft, schafft Alexander 75 m. Jonas gibt Alexander 50 m Vorsprung. Wann hat er ihn eingeholt?	**Zügeaufgabe:** Auf einem Bahnhof fahren zur gleichen Zeit zwei Züge ab. Sie fahren in entgegengesetzte Richtungen. Der eine fährt pro Stunde 80 km, der andere fährt pro Stunde 60 km. Wie weit sind die beiden Züge nach 1 ½ Stunden voneinander entfernt?

Erhebungsbogen zur wahrgenommenen Schwierigkeit. Die wahrgenommene Schwierigkeit wurde rückblickend auf die Bearbeitung der zwölf Aufgaben an einem separaten Termin mithilfe eines Erhebungsbogens gemessen[2]. Auf dem Erhebungsbogen waren alle in der Studie verwendeten Aufgaben aufgelistet. Die Versuchspersonen wurden dahingehend instruiert, dass es diesmal nicht darum gehe, die Aufgaben zu lösen, sondern um ihre persönliche Einschätzung, wie schwierig oder leicht die jeweilige Aufgabe bei der zurückliegenden Bearbeitung für sie war. Zur Beurteilung der wahrgenommenen Schwierigkeit stand den Probanden für jede Aufgabe eine 5-Punkt-Likert-Skala zur Verfügung. Jeder Skalenpunkt war beschriftet („1 = sehr

[2] Eine Erhebung der wahrgenommenen Schwierigkeit war im Rahmen der explorativen Vorstudie ursprünglich nicht vorgesehen. Während der Feldphase zeigten sich jedoch Diskrepanzen in den von einzelnen Schülern immer wieder geäußerten Schwierigkeitswahrnehmungen der Aufgaben (leicht) und den tatsächlichen Ergebnissen (falsche Lösungen). Eine Korrelation von wahrgenommener und tatsächlicher Aufgabenschwierigkeit erschien daher interessant, so dass die Frage nach der wahrgenommenen Schwierigkeit – im Bewusstsein aller methodischen Einschränkungen – nachträglich gestellt wurde.

schwer“, „2 = eher schwer“, „3 = mittel“, „4 = eher leicht“, „5 = sehr leicht“). Zusätzlich waren die Skalenpunkte visuell mit einem der Beschriftung korrespondierenden Smiley versehen.

Der Einsatz von subjektiven Rating-Skalen zur Messung der kognitiven Belastung bei der Aufgabenbearbeitung ist in der Cognitive-Load-Forschung (Sweller, 1988b; Sweller et al., 1998) ein gängiges Verfahren (Hendy, Hamilton & Landry, 1993). Das Verfahren basiert auf der Annahme, dass für Lernende bzw. Problemlösende die eigenen kognitiven Prozesse zugänglich sind und sie das Maß an kognitiver Belastung quantifizieren können (Paas, Tuovinen, Tabbers & van Gerven, 2003; Sweller et al., 1998). Diese Annahme konnte unter anderen von Gopher und Braune (1984) bestätigt werden. Fragen zur Art der Skala – etwa ob eindimensional (Single-Item) oder mehrdimensional sowie Anzahl an Skalenpunkten und -beschriftungen – wurden mehrfach empirisch untersucht (z. B. Hendy et al., 1993) und als unkritisch für die Messung des Konstrukts erachtet (Sweller et al., 1998). Auch Single-Item-Skalen gelten als sensitiv für kleine Unterschiede, reliabel und valide (Paas, 1992; Paas & van Merriënboer, 1994) und bieten den Vorteil, auch ohne großen (Zeit-)Aufwand unaufdringlich eingesetzt werden zu können (Paas et al., 2003).

Durchführung der Untersuchung

Die Bearbeitung der Aufgaben war auf vier Erhebungszeitpunkte verteilt. An jedem Erhebungszeitpunkt bearbeiteten die Probanden ein Aufgabenheft. Die Erhebungen waren weitgehend gleichmäßig über einen Zeitraum von fünf Wochen in den Monaten Mai und Juni 2013 gestreut und fanden in den Klassenräumen statt. Die Lehrkräfte stellten jeweils 45 Minuten Unterrichtszeit zur Verfügung. Versuchsleiter war immer der Autor der Studie.

In einer Einführung stellte sich der Versuchsleiter vor und erläuterte den Kindern den Untersuchungszweck. Dabei betonte er, dass er untersuchen möchte, was Textaufgaben für manche Kinder schwer und für andere leicht mache und wie man Kindern mit Schwierigkeiten bei der Lösung solcher Aufgaben helfen könne. Er erläuterte weiter, dass sie deshalb einige Textaufgaben bearbeiten sollten. Dabei ginge es nicht darum, die Kinder zu bewerten, sondern etwas über die Aufgaben zu erfahren.

Der Versuchsleiter teilte das Aufgabenheft aus. Auf seine Anweisung begannen alle Teilnehmer zum gleichen Zeitpunkt mit der Bearbeitung des Aufgabenhefts. Der Versuchsleiter stoppte mithilfe einer Stoppuhr die Zeit. Sobald ein Proband mit einer Aufgabe im Heft fertig war, zeigte er auf und der Versuchsleiter rief im die Uhrzeit auf die volle Minute gerundet zu. Der Proband notierte die genannte Uhrzeit neben seinen Antwortsatz und fuhr mit der nächsten Aufgabe fort. Sobald die dritte Aufgabe bearbeitet war, sammelte der Versuchsleiter das Heft ein und notierte den Vornamen des Kindes auf das Heft, so dass die Zuordnung der vier Aufgabenhefte zu einem Probanden möglich war. Die Probanden hatten jeweils eine Schulstunde für die Bearbeitung eines Aufgabenhefts Zeit, was auch für den langsamsten Versuchsteilnehmer ausreichend war. Der Versuchsleiter gab auch bei Nachfrage der Kinder keine inhaltlichen Hilfestellungen zu den Aufgaben.

An einem fünften Termin, der maximal eine Woche nach der letzten Erhebung lag, erhielten die Versuchspersonen zunächst den Erhebungsbogen für die Beurteilung der wahrgenommenen Schwierigkeit bei der Aufgabenbearbeitung. Die restliche Unterrichtsstunde wurde genutzt, um die Aufgabenlösungen zu besprechen. Einzelne Schüler konnten ihre Lösungswege an der Tafel vorführen. Der Versuchsleiter gab Hilfestellungen und zeigte, wie die Aufgaben zum einen mithilfe einer Zeichnung und zum anderen mithilfe einer Tabelle gelöst werden konnten. Abschließend bekamen die Schüler ein Lösungsblatt mit den Ergebnissen aller Aufgaben. Ebenso bekamen sie ihre Aufgabenhefte zurück, um ihre Lösungswege und Ergebnisse mit den „Musterlösungen" vergleichen zu können.

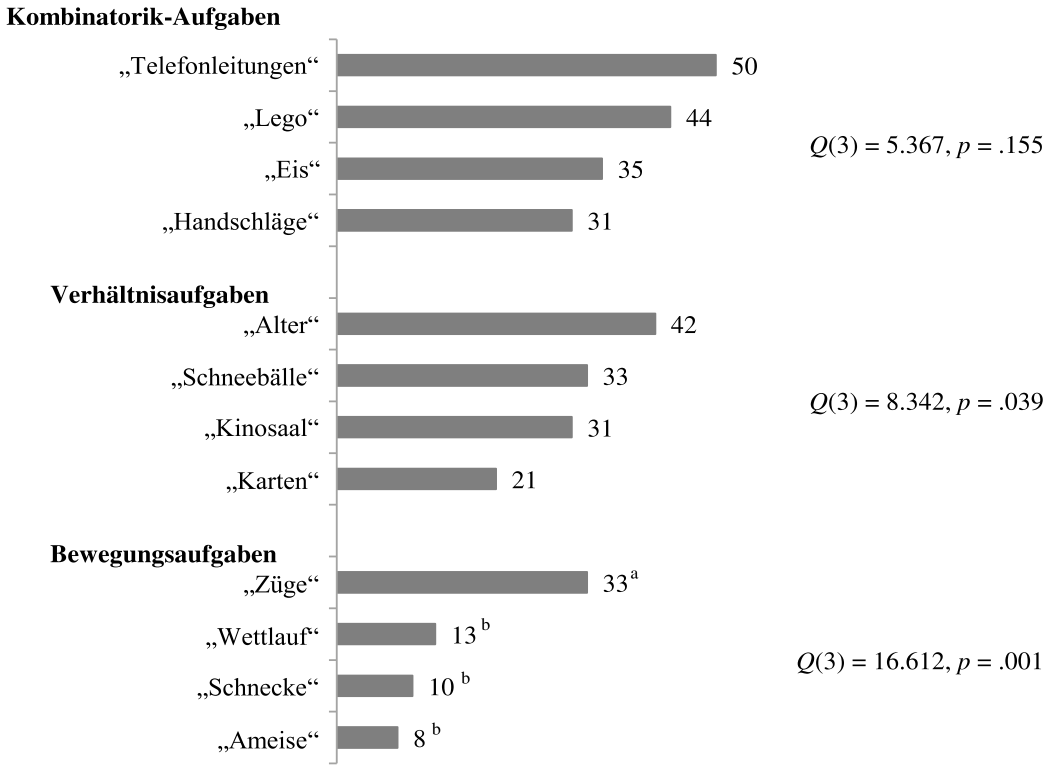
5.1.3 Ergebnisse

Empirische Aufgabenschwierigkeit

Von den 54 Versuchspersonen bearbeiteten 48 alle zwölf Aufgaben. Diese 48 Versuchspersonen bildeten die Basis für die Analysen zur Aufgabenschwierigkeit. Zur Ermittlung der Aufgabenschwierigkeiten wurde die Lösungsrate für jede Aufgabe betrachtet. Die Lösungsrate wurde dichotom mit „0 = falsches oder kein Ergebnis" und „1 = richtiges Ergebnis" codiert. Durch die Codierung mit „0" und „1" liegt bei aggregierten Werten das arithmetische Mittel zwischen 0 und 1 und drückt multipliziert mit 100 die durchschnittliche Lösungsrate in Prozent aus. Die durchschnittliche Lösungsrate lag bei 29 %.

Schwierigkeit der Aufgabentypen. Um zu prüfen, ob sich die drei Aufgabentypen in ihrer Schwierigkeit unterschieden, wurde eine 1-faktorielle Varianzanalyse mit dem messwiederholten Faktor Aufgabentyp (1 = Kombinatorik-, 2 = Verhältnis- und 3 = Bewegungsaufgabe) gerechnet. Die Analyse ergab einen signifikanten Effekt des Aufgabentyps: $F(2, 94) = 13.139$, $p < .001$. Die Versuchsteilnehmer lösten am häufigsten Kombinatorik- (40 %) gefolgt von Vergleichsaufgaben (32 %) richtig. Bei den Bewegungsaufgaben kamen die Probanden durchschnittlich nur in 16 % der Fälle zur richtigen Lösung. Post-hoc durchgeführte paarweise Vergleiche mit Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau von $p < .017$ zeigten, dass sich die mittlere Lösungsrate der Bewegungsaufgaben statistisch signifikant von der durchschnittlichen Lösungsrate der Vergleichs- ($t(47) = 3.254$, $p = .001$, 1-seitig) und der Kombinatorikaufgaben ($t(47) = 5.981$, $p < .001$, 1-seitig) unterschied. Hingegen unterschied sich die durchschnittliche Lösungsrate der Vergleichsaufgaben nicht signifikant von der mittleren Lösungsrate der Kombinatorikaufgaben: $t(47) = 1.563$, $p = .125$.

Schwierigkeit der Aufgaben innerhalb eines Aufgabentyps. Zum Vergleich der Aufgabenschwierigkeiten innerhalb eines Aufgabentyps konnten die Daten nicht aggregiert werden, so dass ein dichotomes Datenformat vorlag. Daher wurde mit Cochrans Q-Test ein nicht-parametrisches Testverfahren gewählt. Abbildung 9 zeigt die Lösungsraten der vier Aufgaben je Aufgabentyp.



Anmerkung: Werte mit unterschiedlichen Kennbuchstaben (a, b) unterscheiden sich auf dem Bonferroni-korrigierten Signifikanzniveau von $p < .008$.

Abbildung 9. Lösungsraten der Aufgaben in der explorativen Vorstudie nach Aufgabentypen in Prozent.

Bei den Vergleichsaufgaben fiel Cochrans Q-Test zunächst statistisch signifikant aus: $Q(3) = 8.342$, $p = .039$. Jedoch zeigten die mit sechs einzelnen McNemar-Tests post-hoc durchgeführten, paarweisen Vergleiche bei Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau von $p < .008$ keine statistisch signifikanten Unterschiede mehr. Lediglich die Lösungsrate der „Alteraufgabe“ unterschied sich auf dem .05-Signifikanzlevel von der „Kartenaufgabe“. Die Lösungsraten der Bewegungsaufgaben unterschieden sich statistisch signifikant: $Q(3) = 16.612$, $p = .001$. Die paarweisen Vergleiche zeigten, dass die Probanden die „Zügeaufgabe“ signifikant häufiger richtig gelöst haben als die „Ameisenaufgabe“ ($p = .004$, 1-seitig), als die „Wettlaufaufgabe“ ($p = .002$, 1-seitig) und als die „Schneckenaufgabe“ ($p < .001$, 1-seitig). Die übrigen Zweifachvergleiche der Lösungsraten für die Bewegungsaufgaben ergaben keine signifikanten Unterschiede.

Die interne Konsistenz fiel für die drei Aufgabentypen unterschiedlich hoch aus: Die Vergleichsaufgaben erzielten die höchste interne Konsistenz (Cronbachs $\alpha = .755$), gefolgt von den Kombinatorikaufgaben ($\alpha = .537$). Die geringste interne Konsistenz konnte für die Bewegungsaufgaben ($\alpha = .466$) festgestellt werden. Die Lösungsraten von Aufgaben mit gleicher mathematischer Struktur korrelierten alle positiv und mit Ausnahme der „Ameisen-“ und der „Schneckenaufgabe“ statistisch signifikant (siehe Tabellen 2–4 im Anhang).

Wahrgenommene Schwierigkeit

Basis für die folgende Analyse bildeten 48 Probanden, die alle zwölf Aufgaben bearbeitet und eine Einschätzung der Schwierigkeit getroffen haben. Die Probanden beurteilten die Schwierigkeit der Aufgaben auf einer Skala von „1 = sehr schwer“ bis „5 = sehr leicht“. Die Reliabilität der Messung war mit Cronbachs $\alpha = .803$ zufriedenstellend hoch. Für die Analyse wurden die Skalenwerte umgedreht („1 = sehr leicht“ bis „5 = sehr schwer“), so dass gilt: Je höher der Mittelwert, desto schwerer wurde die Aufgabe wahrgenommen. Im Durchschnitt bewerteten die Versuchsteilnehmer die Aufgaben als eher leicht ($M = 2.30$, $SD = 0.67$). Eine 1-faktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung ergab für den Faktor Aufgabentyp signifikante Unterschiede in der wahrgenommenen Schwierigkeit: $F(2, 94) = 26.280$, $p < .001$. Zum Vergleich der einzelnen Gruppen wurden t-Tests für verbundene Stichproben durchgeführt. Das Signifikanzniveau wurde nach Bonferroni auf $p < .017$ korrigiert. Die Kombinatorikaufgaben wurden mit $M = 1.81$ ($SD = 0.68$) signifikant leichter wahrgenommen als die Vergleichs- ($M = 2.28$, $SD = 0.93$, $t(47) = 3.583$, $p < .001$, 1-seitig) und Bewegungsaufgaben ($M = 2.81$, $SD = 0.96$, $t(47) = 7.557$, $p < .001$, 1-seitig). Die Vergleichsaufgaben wurden leichter eingeschätzt als die Bewegungsaufgaben: $t(47) = 3.542$, $p < .001$, 1-seitig. Die subjektiven Urteile der wahrgenommenen Schwierigkeit folgten den objektiv ermittelten Schwierigkeiten der Aufgabentypen: Je häufiger die Aufgaben eines Aufgabentyps korrekt gelöst wurden, desto leichter wurden die Aufgaben dieses Aufgabentyps beurteilt. Der Aufgabentyp mit der geringsten Lösungsrate (Bewegungsaufgaben) wurde als am schwierigsten beurteilt, gefolgt vom Aufgabentyp mit der zweitgeringsten Lösungsrate (Vergleichsaufgabe). Der Aufgabentyp der Kombinatorikaufgaben hatte die höchste Lösungsrate und wurde als am leichtesten bewertet. Die biseriale Korrelation von wahrgenommener Schwierigkeit und Lösungsrate auf Basis aller vorliegenden Aufgabenbearbeitungen und Schwierigkeitsurteilen ($n = 627$) war signifikant positiv: $r_b = .431$, $p < .001$ und kann nach Cohen (1988) als mittlerer Zusammenhang angesehen werden.

Bearbeitungsdauer

Insgesamt lagen von den 54 Versuchspersonen 627 Aufgabenbearbeitungen vor. Bei 571 Aufgabenbearbeitungen war die Uhrzeit vermerkt, bei 56 fehlte die Notiz der Uhrzeit oder war nicht eindeutig zu erkennen. Die Berechnung der durchschnittlichen Bearbeitungsdauer basiert folglich auf 571 Aufgabenbearbeitungen.

Für die Bearbeitung einer Aufgabe brauchten die Probanden durchschnittlich zwei Minuten ($M = 2.22$, $SD = 1.59$). Die maximale Bearbeitungsdauer für eine Aufgabe lag bei zehn Minuten. Bei 32 % der Aufgabenbearbeitungen lag die Bearbeitungsdauer bei maximal einer Minute.

Selbsterstellte Repräsentationen

Erstellten die Probanden externe Repräsentationen? In mehr als der Hälfte (57 %) der 627 vorliegenden Aufgabenbearbeitungen erstellten die Probanden keine externen Repräsentationen. Differenziert nach Aufgabentyp zeigte sich aber ein signifikanter Unterschied: $\chi^2(2) = 27.539$, $p < .001$. Bei den Kombinatorikaufgaben fand sich bei mehr als der Hälfte (56 %) der Aufgabenbearbeitungen mindestens eine externe Repräsentation je Aufgabenbearbeitung. Bei den Vergleichs- und Bewegungsaufgaben war dies nur bei 36 % bzw. 32 % der Aufgabenlösungen der Fall.

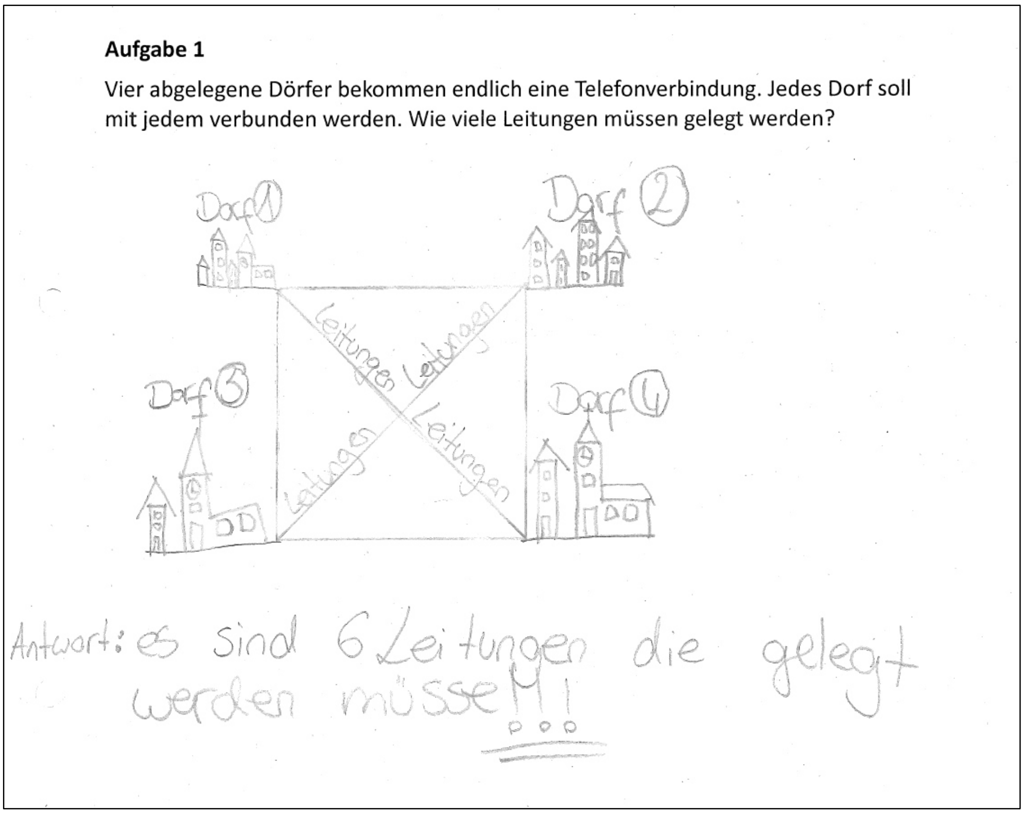
Welche externen Repräsentationen erstellten die Probanden? In Hinblick auf die Art der verwendeten Repräsentation wurde festgehalten, ob eine schriftliche Rechnung, eine Zeichnung oder eine Tabelle erstellt wurde. Eine schriftliche Rechnung lag per Definition immer dann vor, wenn ein Ausdruck aus Zahlen und mathematischen Symbolen vorgefunden wurde. Als Zeichnung wurden solche externen Repräsentationen gewertet, die eine räumliche Konfiguration bzw. eine Ähnlichkeit oder strukturelle Kommunalität mit dem darzustellenden Inhalt aufwiesen (Schnotz, 2002a). Als Tabelle galten Externalisierungen, die numerische oder verbale Informationen in Form von Spalten und Zeilen strukturierten und einander zuordneten. Ein (beschrifteter) Tabellenkopf war nicht notwendig, ebenso wenig musste die Tabelle Linien haben.

Bei 17 % der Aufgabenlösungen fanden sich schriftliche Rechnungen, bei 14 % Zeichnungen und auf ebenso vielen Lösungsblättern Tabellen. Jedoch unterschied sich die Häufigkeit, mit der die Versuchsteilnehmer Rechnungen, Zeichnungen und Tabellen erstellten, je nach Aufgabentyp. Tabelle 2 gibt hierzu einen Überblick.

Tabelle 2
Aufgabenlösungen mit externen Repräsentationen nach Aufgabentypen aus der explorativen Vorstudie

Art der Repräsentation	Gesamt (N=627) %	Aufgabentyp: Verhältnis (n=209) %	Aufgabentyp: Kombinatorik (n=209) %	Aufgabentyp: Bewegung (n=209) %
schriftliche Rechnung	17	31	7	14
Zeichnung	14	1	25	14
Tabelle	14	10	26	7
sonstige	1	0	1	< 1
keine	57	63	43	67

Zusammenhang des Erstellens einer externen Repräsentation mit dem Lösungserfolg. Half die Verwendung einer externen Repräsentation bei der Lösung der Aufgabe? Um dieser Frage nachzugehen, wurde der Zusammenhang von Lösungserfolg und dem Erstellen einer externen Repräsentation betrachtet. Der Zusammenhang fiel über alle 627 Aufgabenbearbeitungen betrachtet signifikant positiv, aber gering aus: ϕ = .185, p < .001. Betrachtet man die Ebene der einzelnen Aufgaben, so wurde deutlich, dass der auf dem aggregierten Level gefundene Zusammenhang lediglich auf die „Telefonleitungsaufgabe“ (ϕ = .576, p < .001) und die „Wettlaufaufgabe“ (ϕ = .404, p < .001) zurückgeführt werden konnte. Für alle anderen Aufgaben war der Zusammenhang nicht signifikant (siehe Tabelle 8 im Anhang). Abbildung 10 zeigt eine erfolgreiche Lösung zur „Telefonleitungsaufgabe“ mithilfe einer Zeichnung und Abbildung 11 eine mit Tabelle gelöster „Wettlaufaufgabe“.

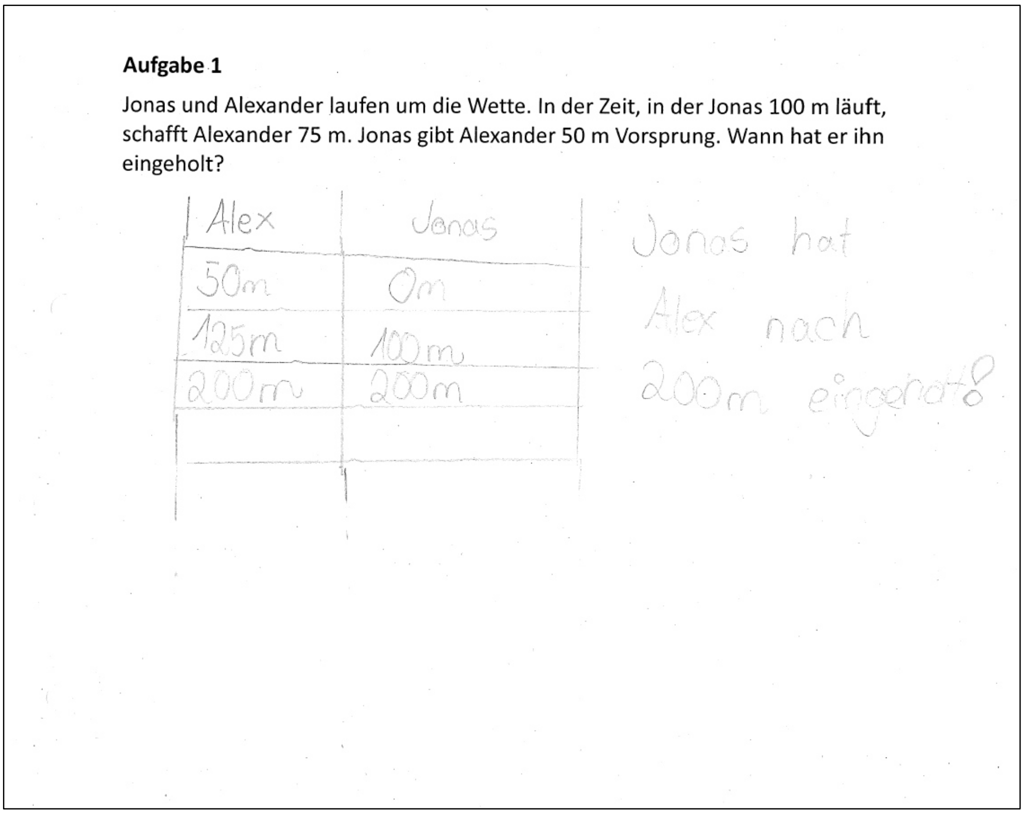


Aufgabe 1

Vier abgelegene Dörfer bekommen endlich eine Telefonverbindung. Jedes Dorf soll mit jedem verbunden werden. Wie viele Leitungen müssen gelegt werden?

Antwort: es sind 6 Leitungen die gelegt werden müssen!!

Abbildung 10. Lösungsbeispiel der „Telefonleitungsaufgabe“ mit einer Zeichnung.



Aufgabe 1

Jonas und Alexander laufen um die Wette. In der Zeit, in der Jonas 100 m läuft, schafft Alexander 75 m. Jonas gibt Alexander 50 m Vorsprung. Wann hat er ihn eingeholt?

Alex	Jonas
50m	0m
125m	100m
200m	200m

Jonas hat Alex nach 200m eingeholt!

Abbildung 11. Lösungsbeispiel der „Wettlaufaufgabe“ mit einer Tabelle.

5.1.4 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Empirische Aufgabenschwierigkeit

Schwierigkeit der Aufgabentypen. Die Lösungsraten der drei Aufgabentypen unterschieden sich signifikant. Die Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass der Aufgabentyp der Bewegungsaufgaben mit einer durchschnittlichen Lösungsrate von 16 % wie angenommen für Viertklässler schwerer war als die Kombinatorik- (40 %) und Vergleichsaufgaben (32 %). Diese können als gleich schwer erachtet werden. Somit konnten Aufgabentypen mit hoher und mittlerer Schwierigkeit identifiziert werden. Dies war im Hinblick auf die experimentelle Hauptuntersuchung gewünscht, um mögliche Effekte von Lösungshilfen sowohl bei leistungsstärkeren als auch bei leistungsschwächeren Kindern aufzeigen zu können.

Schwierigkeit der Aufgaben innerhalb eines Aufgabentyps. Innerhalb des Aufgabentyps der Bewegungsaufgaben unterschieden sich die Lösungsraten signifikant: Die „Zügeaufgabe“ wurde häufiger richtig gelöst als die übrigen drei Bewegungsaufgaben. Dies ist insofern beachtlich, da nach einer rationalen Aufgabenanalyse (Resnick & Ford, 1978) die „Zügeaufgabe“ mit zwei Objekten, die sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit in unterschiedliche Richtungen bewegen, die höchste Komplexität besaß. Eine mögliche Erklärung für diesen Befund mag in der kleinen Stichprobe liegen. Die Untersuchung wurde lediglich mit Schülern aus zwei Klassen durchgeführt. Möglicherweise war die Aufgabe in mindestens einer Klasse bereits bekannt und geübt. Die Bewegungsaufgaben mit der gleichen mathematischen Struktur („Ameisen-“ und „Schneckenaufgabe“) unterschieden sich nicht signifikant voneinander. Beide hatten sehr geringe Lösungsraten (8 % bzw. 10 %), was sie als schwere Aufgaben für die experimentelle Hauptuntersuchung qualifiziert.

Bei den Kombinatorikaufgaben zeigte sich, dass auch bei der exakt gleichen mathematischen Struktur die Lösungsraten merklich voneinander abwichen. Zwar unterschieden sich die Aufgaben mit der gleichen kombinatorischen Struktur („Eisaufgabe“ und „Legoaufgabe“ sowie „Handschlagaufgabe“ und „Telefonleitungsaufgabe“) statistisch nicht signifikant. Im Fall der „Handschlag-“ (31 %) und der „Telefonleitungsaufgabe“ (50 %) lag die Lösungshäufigkeit dennoch merklich auseinander. Eine mögliche Erklärung kann in den unterschiedlichen Szenarien der Aufgaben liegen. Im Szenario der „Telefonleitungsaufgabe“ waren die zu kombinierenden Objekte Dörfer, die durch konkrete Objekte (Leitungen) *verbunden* werden sollten. Dieses Verbinden wurde bereits im Aufgabentext explizit genannt und ist an sich bereits sehr bildlich. 54 % der Probanden erstellten zur Lösung dieses Problems dann auch eine Zeichnung. Im Szenario der „Handschlagaufgabe“ musste die Handlung des Händeschüttelns mit vier Kindern kombiniert werden. Der Schritt, die Handlung des Händeschüttelns bildlich als Verbindungslinien zwischen den Kindern zu repräsentieren, liegt ferner und muss zusätzlich geleistet werden. Folglich wurde bei diesem Aufgabenszenario nur bei 21 % der Lösungen eine Zeichnung erstellt. Obwohl den Versuchsteilnehmern die Situation des Händeschüttelns als Handlungsschema (Goschke, 2002) vertrauter sein dürfte als das Verlegen von Telefonleitungen zwischen Dörfern, konnte das Telefonleitungsszenario im Sinne der korrekten kombinatorischen Struktur besser repräsentiert werden. Einschränkend ist allerdings auch hier wieder die kleine Stichprobe zu erwähnen. Dennoch sollte bei der Auswahl und Adaption der Aufgaben für die Hauptuntersuchung nicht nur auf eine exakt gleiche mathematische Struktur, sondern auch auf vergleichbare Szenarien innerhalb eines Aufgabentyps geachtet werden.

Neben die mathematische Struktur und die Aufgabenszenarien treten sicher weitere Faktoren, die die Schwierigkeit der Aufgaben beeinflussen, wie etwa Komplexität der Syntax und der Formulierungen oder die Anzahl der Wörter. Ein zusätzlicher Faktor dürfte der in den Aufgaben verwendete Zahlenraum sein. Am Beispiel der Vergleichsaufgaben – die alle die exakt gleiche mathematische Struktur hatten – zeigte sich, dass die Aufgaben im Zahlenraum unter 20 häufiger gelöst wurden als Aufgaben mit Zahlen über 100.

Zusammenfassend lassen sich in Hinblick auf die Auswahl, Adaption und Konstruktion der Aufgaben für die experimentelle Hauptuntersuchung drei Kriterien festhalten, aus denen sich Konstruktionsregeln ableiten lassen. Erstens sollten die Aufgaben innerhalb eines Aufgabentyps die exakt gleiche mathematische Struktur haben. Zweitens sollten die strukturgleichen Aufgaben auch vergleichbare Szenarien beschreiben. Drittens sollten sich die korrespondierenden Aufgaben im gleichen Zahlenraum bewegen. Von den Bewegungsaufgaben erfüllten die „Ameisen-" und die „Schneckenaufgabe" zwei von drei Kriterien. Sie hatten die gleiche mathematische Struktur und vergleichbare Szenarien. Lediglich der Zahlenraum unterschied sich, was aber offenbar keine Auswirkung auf die Schwierigkeit hatte. Von den Kombinatorikaufgaben erfüllten jeweils zwei Probleme das Kriterium gleicher mathematischer Struktur. Mit Blick auf die experimentelle Hauptuntersuchung erscheinen Aufgaben mit der kombinatorischen Logik der „Handschlag-" und „Telefonleitungsaufgabe" aufgrund ihrer eindeutigen Lösung besser geeignet als die „Eis-" oder „Legoaufgabe" mit zwei möglichen Lösungen. Unbedingt sollte aber auf vergleichbare Szenarien geachtet werden. Szenarien vergleichbar der „Handschlagaufgabe" erscheinen insofern geeigneter, da sie näher an der kindlichen Alltagserfahrung konstruiert werden können. Von den Vergleichsaufgaben scheinen Szenarien mit konkreten Objekten (z. B. Karten) und Zahlen im unteren zweistelligen Zahlenbereich geeignet, da sich relativ mühelos korrespondierende Aufgaben konstruieren lassen.

Wahrgenommene Schwierigkeit

Die Versuchsteilnehmer beurteilen die drei Aufgabentypen als unterschiedlich schwer. Die Unterschiede in der wahrgenommenen Schwierigkeit entsprachen weitestgehend den unterschiedlichen Lösungsraten: Je häufiger die Aufgaben eines Aufgabentyps richtig gelöst wurden, desto leichter stuften die Probanden die Aufgaben ein. Dies spricht zunächst einmal dafür, dass Viertklässler die Aufgaben als unterschiedlich schwer wahrgenommen haben und sie in der Lage waren, die Schwierigkeitseinschätzung auf einer Skala zu benennen. In Anbetracht der durchschnittlichen Lösungsrate von 29 % und einer durchschnittlichen Schwierigkeitsbeurteilung im Bereich von „eher leicht“ (M = 2.30, Median = 2) muss aber festgehalten werden, dass die Probanden die Aufgaben häufig auch dann als (eher) leicht beurteilt haben müssen, wenn sie nicht zur richtigen Lösung kamen. Objektiv schwere Aufgaben wurden zwar als weniger leicht eingeschätzt als objektiv leichtere Aufgaben, aber immer noch im Skalenbereich von „eher leicht“ bis „mittel“. Eine Erklärung für diese Schieflage mag darin liegen, dass sich viele Probanden ihrer falschen Lösungen möglicherweise gar nicht bewusst waren. Für diese Erklärung sprechen die Beobachtungen des Studienleiters während der Besprechung der Aufgabenlösungen in den Klassen: Ein Großteil der Kinder war sich sicher, die Aufgaben richtig gelöst zu haben. Das Problemhaltige der Aufgaben wurde offenbar vielfach nicht erkannt und die Schwierigkeit folglich unterschätzt. Beispielsweise teilten die Probanden bei der „Schneckenaufgabe“ häufig die Gesamtstrecke durch die pro Tag zurückgelegte Strecke ohne die Besonderheit des letzten Tages zu beachten. Dies führte zum falschen Ergebnis bei gleichzeitig hoher Sicherheit, die richtige Lösung gefunden zu haben. Diese Sicherheit übersetzten viele Probanden offenbar in das Urteil, die Aufgabe sei leicht gewesen. Um diese Fehleinschätzungen besser quantifizieren und kontrollieren zu können, soll in der experimentellen Hauptuntersuchung erstens neben der wahrgenommenen Schwierigkeit auch quantitativ erhoben werden, wie sicher sich die Versuchspersonen bei ihrer Lösung sind. Zweitens soll der Grad des Aufgabenverständnisses gemessen werden: Wie nahe sind die Probanden der richtigen Lösung gekommen? Haben sie etwa bei der „Schneckenaufgabe“ nur die Besonderheit des letzten Tages nicht beachtet oder aber bereits die Auf- und Ab-Bewegung falsch oder gar nicht modelliert?

Einschränkend muss festgehalten werden, dass trotz hoher Reliabilität der Messung die Validität der Ergebnisse aufgrund der zeitversetzten Messung deutlich eingeschränkt sein dürfte. Zwischen der Bearbeitung des ersten Aufgabensets und der Erhebung der wahrgenommenen Schwierigkeit konnten bis zu sechs Wochen Zeitdifferenz liegen. In der experimentellen Hauptuntersuchung soll die Messung der wahrgenommenen Schwierigkeit unmittelbar nach der jeweiligen Aufgabenbearbeitung erfolgen, um Vergessens-, aber auch Rationalisierungseffekte zu minimieren.

Bearbeitungsdauer

Durchschnittlich arbeiteten die Probanden zwei Minuten an einer Aufgabe. Bei einem Drittel der Aufgabenbearbeitungen lag die Dauer bei maximal einer Minute. Als längste Bearbeitungsdauer konnten zehn Minuten beobachtet werden. Die Messung der Bearbeitungsdauer zeigte, dass innerhalb einer Schulstunde die Bearbeitung eines Aufgabensets bestehend aus einer Kombinatorik-, einer Verhältnis- und einer Bewegungsaufgabe auch für langsame Kinder möglich ist. Hinsichtlich der Methode der Zeitmessung mit Stoppuhr wurden jedoch zwei Probleme deutlich: Erstens konnte die Zeit nur auf die Minute gerundet erfasst werden. Eine größere Genauigkeit konnte durch Zurufen der Zeit bei mehr oder weniger gleichzeitig aufzeigenden Kindern nicht erreicht werden. In der experimentellen Hauptstudie soll eine genauere Zeitmessung und eine damit verbundene größere Varianz realisiert werden. Zweitens hatte das offensichtliche Messen der Bearbeitungszeit mit Stoppuhr bei vielen Kindern einen „Schnelligkeitswettbewerb" zur Folge – trotz gegenteiliger Instruktion. Beide Probleme können zum Beispiel mit elektronischen Stiften gelöst werden, die eine integrierte sowie für die Probanden weniger offensichtliche Zeitmessung haben.

Selbsterstellte externe Repräsentationen

In 57 % der Fälle externalisierten die Probanden ihr Lösungsvorgehen nicht. Wenn sie externe Repräsentationen nutzen, waren dies am häufigsten schriftliche Rechnungen, also Ausführungen eines zuvor aufgestellten mathematischen Modells. Externalisierungen zur Repräsentation des Problems wie Zeichnungen kamen selten vor. Dies ist in Übereinstimmung mit Befunden aus früheren Untersuchungen etwa von Boonen, van Wesel, Jolles & van der Schoot (2014), Groß (2013) oder Hohn (2012). Offen bleibt an dieser Stelle, warum die Probanden mehrheitlich keine externen Repräsentationen erstellten. Denkbar ist einerseits, dass die Teilnehmer nicht in der Lage waren, neben schriftlichen Rechnungen andere externe Repräsentationen anzufertigen, da diese im Unterricht häufig keine Rolle spielen (Olson, 1977; Stern, 2005). Andererseits sahen sie womöglich gar keine Notwendigkeit, da sie die Aufgaben als einfach erachteten (de Bock et al., 1998). Für letztere Erklärung spricht die beobachtete unterschätzte Schwierigkeit.

Wurde eine externe Repräsentation erstellt, lag darüber hinaus nur bei zwei von zwölf Aufgaben ein statistisch signifikanter Zusammenhang mit dem Lösungserfolg vor. Mit anderen Worten: Auch die Konstruktion und Verwendung einer externen Repräsentation führte bei der Mehrheit der Probanden und der Aufgaben nicht zur richtigen Lösung. Wurde eine Aufgabe mental unzureichend oder falsch repräsentiert, war auch die externalisierte Repräsentation unzureichend oder falsch. Die Befunde sprechen für die Idee, Lösungshilfen vorzugeben, da die selbsterstellten Repräsentationen der Probanden deren kognitive Prozesse offenbar mehrheitlich nicht ausreichend unterstützten. Eine Ausnahme bildete die häufig vorgefundene Zeichnung zur „Telefonleitungsaufgabe", die sich als Vorlage für die vorgefertigte Lösungshilfe für die Hauptuntersuchung eignet.

5.2 Experimentelle Vorstudie

Die Ziele der experimentellen Vorstudie waren erstens die Erprobung vorgefertigter aufgabenspezifischer Zeichnungen und Tabellen und eine erste Prüfung der Annahmen zum Arbeiten *mit* Repräsentationen (Annahmen 2a und 2b). Zweitens sollte die Machbarkeit des Erhebungsprocedere im Klassenraum – insbesondere in Hinblick auf die Datenerhebung mittels elektronischer Stifte – erprobt sowie die Aufgabenhefte und ein Schülerfragebogen pilotiert werden.

5.2.1 Methode

Versuchspersonen

An der Untersuchung nahmen 68 Kinder aus drei dritten und einer vierten Klasse in Rheinland-Pfalz teil. 33 Versuchspersonen waren Mädchen und 33 Jungen, von zwei Kindern lag keine Angabe zum Geschlecht vor. Das Durchschnittsalter betrug 8,44 Jahre (*SD* = 0,636).

Untersuchungsmaterial und Erhebungsinstrumente

Aufgaben. Die Studie beinhaltete Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgaben nach Rasch (2001). Von jedem Aufgabentyp gab es zwei mathematisch-strukturgleiche, aber nicht identische Aufgaben. Die sechs Aufgaben wurden per Losverfahren in zwei Aufgabensets zusammengestellt. Jedes Aufgabenset enthielt eine Kombinatorik-, eine Vergleichs- und eine Bewegungsaufgabe. Tabelle 3 gibt einen Überblick der verwendeten Aufgaben.

Tabelle 3
Textaufgaben der experimentellen Vorstudie

	Aufgabenset 1	**Aufgabenset 2**
Kombinatorik	**Handschlagaufgabe:** Jonas, Marie, Leoni und Alexander gehen in die Ferien. Jedes Kind gibt jedem zum Abschied die Hand. Wie viele Handschläge sind es?	**Geburtstagsaufgabe:** Alexander feiert mit Marie, Leoni und Jonas seinen Geburtstag. Jedes Kind stößt mit jedem zur Begrüßung einmal mit einem Glas Limonade an. Wie viele Stöße sind es?
Vergleich	**Kartenaufgabe:** Lukas und Jonas haben zusammen 18 Yu-Gi-Oh-Karten. Lukas hat 4 Karten mehr als Jonas. Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?	**Kastanienaufgabe:** Marie und Leonie haben zusammen 18 Kastanien gesammelt. Marie hat 4 Kastanien mehr als Leonie. Wie viele Kastanien hat Marie? Wie viele Kastanien hat Leonie?
Bewegung	**Koalabäraufgabe:** Ein schläfriger Koalabär klettert an einem 24 m hohen Baumstamm nach oben. Er klettert am Tag immer 6 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die er während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Er klettert am Samstagmorgen los. An welchem Tag erreicht er das Ende des Baumstamms?	**Schneckenaufgabe:** Eine Schnecke in einem 24 m tiefen Brunnen will nach oben. Sie kriecht am Tag immer 6 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die sie während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Sie kriecht am Montagmorgen los. An welchem Tag erreicht sie den Brunnenrand?

Die strukturgleichen Aufgaben sollten jeweils die gleiche Schwierigkeit aufweisen. Daher wurden bei der Auswahl, Adaption und Konstruktion der Aufgaben vier Regeln befolgt: Erstens hatten die korrespondierenden Aufgaben nach einer rationalen Aufgabenanalyse (Resnick & Ford, 1978) die exakt gleiche mathematische Struktur und verwendeten dieselben Zahlen. Die Aufgaben unterschieden sich lediglich in den Oberflächenmerkmalen.

Zweitens wurden nur solche mathematisch-strukturgleichen Aufgaben von Rasch (2001) gewählt bzw. adaptiert, die vergleichbare Szenarien aufwiesen. Hintergrund dieser Regel ist der in der explorativen Vorstudie gezeigte Befund, wonach unterschiedliche Szenarien bei gleicher mathematischer Struktur die Schwierigkeit der getesteten Aufgaben teilweise merklich beeinflussten (z. B. „Telefonleitung-“ vs. „Handschlagaufgabe“). Für den Kombinatorik-Aufgabentyp kamen Aufgaben mit der kombinatorischen Logik der „Handschlagaufgabe“ ($\frac{n(n-1)}{2}$, mit n = zu kombinierende Objekte) zum Einsatz, da sie anders als die „Eisaufgabe“ eine eindeutige Lösung haben. Inhaltlich beschrieben die beiden Aufgaben vier Kinder, die etwas gemeinsam tun: Hände schütteln oder mit Gläsern anstoßen. Den Vergleichsaufgaben lag die mathematische Struktur „a + b = c“ zugrunde, wobei die Summe „c“ und die Differenz zwischen den Teilen „a“ und „b“ gegeben waren und die Teile „a“ und „b“ bestimmt werden mussten. Diese mathematische Struktur war in beiden Aufgaben bezüglich der Sachsituation der „Kartenaufgabe“ vergleichbar eingekleidet: Zwei Kinder haben gemeinsam eine bestimmte Anzahl „c“ an Gegenständen (Kastanien, Sammelkarten). Für den Aufgabentyp der Bewegungsaufgaben wurde die in der explorativen Vorstudie getestete „Schneckenaufgabe“ gewählt und eine korrespondierende Aufgabe mit einem Koalabär aus Diezmann und English (2001) adaptiert. Die Schnecke bzw. der Koalabär möchte eine gegebene Gesamtstrecke „a“ zurücklegen. Am Tag schafft das Tier immer eine gegebene Teilstrecke „b“ der Gesamtstrecke. In der Nacht bewegt sich das Tier die halbe Teilstrecke wieder zurück („b/2“). Der Starttag war gegeben; gesucht war der Wochentag, an dem die Schnecke bzw. der Koalabär das Ziel erreicht.

Drittens waren die korrespondierenden Aufgaben weitestmöglich mit der gleichen Anzahl an Sätzen und vergleichbarer Syntax formuliert. Bei allen Aufgaben wurde viertens Zahlen im unteren zweistelligen Zahlenbereich gewählt, um die Möglichkeit auszuschließen, dass das reine Ausführen der arithmetischen Rechenschritte für die Probanden einen entscheidenden Schwierigkeitsfaktor darstellen könnte (Boonen et al., 2014).

Aufgabenhefte. Jeder Proband erhielt zwei Aufgabenhefte: Ein Zeichnungs- und ein Tabellenheft. Jedes Heft bestand aus einem Aufgabenset. Im Zeichnungsheft war zu jeder Aufgabe eine Zeichnung als Lösungshilfe gedruckt, im Tabellenheft war es eine Tabelle. Der Aufbau eines Aufgabenheftes war wie folgt: Auf einer Doppelseite stand links oben der Aufgabentext. Direkt unter dem Aufgabentext fand sich die Zeichnung oder Tabelle zur Aufgabe. Auf der rechten Seite im unteren Bereich war ein um die Lösung zu ergänzender Antwortsatz vorformuliert. In einer darauffolgenden Box wurden die Teilnehmer aufgefordert, ihre Lösung zu erklären. Abbildung 12 zeigt ein Beispiel. Auf der folgenden Doppelseite schlossen sich direkt Items zur Messung der kognitiven Belastung, zur wahrgenommenen Bearbeitungsdauer und Sicherheit bei der Lösung sowie zur wahrgenommenen Hilfe durch die bereitgestellte Repräsentation an. Wie in der explorativen Vorstudie kamen subjektive Rating-Skalen zum Einsatz, jedoch erfolgte die Messung unmittelbar nach der Bearbeitung der Aufgabe, um Vergessens- und Rationalisierungseffekte zu minimieren.

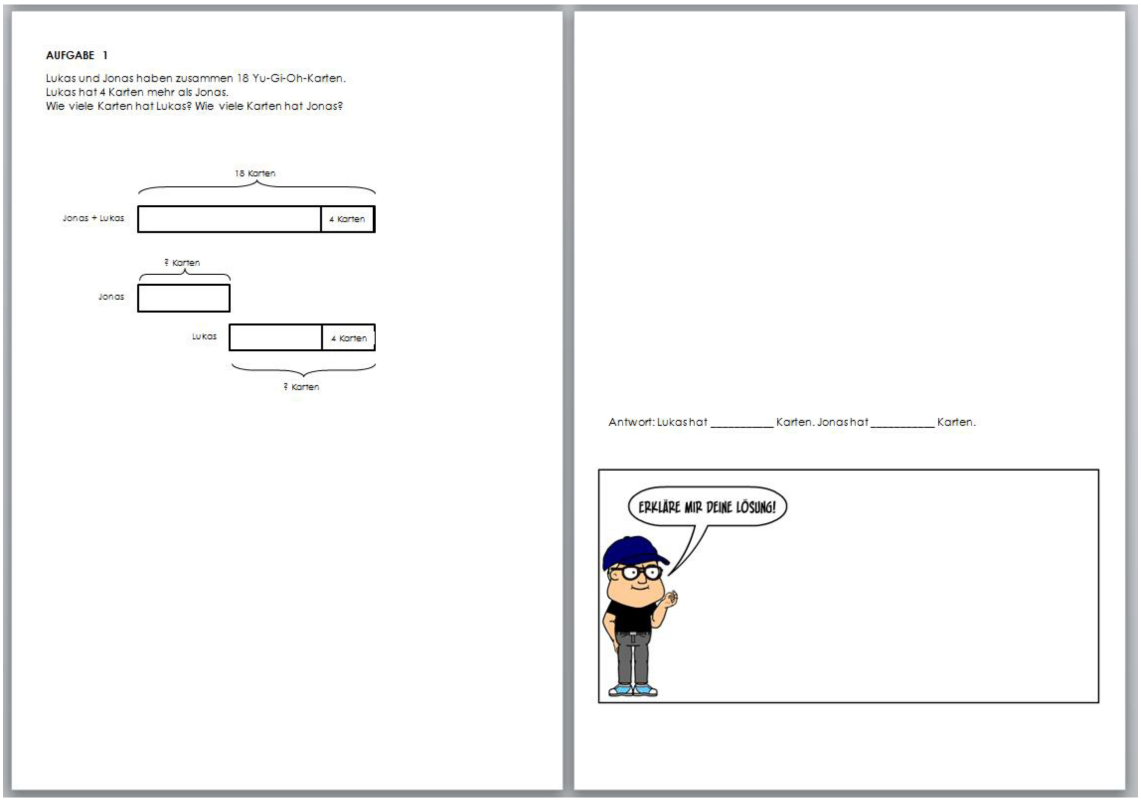


Abbildung 12. Beispiel einer Aufgabendoppelseite aus dem Zeichnungsheft der experimentellen Vorstudie.

Zur Messung der kognitiven Belastung wurden zwei in der Cognitive-Load-Forschung häufig verwendete „Single-Item"-Skalen eingesetzt. Dies war zum einen die Frage nach der wahrgenommenen Schwierigkeit bei der Aufgabenbearbeitung (z. B. Ayres, 2006; Kalyuga, Chandler & Sweller, 1999) und zum anderen die Frage nach der erbrachten Anstrengung (z. B. Paas, 1992; Paas & van Merriënboer, 1994; Paas et al., 1994). Zuerst wurde die wahrgenommene Schwierigkeit mit der Frage *„Wie schwierig oder leicht fandst Du die Aufgabe?"* auf einer 4-stufigen Likert-Skala mit den Beschriftungen „1 = sehr schwierig", „2 = eher schwierig", „3 = eher leicht" und „4 = sehr leicht" gemessen. Danach folgte die Messung der erbrachten Anstrengung mit der Frage *„Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?"* auf einer 4-stufigen Likert-Skala mit den Beschriftungen „1 = sehr angestrengt", „2 = etwas angestrengt", „3 = kaum angestrengt" und „4 = gar nicht angestrengt". Die wahrgenommene Bearbeitungsdauer wurde mit der Frage *„Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit“* auf einer 4-stufigen Skala mit den Beschriftungen „1 = sehr viel Zeit“, „2 = eher viel Zeit“, „3 = eher wenig Zeit“ und „4 = sehr wenig Zeit“ gemessen. Die Sicherheit der Probanden hinsichtlich ihrer Lösung wurde mit der Frage *„Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?“* und den Antwortmöglichkeiten „1= ganz sicher falsch“, „2 = wahrscheinlich falsch“, „3 = wahrscheinlich richtig“ und „4 = ganz sicher richtig“ erhoben. Die abschließende Frage war *„Hat Dir die Tabelle* [bzw. *Zeichnung*] *bei der Lösung geholfen?“*. Die Probanden konnten „ja“ oder „nein“ ankreuzen und hatten Platz, ihre Antwort kurz zu begründen (offene Frage *„warum?“*). Das Aufgabenheft wurde altersgerecht mit einer Comic-Figur gestaltet, die in einzelnen Comic-Strips spielerisch durch das Heft führte (siehe Anhang).

Schülerfragebogen. Der Fragebogen bestand im Wesentlichen aus der „attitude inventory items scale“ von (Charles, Lester & O’Daffer, 1987) und der Retrospective-Metacognitive-Questionnaire-Child-Skala von (Desoete, 2007). Darüber hinaus erfasste er demografische Angaben wie Alter und Geschlecht. Die „attitude inventory items scale“ misst Charles et al. (1987) zufolge mit 20 Items Einstellungen und Fähigkeitseinschätzungen von Schülern beim Lösen mathematischer Textaufgaben und gliedert sich in die Subskalen „willingness“ (Beispiel-Item: *„Egal wie knifflig eine Textaufgabe ist – ich versuche es“*), „perseverance“ (Beispiel-Item: *„Ich arbeite so lange an einer Textaufgabe, bis ich mit dem Ergebnis völlig zufrieden bin“*) und „self-confidence“ (Beispiel-Item: *„Ich bin gut bei kniffligen Textaufgaben“*). Als Antwortformat war eine 4-stufige Skala mit den Beschriftungen „1 = nie“, „2 = selten“, „3 = manchmal“ und „4 = immer“ vorgegeben. Die Items wurden vom Autor mithilfe eines Englisch-Native-Speaker ins Deutsche übersetzt. Auf die bei Übersetzungen von Skalen-Items übliche Vor- und Rückübersetzung wurde verzichtet, da die Skala keine zentrale abhängige Variable bildete und der (finanzielle) Aufwand unverhältnismäßig erschien.

Die „Retrospective Metacognitive Questionnaire Child-Skala“ (Desoete, 2007) umfasst 25 Items zu den Metakognitionen von Schülern beim Lösen von Textaufgaben und gliedert sich in vier Subskalen: „Prediction“ (Beispiel-Item: *„Bevor ich anfange, überlege ich, ob die Textaufgabe schwer oder leicht ist“*), „Planing“ (Beispiel-Item: *„Bevor ich anfange, überlege ich erst, wie ich Schritt für Schritt zum Ziel kommen kann“*), „Monitoring“ (Beispiel-Item: *„Ich prüfe bei jedem Schritt, ob ich richtig gerechnet habe“*) und „Evaluation“ (Beispiel-Item: *„Wenn ich fertig bin, überprüfe ich, ob ich irgendwo einen Fehler gemacht habe“*). Die Probanden konnten auf einer 4-stufigen Skala mit den Beschriftungen „1 = nie“, „2 = selten“, „3 = manchmal“ und „4 = immer“ antworten. Auch in diesem Fall wurden die Items vom Autor mithilfe eines Englisch-Native-Speaker ins Deutsche übersetzt.

Elektronische Stifte. Die Versuchspersonen schrieben bei der Bearbeitung der Aufgabenhefte mit dem elektronischen Stift „Echo Smartpen“ der Marke „Livescribe“. Die Aufgabenhefte wurden auf dazugehörigem Papier gedruckt. Der Stift besteht zum einen aus einer Kugelschreibermine und schreibt wie ein gewöhnlicher Kugelschreiber auf das Papier. Zum anderen zeichnet eine in den Stift integrierte Infrarotkamera die Stiftbewegung anhand eines kaum sichtbar auf das Papier gedruckten Punkte-Rasters auf. Die aufgezeichneten Daten der Stiftbewegungen einschließlich eines kontinuierlichen Zeitcodes können auf einen Computer übertragen und mit der Software „Livescribe Desktop“ als Video in Echtzeit abgespielt werden.

Experimentelles Design

Manipulation. Das experimentelle Design bestand aus einer 3-faktoriellen Within-Subjects-Manipulation mit den Faktoren (1) Repräsentation, (2) Grad der Vorstrukturierung und (3) Aufgabentyp. Der Faktor Repräsentation hatte die Faktorstufen „1 = Zeichnung“ und „2 = Tabelle“. Der Faktor Grad der Vorstrukturierung umfasste fünf Faktorstufen: Mit jeder Faktorstufe nahm das Maß an Vorstrukturierung der Repräsentation zu. Der Faktor Aufgabentyp unterteilte die problemhaltigen Textaufgaben in die Typen „1 = Kombinatorik-“, „2 = Verhältnis-“ und „3 = Bewegungsaufgabe“.

Repräsentationen mit unterschiedlichem Grad der Vorstrukturierung. Zu jeder Aufgabe wurde eine aufgabenspezifische Tabelle bzw. Zeichnung bereitgestellt. Die korrespondierenden Zeichnungen und Tabellen waren informationsäquivalent (Palmer, 1978). Der Grad der Vorstrukturierung in den Zeichnungen und Tabellen wurde kleinschrittig in fünf Stufen variiert. Ziel war es, für jeden Aufgabentyp mögliche Schwellen im Grad der Vorstrukturierung zu identifizieren, bei deren Überschreitung die Lösungsrate signifikant zunehmen sollte. In die Entwicklung der Repräsentationen wurden erfahrene Grundschullehrkräfte als beratende Experten eingebunden. Von acht angefragten Lehrkräften gaben fünf eine schriftliche Rückmeldung zur Praktikabilität und Relevanz der Repräsentationen und unterbreiteten Verbesserungsvorschläge, die weitestgehend vor der experimentellen Erhebung umgesetzt wurden.

Die Zeichnung zu den Kombinatorikaufgaben orientierte sich an der lösungsfördernden Zeichnung, die in der explorativen Vorstudie beobachtet werden konnte (siehe Kapitel 5.1.3). Sie zeigte Strichmännchen und Verbindungslinien. Je nach Grad der Vorstrukturierung waren ein oder alle vier Kinder gezeichnet und eine, drei oder sechs Verbindungslinien für die Kombinationen gezogen. Die entsprechende Tabelle führte die Namen der Kinder als Spaltenüberschrift und Zeilenbeschriftung auf. Je nach Grad der Vorstrukturierung waren nur ein Name oder alle Namen eingetragen und eine, drei und schließlich sechs Kombinationen mit einem Kreuz markiert. Abbildung 13 gibt einen Überblick.

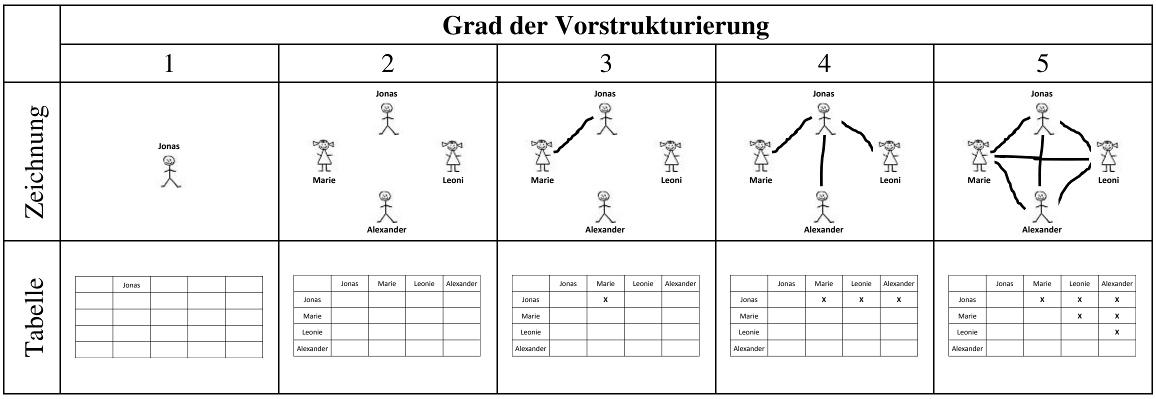


Abbildung 13. Zeichnung und Tabelle zu den Kombinatorikaufgaben in der experimentellen Vorstudie.

Die Basis der Zeichnung zu den Bewegungsaufgaben war ein senkrecht nach oben zeigender Pfeil, der die Gesamtstrecke und Richtung repräsentierte, die der Koalabär bzw. die Schnecke zurückzulegen hatte. Mit zunehmender Vorstrukturierung wurden am Pfeil ein entsprechender Maßstab und maßstabsgerechte kleine Pfeile für die Auf-und-Ab-Bewegungen hinzugefügt. Die kleinen Pfeile waren beschriftet mit dem Tag, der Tageszeit und „Start“ oder „Ziel“ (z. B. „Montag – morgens – Start“). Die entsprechende Tabelle bestand aus drei Spalten: Die erste Spalte listete die Tage auf, die zweite Spalte die Höhe, in der das Tier an diesem Morgen startet („Start“), und die dritte Spalte die Höhe, die die Schnecke bzw. der Koalabär am Abend des Tages erreicht („Ziel“). Mit zunehmender Vorstrukturierung waren die Spalten beschriftet und mehr Reihen ausgefüllt. Die Zeichnung und die Tabelle stellten im höchsten Grad der Vorstrukturierung zwei Aufwärts- und zwei Abwärts-Bewegungen dar. Abbildung 14 zeigt die Zeichnungen und Tabellen.

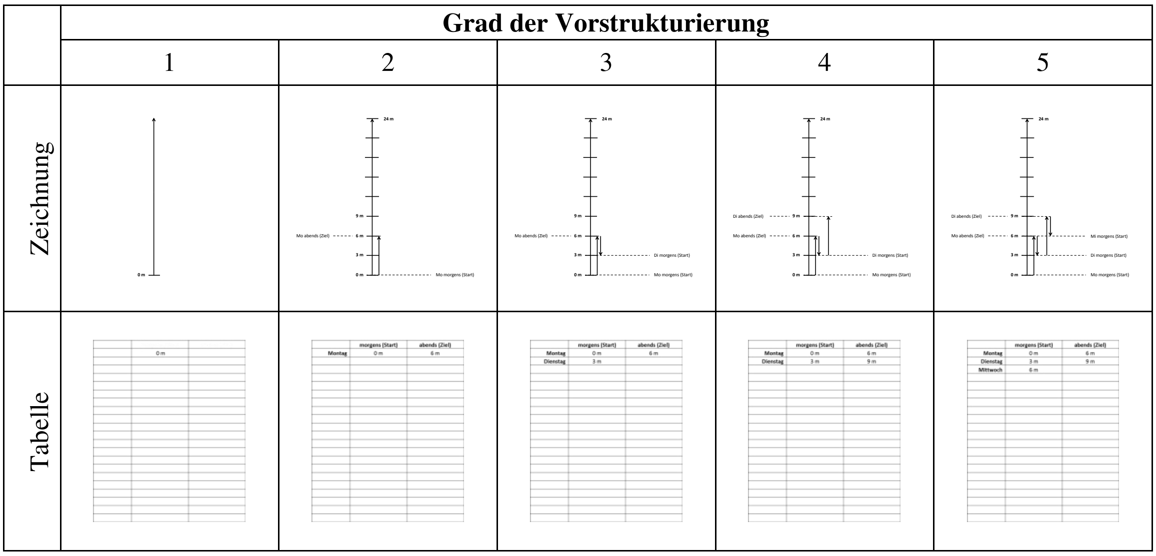


Abbildung 14. Zeichnung und Tabelle zu den Bewegungsaufgaben der experimentellen Vorstudie.

Die Zeichnung zu den Vergleichsaufgaben bestand aus Rechteckflächen, die Teil-Ganze-Beziehungen repräsentierten. Immer wenn ein Objekt oder eine bestimmte Anzahl (unbekannter) Objekte aufgeteilt werden soll, können dieses Objekt oder die Anteile unter anderem als Rechteckfläche repräsentiert werden (Bruder & Collet, 2011). In Singapur wird diese Visualisierungsmethode seit 1983 als „model-method“ in der Primarstufe eingesetzt und gelehrt (Beckmann, 2004; Ng & Lee, 2009). Die korrespondierende Tabelle bestand aus vier Spalten. Eine Spalte stand für die Summenbedingung und war im Fall der „Kartenaufgabe“ überschrieben mit „Karten von Lukas und Jonas zusammen“. Eine andere Spalte bildete die Differenzbedingung ab. Sie war überschrieben mit „Lukas mehr Karten als Jonas“. Von den beiden anderen Spalten stand eine für die Karten von Lukas („Karten Lukas“) und die andere für die Karten von Jonas („Karten Jonas“). Abhängig vom Grad der Vorstrukturierung waren in der Tabelle die gerade beschriebenen Spalten benannt oder nicht benannt und die dazugehörigen Zahlen gegeben oder nicht gegeben bzw. in der Zeichnung durch entsprechend große und beschriftete Rechtecke visualisiert oder nicht visualisiert. Abbildung 15 zeigt die Zeichnung und die Tabelle zur Vergleichsaufgabe in den unterschiedlichen Strukturierungsgraden.

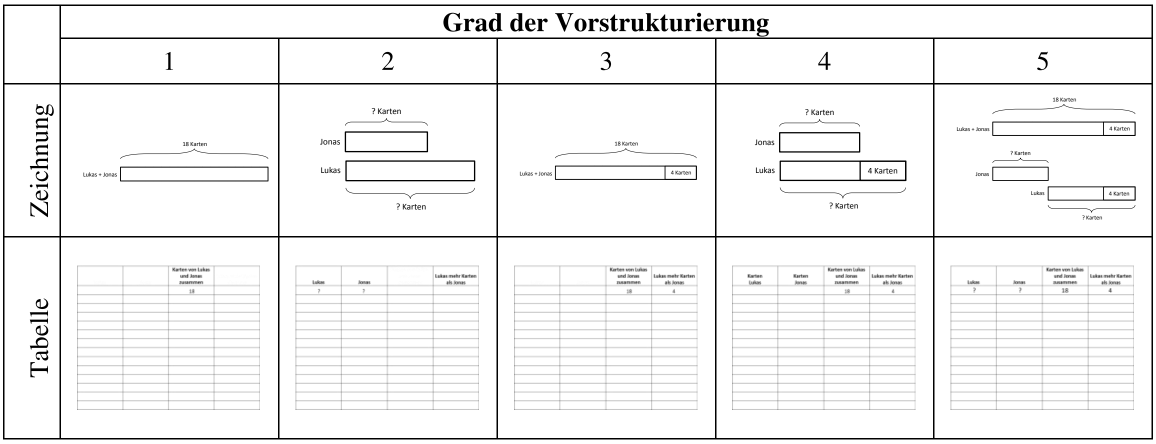


Abbildung 15. Zeichnung und Tabelle zu den Vergleichsaufgaben der experimentellen Vorstudie.

Durchführung der Manipulation in einem Multimatrix-Design. Das 2 x 5 x 3-faktorielle Within-Subjects-Design wurde derart in einer Multimatrix-Logik gestaltet, dass ein Proband nur sechs der insgesamt 30 experimentellen Bedingungen durchlief. Das heißt, jeder Proband bearbeitete sechs statt 30 Items. Jeder Versuchsteilnehmer erhielt eine Kombinatorik-, eine Vergleichs- und eine Bewegungsaufgabe mit Zeichnung (Zeichnungsheft) und eine Kombinatorik-, eine Vergleichs- und eine Bewegungsaufgabe mit Tabelle (Tabellenheft). Für den Grad der Vorstrukturierung bedeutete dies, dass jeder Proband nur drei der fünf Vorstrukturierungsgrade vorgelegt bekam – einmal in Form von Zeichnungen und einmal in der entsprechenden Tabellenform (siehe Abbildung 16).

Treatment	Aufgabenheft 1					Aufgabenheft 2				
1	Zeichnung	Aufgaben-Set 1	V 5	K 4	B 3	Tabelle	Aufgaben-Set 2	V 5	K 4	B 3
2			V 2	K 1	B 5			V 2	K 1	B 5
3			V 4	K 3	B 2			V 4	K 3	B 2
4			V 1	K 5	B 4			V 1	K 5	B 4
5			V 3	K 2	B 1			V 3	K 2	B 1
6			K 5	B 4	V 3			K 5	B 4	V 3
7			K 2	B 1	V 5			K 2	B 1	V 5
8		Aufgaben-Set 2	K 4	B 3	V 2		Aufgaben-Set 1	K 4	B 3	V 2
9			K 1	B 5	V 4			K 1	B 5	V 4
10			K 3	B 2	V 1			K 3	B 2	V 1
11			B 5	V 4	K 3			B 5	V 4	K 3
12			B 2	V 1	K 5			B 2	V 1	K 5
13			B 4	V 3	K 2			B 4	V 3	K 2
14			B 1	V 5	K 4			B 1	V 5	K 4
15			B 3	V 2	K 1			B 3	V 2	K 1
16	Tabelle	Aufgaben-Set 1	V 5	K 4	B 3	Zeichnung	Aufgaben-Set 2	V 5	K 4	B 3
17			V 2	K 1	B 5			V 2	K 1	B 5
18			V 4	K 3	B 2			V 4	K 3	B 2
19			V 1	K 5	B 4			V 1	K 5	B 4
20			V 3	K 2	B 1			V 3	K 2	B 1
21			K 5	B 4	V 3			K 5	B 4	V 3
22			K 2	B 1	V 5			K 2	B 1	V 5
23			K 4	B 3	V 2			K 4	B 3	V 2
24		Aufgaben-Set 2	K 1	B 5	V 4		Aufgaben-Set 1	K 1	B 5	V 4
25			K 3	B 2	V 1			K 3	B 2	V 1
26			B 5	V 4	K 3			B 5	V 4	K 3
27			B 2	V 1	K 5			B 2	V 1	K 5
28			B 4	V 3	K 2			B 4	V 3	K 2
29			B 1	V 5	K 4			B 1	V 5	K 4
30			B 3	V 2	K 1			B 3	V 2	K 1

V = Verhältnisaufgabe, K = Kombinatorikaufgabe, B = Bewegungsaufgabe

V 5 = Verhältnisaufgabe mit höchstem Grad der (Vor-)Strukturierung

V 1 = Verhältnisaufgabe mit geringstem Grad der (Vor-)Strukturierung

Abbildung 16. Treatments der Within-Subjects-Manipulation im Multimatrix-Design der experimentellen Vorstudie.

Die Abfolge der Vorstrukturierungsgrade wurde in fünf Sequenzen variiert:

Sequenz 1: 5 – 4 – 3
Sequenz 2: 2 – 1 – 5
Sequenz 3: 4 – 3 – 2
Sequenz 4: 1 – 5 – 4
Sequenz 5: 3 – 2 – 1

Dies ergab fünf experimentelle Treatments. Damit jeder Aufgabentyp mit jedem Vorstrukturierungsgrad im Multimatrix-Plan vorkam, wurde die Reihenfolge der drei Aufgaben innerhalb eines Aufgabenheftes nach der Methode des Lateinischen Quadrats variiert, was zu drei Aufgabensequenzen führte. Zugleich konnten damit Reihenfolge-Effekte des Aufgabentyps kontrolliert werden. Die fünf experimentellen Treatments wurden folglich mit den drei Aufgabensequenzen multipliziert, so dass 15 Treatments vorlagen. Um Reihenfolge-Effekte der Repräsentation zu kontrollieren, begann die Hälfte der Probanden mit dem Zeichnungs-, die andere Hälfte mit dem Tabellenheft. Dies verdoppelte die 15 Treatments auf 30 (siehe Abbildung 16). Um darüber hinaus auch Reihenfolge-Effekte der beiden Aufgabensets zu kontrollieren, wurde innerhalb der 30 Treatments noch einmal variiert: Die Hälfte der Zeichnungshefte enthielt Aufgabenset 1, die andere Hälfte Aufgabenset 2. Ebenso verhielt es sich mit den Tabellenheften (siehe Abbildung 16). Die Probanden wurden ad random einem Treatment zugeordnet.

Abhängige Variablen. Die abhängigen Variablen waren:

- der Lösungserfolg,
- die wahrgenommene Schwierigkeit der Aufgabe,
- die wahrgenommene Anstrengung bei der Aufgabenbearbeitung,
- die Bearbeitungsdauer.

Der Lösungserfolg wurde dichotom mit „0 = falsches oder kein Ergebnis“ und „1 = richtiges Ergebnis“ codiert. Durch die Codierung mit „0“ und „1“ lag bei aggregierten Werten das arithmetische Mittel zwischen 0 und 1 und drückte multipliziert mit 100 die durchschnittliche Lösungsrate in Prozent aus.

Zur Messung der wahrgenommenen Schwierigkeit und der wahrgenommenen Anstrengung machten die Probanden direkt nach jeder Aufgabenbearbeitung jeweils auf einer 4-Punkt-Likert-Skala eine Angabe von „1 = sehr schwer“ bis „4 = sehr leicht“ für die Schwierigkeit (Cronbachs $\alpha = .537$) und „1 = sehr angestrengt“ bis „4 = gar nicht angestrengt“ für die Anstrengung (Cronbachs $\alpha = .669$). Für die Analyse wurden die Skalenwerte umgedreht, so dass galt: Je höher der Mittelwert war, desto schwerer wurde die Aufgabe wahrgenommen.

Die Bearbeitungsdauer wurde für jede Aufgabenbearbeitung anhand der Aufzeichnungen des elektronischen Stifts codiert. Im Video des Schreibprozesses konnte kontinuierlich der Zeitcode abgelesen werden. Als Start der Bearbeitungsdauer war der Zeitpunkt definiert, zu dem der Proband damit begann, den Aufgabentext zu lesen. Als Indikator für diesen Zeitpunkt wurde das Ankreuzen der unmittelbar vorausgehenden Frage *(„Hat Dir die Tabelle* [bzw. *Zeichnung*] *bei der Lösung geholfen?“*) herangezogen. Sofern die Probanden auf die offene Nachfrage *„warum?“* antworteten, wurde der Zeitpunkt gewählt, an dem sie mit dem Schreiben ihrer Erklärung fertig waren. Die Versuchspersonen waren instruiert, sobald sie die Frage beantwortet hatten, die Seite des Aufgabenhefts unverzüglich umzublättern und mit der sich anschließenden Aufgabe 2 zu beginnen. Das Ankreuzen einer Antwort zur letzten Frage von Aufgabe 1 stellte insofern den bestmöglichen Indikator für den Start der Aufgabenbearbeitung dar. Bei der ersten Aufgabe wurde die Aktivierung der Aufnahmefunktion durch die Probanden als Startpunkt gewählt. Als Ende der Aufgabenbearbeitung war der Zeitpunkt definiert, zu dem der Proband seine endgültige Lösung im vorgedruckten Antwortsatz ergänzte oder sie anderweitig aufschrieb.

Durchführung der Untersuchung

Das Experiment wurde in den jeweiligen Klassenräumen im Rahmen der regulären Unterrichtszeit im Oktober 2013 durchgeführt. Die Klassenlehrkräfte stellten dafür 90 Minuten Unterrichtszeit zur Verfügung. Versuchsleiter war der Autor der Studie. Eine wissenschaftliche Hilfskraft assistierte. Nach einer kurzen Einführung, in der sich der Versuchsleiter und die Assistenz vorstellten und den Zweck und Ablauf der Untersuchung erläuterten (siehe Kapitel 5.1.2), erhielten die Probanden einen Umschlag, der einen elektronischen Stift, die beiden Aufgabenhefte und den Fragebogen enthielt. Die Versuchsteilnehmer wurden instruiert, zunächst nur den Stift und Aufgabenheft 1 aus dem Umschlag zu nehmen. Der Versuchsleiter erklärte die Funktionsweise und Handhabung des Stifts und erläuterte den Aufbau des Aufgabenhefts. Nachdem alle Verständnisfragen beantwortet waren, aktivierten die Probanden auf ein Zeichen des Versuchsleiters gleichzeitig die Aufnahmefunktion des Stifts und begannen das Aufgabenheft in ihrem je eigenen Tempo zu bearbeiten. Der Versuchsleiter und die Assistenz beantworteten während der Aufgabenbearbeitung keine inhaltlichen Fragen zu den Textaufgaben und gaben keine Hilfestellungen. Es gab keine Zeitbegrenzung. Wer mit der Bearbeitung von Aufgabenheft 1 fertig war, stoppte die Aufnahmefunktion des Stifts, steckte das Heft zurück in den Umschlag und fuhr mit Aufgabenheft 2 fort. Dafür musste er die Aufnahmefunktion des Stiftes erneut aktivieren. Wer mit Aufgabenheft 2 fertig war, stoppte die Aufnahmefunktion des Stifts, steckte Aufgabenheft und Stift zurück in den Umschlag und konnte in die Pause gehen. Nach der Pause bat der Versuchsleiter die Probanden, den Fragebogen aus dem Umschlag zu nehmen. Er erklärte den Aufbau und erläuterte die Skalen anhand von Beispielen. Anschließend füllten die Versuchsteilnehmer den Fragebogen aus. Die Erhebung aller Daten erfolgte pseudonymisiert. Jedem Proband wurde ein zufällig aus einer vierstelligen Buchstaben- und Ziffernfolge generierter Code zugewiesen. Dieser Code war auf den Umschlag, die Aufgabenhefte und den Fragebogen gedruckt. So konnten Aufgabenheft 1 und 2 sowie der Fragebogen eindeutig einer Versuchsperson zugeordnet werden.

Statistische Analyse

Aufgrund des Multimatrix-Designs blieb die Messwertreihe jedes Probanden in Hinblick auf die Haupt- und Interaktionseffekte des Faktors Grad der Vorstrukturierung unvollständig. Folglich war eine Modellierung der Haupt- und Interaktionseffekte für den Grad der Vorstrukturierung in einer messwiederholten Varianzanalyse nicht möglich. Daher wurde für jede abhängige Variable ein verallgemeinertes Lineares Modell in Form von verallgemeinerten Schätzungsgleichungen (Generalized Estimating Equations = GEE) nach Liang und Zeger (1986) mit den messwiederholten Faktoren Repräsentation („1 = Tabelle“ und „2 = Zeichnung“), Grad der Vorstrukturierung („1“, „2“, „3“, „4“ und „5“) und Aufgabentyp („1 = Kombinatorikaufgaben“, „2 = Vergleichsaufgaben“ und „3 = Bewegungsaufgaben“) mit SPSS 22 gerechnet. Das GEE-Verfahren erlaubte trotz des vorliegenden Multimatrix-Designs und der damit verbundenen fehlenden Werte die Modellierung aller Interaktionen in einem Modell. Gleichzeitig berücksichtigte das Modell die Abhängigkeit der Messungen (Baltes-Götz, 2015, S. 28). Anders als in der messwiederholten Varianzanalyse, bei der die Messwertreihe eines Probanden jeweils einen Fall bildet, gilt im GEE-Modell jeder Messwert als ein Fall. Über eine Personenvariable berücksichtigt das Modell jedoch die Abhängigkeit der Messungen. Die Basis der Analysen bildeten folglich die Aufgabenbearbeitungen ($n = 408$) unter Berücksichtigung der dahinterstehenden Probanden ($n = 68$). Ein weiterer Vorteil des Verfahrens, das eine Erweiterung des verallgemeinerten Linearen Modells für korrelierte Daten darstellt (Baltes-Götz, 2015), sind die gegenüber dem allgemeinen Linearen Modell gelockerten Voraussetzungen: Es werden keine Normalverteilung und Varianzhomogenität der Residuen vorausgesetzt. Daher kann das Modell auch mit dichotomen abhängigen Variablen umgehen (Baltes-Götz, 2015), was im vorliegenden Fall auf den Lösungserfolg zutraf.

5.2.2 Ergebnisse

Erstens wurde zunächst geprüft, ob die zwei Aufgaben eines Aufgabentyps die gleichen empirischen Schwierigkeiten aufwiesen. Dazu wurde für jeden Aufgabentyp ein exakter McNemar-Test mit der Variable Lösungsrate gerechnet. Da die Aufgaben eines Aufgabentyps die exakt gleiche mathematische Struktur und dieselben Zahlen hatten und sich auch bezüglich der Szenarien ähnelten, wurden keine signifikanten Unterschiede bei den Lösungsraten erwartet. Wie angenommen unterschied sich das Verhältnis von richtigen und falschen Lösungen weder bei den Kombinatorik- ($p = .754$), den Vergleichs- ($p = .219$) noch den Bewegungsaufgaben ($p = .227$) signifikant. Die Aufgaben eines Aufgabentyps können empirisch als gleich schwer erachtet werden.

Zweitens wurde geprüft, ob es einen Effekt des Messzeitpunkts gab (Aufgabenheft 1 vs. Aufgabenheft 2). Dazu wurde jeweils über die drei Messwerte der abhängigen Variablen Lösungsrate, wahrgenommene Schwierigkeit, wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer pro Aufgabenheft aggregiert. Mit den aggregierten Werten wurden t-Tests für verbundene Stichproben gerechnet. Es wurden keine signifikanten Unterschiede erwartet. Wie angenommen unterschieden sich die Lösungsraten zu den beiden Messzeitpunkten nicht signifikant: $t(64) = 0.580$, $p = .564$. Entgegen der Erwartung unterschied sich jedoch die wahrgenommene Schwierigkeit: $t(67) = 2.555$, $p = .013$. Zum Messzeitpunkt 2 (Aufgabenheft 2) wurden die Aufgaben mit $M = 2.06$ ($SD = 0.824$) leichter wahrgenommen als zum Messzeitpunkt 1 ($M = 2.30$, $SD = 0.559$). Auch die wahrgenommene Anstrengung unterschied sich signifikant: $t(67) = 3.813$, $p < .001$. Zum Messzeitpunkt 2 berichteten die Probanden von einer geringeren Anstrengung ($M = 2.16$, $SD = 0.842$) als zum Messzeitpunkt 1 ($M = 2.52$, $SD = 0.702$). Für die Bearbeitungsdauer gab es ebenso einen signifikanten Unterschied: $t(49) = 8.894$, $p < .001$. Die Probanden bearbeiteten die Aufgaben zum Messzeitpunkt 2 mit $M = 90$ Sekunden ($SD = 70.8$) deutlich schneller als zum Messzeitpunkt 1 ($M = 207$ Sekunden, $SD = 101.5$). Diese Ergebnisse lassen auf (unerwünschte) Erinnerungs- und Lerneffekte von einem Messzeitpunkt (Aufgabenheft 1) zum nächsten (Aufgabenheft 2) schließen.

Prüfung der Annahmen 2a und 2b

Annahme 2a lautete, dass eine Zeichnung die Konstruktion eines adäquaten mentalen Modells mehr fördert und einen direkteren Zugang zu relevanten Informationen ermöglicht als eine Tabelle. Annahme 2b lautete, dass mit einem zunehmenden Grad der Vorstrukturierung der bereitgestellten externen Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines adäquaten mentalen Modells verbessert und erleichtert wird. Die Verbesserung bei der Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells sollte sich in einer höheren Lösungsrate und in einem besseren Aufgabenverständnis niederschlagen. Die Erleichterung bei der Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells sollte mit einer geringeren wahrgenommenen Schwierigkeit, einer geringeren wahrgenommenen Anstrengung und einer kürzeren Bearbeitungsdauer einhergehen.

Lösungsrate. Die durchschnittliche Lösungsrate lag bei 16 %. Das GEE-Modell erbrachte einen signifikanten Interaktionseffekt von Repräsentation x Aufgabentyp: Wald-$\chi^2(2) = 9.781$, $p = .008$. Alle anderen Haupt- und Interaktionseffekte waren nicht signifikant. Tabelle 4 gibt einen Überblick.

Tabelle 4

Effekte des GEE-Modells für die Lösungsrate in der experimentellen Vorstudie

		Lösungsrate ($n_S = 68$) ($n_F = 408$)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	0.002	.964
(B) Grad der Vorstrukturierung	4	5.036	.284
(C) Aufgabentyp	2	1.865	.393
A x B	4	8.238	.083
A x C	2	6.917	.031
B x C	8	10.331	.243
A x B x C	8	6.028	.644

Bei der Vorgabe einer Zeichnung war der Lösungserfolg – anders als angenommen – nicht größer als bei der Vorgabe einer Tabelle: Von den Aufgaben mit Zeichnung (n = 182) wurden 16 % richtig gelöst, bei den Aufgaben mit Tabelle (n = 226) waren es auch 16 %. Der signifikante Interaktionseffekt von Repräsentation x Aufgabentyp deutet jedoch darauf hin, dass der Effekt der Repräsentation vom Aufgabentyp abhängig war. Um diese Wechselwirkung genauer zu beschreiben, wurde der Vergleich Zeichnung vs. Tabelle mit einzelnen McNemar-Tests für jeden Aufgabentyp gesondert vorgenommen. Dies ergab drei Vergleiche. Das Signifikanzniveau wurde nach Bonferroni auf $p < .017$ korrigiert. Bei den Kombinatorikaufgaben war die Lösungsrate mit 19 % bei der Vorgabe einer Zeichnung (n = 58) signifikant höher ($p = .011$, 1-seitig) als bei der Vorgabe einer Tabelle (n = 78) mit 9 %. Hingegen unterschieden sich die Lösungsraten von Tabelle und Zeichnung bei den Vergleichs- ($p = .152$) und Bewegungsaufgaben ($p = .370$) nicht signifikant.

Entgegen der Annahme unterschieden sich die Lösungsraten je nach Grad der Vorstrukturierung nicht signifikant. Auch tendenziell war kein linearer Anstieg der Lösungsraten mit zunehmender Vorstrukturierung der Repräsentation zu beobachten. Die Werte schwankten unsystematisch: Bei Vorgabe der geringsten Vorstrukturierung (n = 82) lag die Lösungsrate bei 21 %. Für die nächst höhere Stufe (n = 82) war die Lösungsrate 18 %, die nachfolgende Version (n = 80) hatte eine Lösungsrate von 9 %, die darauffolgende (n = 82) 17 %. Die höchste Stufe (n = 82) schließlich wurde in 15 % der Fälle gelöst.

Wahrgenommene Schwierigkeit. Das GEE-Modell ergab einen signifikanten Haupteffekt des Aufgabentyps: Wald-$\chi^2(2) = 73.623$, $p < .001$. Entgegen der Annahmen gab es keine signifikanten Haupteffekte der Repräsentation und des Grades der Vorstrukturierung. Tabelle 9 im Anhang gibt einen Überblick. Die Kombinatorikaufgaben (n = 135) wurden mit $M = 1.69$ ($SD = 0.805$) signifikant ($p < .001$) leichter wahrgenommen als die Vergleichs- ($M = 2.33$, $SD = 1.102$) und Bewegungsaufgaben ($M = 2.54$, $SD = 1.098$). Die Vergleichs- (n = 130) und Bewegungsaufgaben (n = 133) unterschieden sich nicht ($p = .461$).

Wahrgenommene Anstrengung. Das GEE-Modell zeigte einen signifikanten Haupteffekt des Aufgabentyps: Wald- $\chi^2(2) = 36.669$, $p < .001$. Entgegen der Annahmen gab es keine signifikanten Haupteffekte der Repräsentation und des Grades der Vorstrukturierung (siehe Tabelle 10 im Anhang). Bei den Kombinatorikaufgaben (n = 134) berichteten die Probanden mit $M = 1.96$ ($SD = 0.961$) signifikant ($p < .001$) weniger wahrgenommene Anstrengung als bei den Vergleichs- ($M = 2.45$, $SD = 1.107$) und Bewegungsaufgaben ($M = 2.63$, $SD = 1.097$). Die Urteile für die Vergleichs- (n = 130) und Bewegungsaufgaben (n = 133) unterschieden sich nicht ($p = .588$).

Bearbeitungsdauer. Das GEE-Modell ergab einen signifikanten Haupteffekt des Aufgabentyps: Wald- $\chi^2(2) = 52.995$, $p < .001$. Entgegen der Annahmen gab es keine signifikanten Haupteffekte der Repräsentation und des Grades der Vorstrukturierung (siehe Tabelle 11 im Anhang). Die Bearbeitungsdauer der Kombinatorikaufgaben (n = 113) mit $M = 94$ Sekunden ($SD = 105{,}4$) unterschied sich signifikant ($p < .001$) von der Dauer bei den Vergleichs- ($M = 169$ Sekunden, $SD = 150.3$) und Bewegungsaufgaben ($M = 218$ Sekunden, $SD = 188.5$). Die Vergleichs- (n = 104) und die Bewegungsaufgaben (n = 89) unterschieden sich nicht signifikant in der Bearbeitungsdauer ($p = .180$).

Wahrgenommene Hilfe durch die Repräsentationen

Direkt nach jeder Aufgabe konnten die Probanden angeben, ob ihnen die Zeichnung bzw. die Tabelle bei der Lösung geholfen hat. Bei 55 % der Aufgabenbearbeitungen sagten die Versuchsteilnehmer, dass ihnen die Repräsentation nicht geholfen habe. In 35 % der Fälle nahmen die Probanden die Tabelle bzw. Zeichnung als hilfreich wahr, bei 10 % der Aufgabenbearbeitung machten sie keine Angabe. Abbildung 17 zeigt für jeden Aufgabentyp getrennt nach Zeichnung und Tabelle das Verhältnis von wahrgenommener und nicht-wahrgenommener Hilfe durch die vorgegebene Repräsentation.

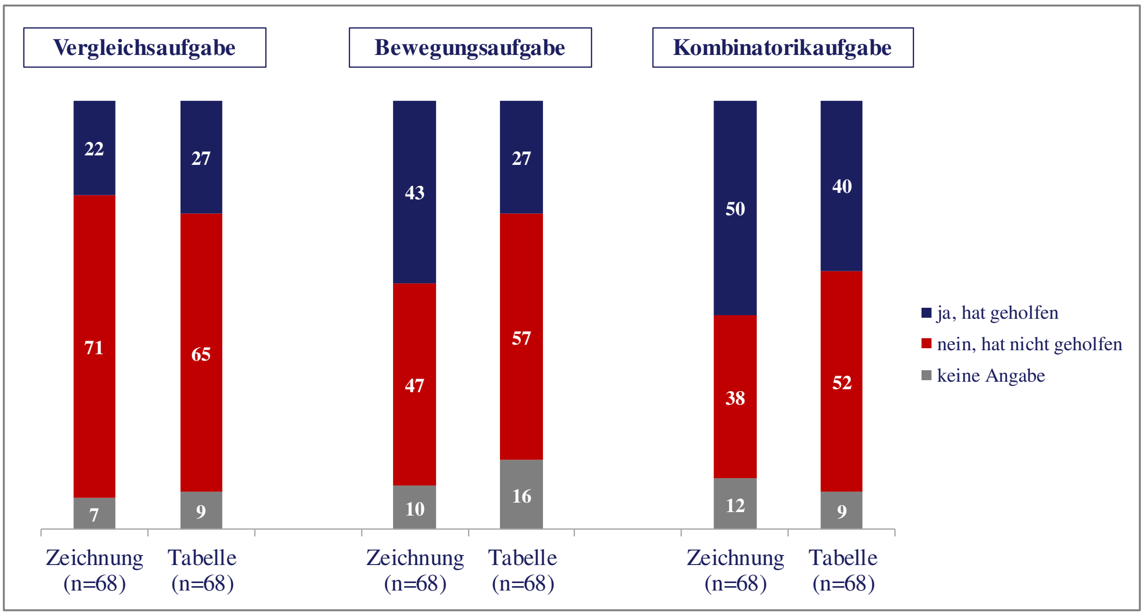


Abbildung 17. Wahrgenommene Hilfe durch die bereitgestellte Repräsentation in der experimentellen Vorstudie; Anteile in Prozent.

Wie Abbildung 17 zu entnehmen ist, überwog bei allen drei Aufgabentypen die Einschätzung, dass die bereitgestellte Repräsentation nicht hilfreich war. Dies traf insbesondere auf die Vergleichsaufgabe zu, bei der Zeichnung und Tabelle gleichermaßen als nicht hilfreich beurteilt wurden. Eine Ausnahme bildete die Zeichnung bei der Kombinatorikaufgabe, die jeder zweite Teilnehmer als hilfreich ansah. Ein vergleichbares Ergebnis zeigte sich auch bei einer Betrachtung nach dem Grad der Vorstrukturierung. Bei allen drei Aufgabentypen beurteilten die Probanden die Repräsentationen unabhängig vom Grad der Vorstrukturierung mehrheitlich als nicht hilfreich. Die Daten sind in Abbildung 1 im Anhang dokumentiert.

Um der Frage nachzugehen, warum die Probanden die bereitgestellten Repräsentationen mehrheitlich als nicht hilfreich empfanden, wurden die Antworten auf die offene Nachfrage systematisch gesichtet. Die Aussagen wurden danach unterschieden, ob sich die Versuchsteilnehmer dahingehend geäußert haben, dass sie die Zeichnung bzw. Tabelle (1) nicht verstanden oder (2) nicht gebraucht haben. Beispiele für (1) sind Aussagen wie „Die Tabelle hat mich verwirrt“ oder „Weil sie nicht geholfen hat“. Beispiele für (2) sind Aussagen wie „Ich habe lieber gerechnet“ oder „Ich habe die Zeichnung nicht gebraucht“. Von den Aufgabenbearbeitungen, bei denen nach Angabe der Probanden die vorgefertigte Repräsentation nicht half ($n = 224$), sagten die Teilnehmer in 36 % der Fälle, dass sie die Zeichnung bzw. Tabelle nicht verstanden haben, bei 11 % der Fälle gaben sie an, dass sie die bereitgestellte Repräsentation nicht brauchten. In 53 % der Fälle machten sie keine Angabe. Dabei spielte es keine Rolle, ob die bereitgestellte Repräsentation eine Zeichnung oder eine Tabelle war.

Nutzung der Repräsentationen

Um einen Eindruck von der Nutzung der vorgegebenen Repräsentationen zu erhalten, wurde codiert, ob die Probanden mit einem Stift an der Tabelle bzw. Zeichnung gearbeitet haben. Dies war bei 43 % der Aufgabenbearbeitungen der Fall. Bei den Vergleichsaufgaben fanden sich bei 35 % der Fälle mit vorgegebener Tabelle und bei ebenso vielen Fällen mit vorgefertigter Zeichnung sichtbare Ergänzungen und Bearbeitungen der angebotenen Lösungshilfen. Bei den Kombinatorikaufgaben ergänzten und bearbeiteten die Versuchsteilnehmer in 44 % der Fälle die vorgegebene Tabelle und in 34 % die Zeichnung. Bei den Bewegungsaufgaben waren bei Vorgabe der Zeichnung in 50 % und bei Vorgabe der Tabelle in 62 % der Aufgabenbearbeitungen Ergänzungen an der Repräsentation feststellbar.

Schülerfragebogen

„Attitude Inventory Items Scale“. Entgegen der von Charles et al. (1987) für die „Attitude Inventory Items Scale“ vorgeschlagenen drei Subskalen „willingness“, „perserverance“ und „self-confidence“ legte eine exploratorische Faktorenanalyse (Extraktionsmethode: Hauptachsenfaktorenanalyse, Rotationsmethode: Oblimin mit Kaiser-Normalisierung) lediglich eine zweidimensionale Struktur nahe. Neun Items luden auf Faktor 1, sieben Items auf Faktor 2 und vier Items luden auf keinem der beiden Faktoren (Faktorladungen < .1). Von diesen vier Items hatten drei einen geringen Koeffizienten bei der korrigierten Item-Skala-Korrelation ($r < .3$). Faktor 1 setzte sich aus den von Charles et al. (1987) getrennt beschriebenen Dimensionen „self-confidence“ und „willingness“ zusammen. Diese Subskala wurde mit „Selbstvertrauen und Bereitschaft“ überschrieben. Die interne Konsistenz der Subskala war mit Cronbachs $\alpha = .801$ ausreichend hoch. Alle neun Items waren positiv formuliert (z. B. *„Egal wie knifflig eine Textaufgabe ist – ich versuche es“*) und wiesen auf der Skala von „1 = nie“ bis „4 = immer“ eine tendenziell linksschiefe Verteilung auf (2 Items kleiner -1), das heißt die Antworten lagen häufiger im Zustimmungs- als im Ablehnungsbereich. Allerdings waren die Schwierigkeitswerte nach Dahl (1971) unauffällig. Die sieben Items von Faktor 2 gehörten zur Dimension „perserverance“. Folglich wurde diese Subskala mit „Ausdauer“ überschrieben. Die interne Konsistenz war mit Cronbachs $\alpha = .699$ zufriedenstellend. Alle sieben Items waren negativ formuliert (z. B. *„Ich werde ungeduldig, wenn ich nicht gleich auf die Lösung komme“*). Drei Items wiesen auf der Skala von „1 = nie“ bis „4 = immer“ eine tendenziell rechtsschiefe, zwei Items eine eher linksschiefe Verteilung auf. Die Schwierigkeitswerte nach Dahl (1971) waren unauffällig.

„Retrospective Metacognitive Questionnaire Child“. Die von Desoete (2007) postulierten vier Dimensionen des „Retrospective Metacognitive Questionnaire Child“ konnten anhand der vorhandenen Stichprobe von Grundschülern nicht repliziert werden. Eine exploratorische Faktorenanalyse (Extraktionsmethode: Hauptachsenfaktorenanalyse, Rotationsmethode: Oblimin mit Kaiser-Normalisierung) legte eine 2-Faktoren-Lösung nahe. Faktor 1 umfasste neun Items, Fak-

tor 2 vier Items und fünf Items luden auf keinem Faktor. Von diesen vier Items hatte jedes einen geringen Koeffizienten bei der korrigierten Item-Skala-Korrelation ($r < .2$). Die empirisch gefundenen Faktoren ließen sich inhaltlich nicht sinnvoll beschreiben bzw. voneinander abgrenzen. Die Items waren überwiegend positiv formuliert. Die Antwortmuster auf der Skala von „1 = nie“ bis „4 = immer“ wiesen bei allen positiv formulierten Items eine linksschiefe Verteilung auf. Alle Item-Charakteristiken finden sich im Anhang in den Tabellen 15 und 17.

5.2.3 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Ziele der experimentellen Vorstudie waren zum einen die Pilotierung aufgabenspezifischer Repräsentationen und damit verbunden eine erste Prüfung der Annahmen zum *Arbeiten mit* Repräsentationen (Annahmen 2a und 2b). Zum anderen wurden die Machbarkeit des Erhebungsprocedere im Klassenraum getestet sowie die Aufgabenhefte und der Schülerfragebogen erprobt.

Prüfung der Annahmen 2a und 2b

Die durchschnittliche Lösungsrate lag bei 16 %. Dies deutet darauf hin, dass die vorgegebenen Tabellen und Zeichnungen die Konstruktion und Nutzung adäquater mentaler Repräsentationen vielfach nicht verbesserten. Annahme 2a, wonach eine Zeichnung die kognitiven Prozesse mehr fördern und erleichtern sollte als eine Tabelle, fand keine Unterstützung durch die vorliegenden Daten. Weder war bei der Vorgabe einer Zeichnung eine höhere Lösungsrate zu verzeichnen noch berichteten die Probanden ein geringeres Maß an wahrgenommener Schwierigkeit und Anstrengung als bei der Vorgabe einer Tabelle. Auch hinsichtlich der Bearbeitungsdauer machte es keinen signifikanten Unterschied, ob eine Zeichnung oder eine Tabelle bereitgestellt wurde. Lediglich die Kombinatorikaufgaben lösten die Probanden bei der Vorgabe der Zeichnung mit 19 % signifikant häufiger richtig als bei der Vorgabe der Tabelle (9 %). Auch Annahme 2b, wonach mehr Vorstrukturierung zu höheren Lösungsraten, geringerer wahrgenommener Schwierigkeit und Anstrengung sowie einer kürzeren Bearbeitungsdauer führen sollte, fand keine Unterstützung durch die Daten.

Eignung der bereitgestellten externen Repräsentationen

Die Mehrheit der Probanden erachtete die angebotenen Hilfsmittel insgesamt für ungeeignet und hat diese vielfach nicht aktiv genutzt. Bei 57 % der Aufgabenbearbeitungen fanden sich keine erkennbaren Bearbeitungen und Ergänzungen an den bereitgestellten Repräsentationen. Dies deutet darauf hin, dass die Integration der externen Repräsentation und des Aufgabentextes zu einem kohärenten mentalen Model sowohl im Fall der bereitgestellten deskriptiven als auch im Fall der vorgefertigten depiktiven externen Repräsentationen vielfach entweder gar nicht erst vorgenommen oder vorzeitig abgebrochen wurde, sodass auch nicht auf der Struktur der externen Repräsentation gearbeitet wurde. Zwar ist die erkennbare Nutzung der Repräsentation nur eingeschränkt aussagekräftig, da die Probanden zumindest theoretisch auch mental an den Repräsentationen operiert haben können. Jedoch sprechen die Aussagen der Versuchsteilnehmer, wonach sie bei 55 % der Aufgabenbearbeitungen die bereitgestellte Repräsentation als nicht hilfreich wahrnahmen, für eine fehlgeschlagene Integration. Leider machten 53 % der Probanden keine weitere Angabe dazu, warum die vorgegebene Repräsentation nicht hilfreich war. Unter denjenigen, die eine Angabe machten, dominierte jedoch die Aussage, dass die bereitgestellte Lösungshilfe nicht verstanden worden war. Nur ein kleiner Teil der Probanden war der Ansicht, die bereitgestellte Repräsentation nicht gebraucht zu haben. Daraus kann geschlossen werden, dass unter den Versuchsteilnehmern durchaus ein Bedarf an Lösungshilfen bestand, die bereitgestellten Lösungshilfen aber nicht hilfreich waren. Die eingangs formulierte Frage, ob die bereitgestellten externen Repräsentationen für die Probanden ungeeignet waren, muss mit Ausnahme der Zeichnung zu den Kombinatorikaufgaben mit einem klaren Ja beantwortet werden. Als Konsequenz für die experimentelle Hauptuntersuchung folgt die Notwendigkeit, die externen Repräsentationen zu verbessern.

Dass entgegen der Annahmen weder bei bereitgestellten Zeichnungen (Annahme 2a) noch bei zunehmender Vorstrukturierung (Annahme 2b) signifikante Effekte beobachtet werden konnten, muss vor dem Hintergrund der wahrgenommenen Untauglichkeit und der insgesamt geringen Nutzungsrate der Repräsentationen gesehen werden. In mehr als der Hälfte der Fälle arbeiteten die Probanden nicht aktiv mit den vorgefertigten Repräsentationen. Die Zeichnungen und Tabellen konnten folglich ihr Wirkungspotenzial nicht entfalten, was die Aussagekraft der Daten hinsichtlich der Testung der Annahmen 2a und 2b deutlich einschränkt. Vor diesem Hintergrund werden die Annahmen 2a und 2b aufrechterhalten und mit verbesserten Repräsentationen in der experimentellen Hauptstudie erneut geprüft.

Warum waren die bereitgestellten externen Repräsentationen nicht hilfreich und wie können sie verbessert werden? Der Großteil der Probanden machte keine Angabe dazu, warum die Repräsentation nicht geholfen hat. Unter denen, die eine Angabe machten, dominierte die Aussage, dass sie die Zeichnung bzw. die Tabelle nicht verstanden hätten. Die insgesamt wenigen qualitativen Angaben der Teilnehmer vermittelten den Eindruck, dass die Repräsentationen einerseits zu abstrakt waren („ich hatte keine Zeichnung“) und andererseits ungewohnt („mit der Tabelle kann ich nicht rechnen“).

Studien zeigen, dass Lernende Zeichnungen mit mehr Details abstrakten Zeichnungen vorziehen (Myatt & Carter, 1979; Travers & Alvarado, 1970). Die Probanden waren offenbar vielfach nicht in der Lage, den Aufgabentext und die angebotene Repräsentation semantisch aufeinander zu beziehen (Kohärenzbedingung) (Schnotz, 2005, 2014). Bei der „Schneckenaufgabe“ war in der Zeichnung weder die Schnecke noch der Brunnen, aus dem die Schnecke herauskriechen möchte, zu sehen. Bei der „Kartenaufgabe“ waren keine Karten und bei der „Kastanienaufgabe“ keine Kastanien abgebildet. Vielen Probanden fehlte womöglich der Bezug zum Aufgabentext. Die Zeichnung bei den Kombinatorikaufgaben war hingegen konkreter: Sie war insofern bildlicher, da sie die Kinder aus dem Aufgabentext in Form von Strichmännchen zeigte. Dies verringerte wahrscheinlich die zu erbringende Interpretationsleistung, Zeichnung und Aufgabentext miteinander in Verbindung zu setzen (Pantziara et al., 2009).

Gerade junge Kinder können Probleme bei der Symbol-Referent-Beziehung haben (DeLoache, Uttal & Pierroutsakos, 1998). Sie verstehen erst mit fortschreitender Entwicklung, dass eine Repräsentation nicht nur eine Sache an sich ist, sondern für etwas anderes steht („dual representation“). Im nächsten Schritt müssen Kinder aber auch verstehen, wie die Repräsentation mit dem Referent in Beziehung steht, und diese Beziehung aktiv herstellen (DeLoache et al., 1998). DeLoache et al. (1998) folgern in einer Review-Studie: „Even school children can be confused and led astray by well-intentioned educational aids, if they do not fully understand how those aids relate to their referents“ (S. 337). Dies mag im vorliegenden Fall insbesondere auf die Zeichnung bei der Vergleichs- und auf die Tabelle bei der Kombinatorikaufgabe zugetroffen haben.

Als Konsequenz für die experimentelle Hauptuntersuchung kann festgehalten werden, dass die Repräsentationen konkreter werden sollten, indem sie einen deutlicheren Bezug zum Aufgabentext und dem darin beschriebenen Szenario herstellen.

Abschließend sind noch zwei inhaltliche und eine methodische Einschränkung zu nennen. Inhaltlich war erstens der Grad der Vorstrukturierung zwischen den Aufgabentypen nicht vergleichbar. Bei den Kombinatorik- und den Vergleichsaufgaben konnte in Stufe 5 die Lösung abgelesen werden. Dies war bei den Bewegungsaufgaben nicht der Fall. Zweitens lag bei den Vergleichsaufgaben keine kontinuierliche Zunahme an Vorstrukturierung vor. Vielmehr wurden zwei Lösungsstrategien vermischt (siehe rationale Aufgabenanalyse im Anhang). Für die Hauptuntersuchung sollten alle Repräsentationen so konzipiert sein, dass sie auch in der höchsten Strukturierungsstufe vergleichbar sind. Bei den Vergleichsaufgaben sollten die Repräsentationen eine Lösungsstrategie verfolgen und im Grad der Vorstrukturierung konsequent zunehmen. Eine methodische Einschränkung ist in der geringen Fallzahl zu sehen. Gerade im Hinblick auf die fünf Strukturierungsstufen war die Fallzahl von 68 Probanden vermutlich zu klein, um stabile Muster entdecken zu können. Insofern sind die Befunde zum Grad der Vorstrukturierung mit Vorsicht zu betrachten.

Schülerfragebogen

Sowohl bei der „Attitude Inventory Items Scale“ (Charles et al., 1987) als auch für den „Retrospective Metacognitive Questionnaire Child“ (Desoete, 2007) konnten die von den Autoren postulierten Dimensionen der Skalen nicht oder nur teilweise gefunden werden. Insgesamt zeigten die Probanden die klare Tendenz, positiv formulierten Items überdurchschnittlich häufig zuzustimmen. Für dieses Antwortverhalten sind zwei Erklärungen möglich: Erstens ist es denkbar, dass die Kinder ihre Fähigkeiten überschätzten. Zweitens ist es auch denkbar, dass die Versuchsteilnehmer sozial erwünscht antworteten. Auch können beide Erklärungen zugleich zutreffen, wobei die erste Erklärung für Grundschüler wahrscheinlicher erscheint. Die Skalen können für Grundschüler nur sehr eingeschränkt als tauglich angesehen werden, Einstellungen gegenüber und Fähigkeiten bei mathematischen Textaufgaben sowie metakognitive Fähigkeiten beim Lösen solcher Aufgaben zu messen. Beim Versuchsleiter entstand während der Erhebung der subjektive Eindruck, dass die Probanden überfordert waren und das Ausfüllen des Fragebogens sehr zeitintensiv war. Für die experimentelle Hauptuntersuchung sollte eine gekürzte Variante des Fragebogens eingesetzt werden. Für die Messung der metakognitiven Fähigkeiten sollte neben den Schülerangaben auch auf das Lehrerurteil zurückgegriffen werden.

Procedere der Datenerhebung

Die Analysen offenbarten einen Effekt des Messzeitpunkts: Bei der Bearbeitung des zweiten Aufgabenhefts waren die Probanden signifikant schneller und haben die Aufgaben als weniger schwierig und anstrengend bewertet als bei der Bearbeitung von Aufgabenheft 1. Ein möglicher Grund für diesen Befund mag sein, dass die Teilnehmer an die Situation gewöhnt waren, der Aufbau des Aufgabenhefts war vertrauter und sie waren ‚warm gerechnet‘. Umgekehrt ist auch ein Ermüdungseffekt denkbar, der die Teilnehmer veranlasste, schnell irgendeine Antwort hinzuschreiben und sich nicht mehr mit der Aufgabe auseinanderzusetzen. Diese Erklärungsansätze können die Unterschiede teilweise erklären, nicht aber die enorme Differenz in der Bearbeitungsdauer. Vielmehr ist zu vermuten, dass die Probanden die Ergebnisse der Aufgaben aus Heft 1 aus dem Kopf repliziert haben, ohne über die Aufgabe erneut nachzudenken und zu rechnen oder sogar die Lösungen in Heft 1 nachgeschlagen haben. Diese Vermutung deckt sich mit den Beobachtungen des Studienleiters bei der Durchführung des Experiments. Für die Hauptuntersuchung folgen die Konsequenzen erstens einen ausreichend großen zeitlichen Puffer zwischen den Bearbeitungen der Aufgabenhefte vorzusehen und zweitens die Zahlen in den korrespondierenden Aufgaben zu variieren.

Die Erfassung der Daten mithilfe des elektronischen Stifts funktionierte insgesamt gut. Lediglich die Aktivierung der Aufnahmefunktion am Stift durch die Schüler geschah nicht immer zuverlässig. Hinzu sprangen die Probanden oftmals im Heft von Aufgabe zu Aufgabe, was eine eindeutige Kodierung der Zeit im Video des Schreibprozesses erschwerte. Daher fehlten viele

Messwerte für die Bearbeitungsdauer. In der nachfolgenden Studie sollte ein anderes Vorgehen für die Stiftaktivierung gewählt und eine bessere Instruktion zur Heftbearbeitung gegeben werden.

5.3 Experimentelle Hauptuntersuchung

Ziel der experimentellen Hauptuntersuchung war es, Forschungsfrage 1 zu beantworten sowie mit überarbeitetem Material erneut den Forschungsfragen 2a und 2b nachzugehen. Um zu prüfen, ob sich Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells durch Vorgabe externer Repräsentationen erleichtern und verbessern lassen (Forschungsfrage 1), erhielt eine Experimentalgruppe Lösungshilfen in Form von externen Repräsentationen und eine Kontrollgruppe bekam keine solchen Lösungshilfen bereitgestellt. Um zu prüfen, welches Repräsentationsformat (Forschungsfrage 2a) – deskriptional oder depiktional – und welches Maß an Vorstrukturierung (Forschungsfrage 2b) die Konstruktion und Nutzung mentaler Repräsentationen mehr erleichtert und verbessert, wurden die Lösungshilfen in der Experimentalgruppe unter Berücksichtigung der Ergebnisse der experimentellen Vorstudie entsprechend variiert. Die in diesem Kapitel berichtete und in Kapitel 6 diskutierte Hauptuntersuchung wurde in Teilen bereits von Reuter, Schnotz und Rasch (2015) publiziert.

5.3.1 Methode

Versuchspersonen

An der Studie nahmen 199 Viertklässler teil. Davon waren 103 weiblich und 96 männlich. Das Durchschnittsalter betrug 9,21 Jahre (*SD* = 0,435). Die Probanden stammten aus insgesamt elf Klassen an fünf verschiedenen Grundschulen in Rheinland-Pfalz. Eine Schule mit vier teilnehmenden Klassen lag in einer Großstadt (über 200.000 Bewohner), zwei Schulen mit drei bzw. zwei teilnehmenden Klassen in mittelgroßen Städten (20.000 bis 100.000 Einwohner) und zwei Schulen mit jeweils einer Klasse in Landgemeinden (unter 2.000 Einwohner).

Untersuchungsmaterial und Erhebungsinstrumente

Aufgaben. Die Studie beinhaltete die drei Aufgabentypen Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgabe. Von jedem Aufgabentyp gab es vier Aufgaben. Die insgesamt zwölf Aufgaben wurden in vier Aufgabensets zusammengestellt. Ein Aufgabenset bestand immer aus einer per Losverfahren (Ziehen ohne Zurücklegen) zugeordneten Kombinatorik-, Verhältnis- und Bewegungsaufgabe. Tabelle 5 zeigt die Aufgabensets.

Die vier korrespondierenden Aufgaben eines Aufgabentyps sollten die gleiche Aufgabenschwierigkeit aufweisen, um mögliche Effekte in den abhängigen Variablen auf die experimentelle Manipulation zurückführen zu können – und nicht auf die unterschiedliche Schwierigkeit der strukturgleichen Aufgaben. Damit die Aufgaben mit hoher Wahrscheinlichkeit die gleiche empirische Schwierigkeit aufwiesen, wurden bei der Konstruktion und Adaption der Aufgaben die

Konstruktionsregeln der experimentellen Vorstudie aufgegriffen und – wo nötig – abgewandelt und ergänzt.

Tabelle 5
Textaufgaben der experimentellen Hauptuntersuchung

	Aufgabenset 1	**Aufgabenset 2**	**Aufgabenset 3**	**Aufgabenset 4**
Kombinatorik	**Tischtennisaufgabe:** Jonas, Marie, Leonie und Alexander spielen Tischtennis. Jedes Kind spielt mit jedem anderen Kind ein Spiel. Wie viele Spiele sind es?	**Handschlagaufgabe:** Jonas, Marie, Leoni und Alexander gehen in die Ferien. Jedes Kind gibt jedem zum Abschied die Hand. Wie viele Handschläge sind es?	**Geburtstagsaufgabe:** Alexander feiert mit Marie, Leoni und Jonas seinen Geburtstag. Jedes Kind stößt mit jedem zur Begrüßung einmal mit einem Glas Limonade an. Wie viele Stöße sind es?	**Fingerspielaufgabe:** Jonas, Marie, Leonie und Alexander spielen „Schnick-Schnack-Schnuck“. Jedes Kind spielt mit jedem anderen Kind genau ein Spiel. Wie viele Spiele sind es?
Vergleich	**Kastanienaufgabe:** Marie und Leonie haben zusammen 16 Kastanien gesammelt. Marie hat 4 Kastanien mehr als Leonie. Wie viele Kastanien hat Marie? Wie viele Kastanien hat Leonie?	**Kartenaufgabe:** Lukas und Jonas haben zusammen 18 „Star Wars“-Sammelkarten. Lukas hat 4 Karten mehr als Jonas. Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?	**Bauklötzeaufgabe:** Leonie und Alexander haben zusammen 20 Bauklötze. Leonie hat 6 Bauklötze mehr als Alexander. Wie viele Bauklötze hat Leonie? Wie viele Bauklötze hat Alexander?	**Stickeraufgabe:** Leonie und Jakob haben zusammen 22 Fußball-WM-Sticker. Leonie hat 8 Sticker mehr als Jakob. Wie viele Sticker hat Leonie? Wie viele Sticker hat Jakob?
Bewegung	**Ameisenaufgabe:** Der Weg der kleinen Ameise auf dem Quadrat: Die Seite des Quadrats ist 200 m lang. Tagsüber legt die Ameise genau 200 m zurück. Aber während der Nacht bläst sie ein starker Wind die halbe Strecke, die sie während des Tages zurückgelegt hat, wieder zurück. Am Montagmorgen geht sie los. Sie läuft von A aus über B, C und D wieder nach A. An welchem Tag wird sie A wieder erreichen?	**Schneckenaufgabe:** Eine Schnecke in einem 24 m tiefen Brunnen will nach oben. Sie kriecht am Tag immer 6 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die sie während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Sie kriecht am Montagmorgen los. An welchem Tag erreicht sie den Brunnenrand?	**Koalabäraufgabe:** Ein schläfriger Koalabär klettert an einem 16 m hohen Baumstamm nach oben. Er klettert am Tag immer 4 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die er während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Er klettert am Samstagmorgen los. An welchem Tag erreicht er das Ende des Baumstamms?	**Krebsaufgabe:** Ein kleiner Krebs am Strand will zurück ins Meer. Bis zum Meer sind es 32 m. Am Tag schafft er immer 8 m. Aber in der Nacht spülen ihn große Wellen immer die halbe Strecke, die er während des Tages geschafft hat, wieder zurück. Er läuft am Mittwochmorgen los. An welchem Tag erreicht er das Meer?

Erstens lag, wie in der experimentellen Vorstudie, allen vier Aufgaben innerhalb eines Aufgabentyps nach rationaler Aufgabenanalyse (Resnick & Ford, 1978) die exakt gleiche mathematische Struktur zugrunde: Die Kombinatorikaufgaben hatten die kombinatorische Logik der „Handschlagaufgabe“, die Bewegungsaufgaben die mathematische Struktur der „Schneckenaufgabe“ und die Vergleichsaufgaben die der „Kartenaufgabe“ (siehe Kapitel 5.1.2 und Kapitel 5.2.1). Anders als in der experimentellen Vorstudie wurden in der Hauptstudie jedoch nicht dieselben Zahlen verwendet. Aufgrund dieser Variation der Zahlen war eine weitere Konstruktionsregel nötig. Diese stellte zweitens sicher, dass immer die gleiche Anzahl an (mathematischen) Lösungsschritten notwendig war: Die Zahlen in den Bewegungsaufgaben wurden derart gewählt, dass die Vor- und Zurück-Bewegung sechsmal und eine abschließende Vorwärtsbewegung ausgeführt werden mussten. Bei den Kombinatorikaufgaben mussten immer sechs Kombinationen getroffen werden, was in diesem Fall immer mit vier Kindern einherging, so dass diese Zahl in den Aufgabentexten nicht variiert werden konnte. Bei der Vergleichsaufgabe waren die Lösungsschritte unabhängig von den gewählten Zahlen. Drittens hatten die korrespondierenden Aufgaben wie in der experimentellen Vorstudie vergleichbare Szenarien. Alle Vergleichsaufgaben waren an das Szenario der „Kartenaufgabe" angelehnt, in dem zwei Kinder eine bestimmte Anzahl an Gegenständen haben (Kastanien, Sammelkarten, Bauklötze und Sticker). Die Kombinatorikaufgaben beschrieben immer die Situation von vier Kindern, die miteinander eine Handlung wie in der „Handschlagaufgabe" vornehmen: Neben dem Händeschütteln war dies das Anstoßen mit Gläsern sowie Tischtennis und das Abzählspiel „Schnick-Schnack-Schnuck" spielen. Die Bewegungsaufgaben waren in Anlehnung an das Szenario der „Schneckenaufgabe" konstruiert (siehe Kapitel 5.2.1). Lediglich die „Ameisenaufgabe" unterschied sich von den übrigen Bewegungsaufgaben insofern, als dass die Ameise keine Gerade, sondern ein Quadrat abschreitet, und der Zahlenraum über 100 liegt. Diese Abweichung erschwerte die Aufgabe aber offenbar nicht signifikant: In der explorativen Vorstudie war die Lösungsrate der „Ameisenaufgabe" mit 8 % nicht signifikant verschieden von der Lösungsrate der „Schneckenaufgabe" mit 10 % (siehe Kapitel 5.1.2). Viertens waren die korrespondierenden Aufgaben wie in der experimentellen Vorstudie weitestmöglich mit der gleichen Anzahl an Sätzen und identischer Syntax formuliert und nutzten fünftens den gleichen Zahlenraum. Die Anzahl der Objekte bei den Vergleichsaufgaben ging bis maximal 22. Damit war es auch den Probanden in der Kontrollgruppe möglich, die Objekte wie bei der vorgegebenen Zeichnung in der Experimentalgruppe konkret und einzeln zu repräsentieren, zum Beispiel jede Kastanie oder jeden Bauklotz zu zeichnen. Dadurch sollte sichergestellt werden, dass es Probanden der Kontrollgruppe theoretisch möglich war, die in der Experimentalgruppe vorgegebene bzw.bzw. eine ähnliche Zeichnung selbst anzufertigen.

Aufgabenhefte. Der Aufbau und die Gestaltung der Aufgabenhefte entsprachen bis auf drei Ergänzungen der Heftgestaltung in der experimentellen Vorstudie (siehe Kapitel 5.2.1). Erstens folgte nach dem Aufgabentext der Hinweis *„Du kannst die Zeichnung* [bzw. *Tabelle*] *nutzen, um die Lösung zu finden"*. Dies sollte zusätzlich Aufmerksamkeit auf die bereitgestellten Lösungshilfen lenken und deren aktive Nutzung fördern (Dewolf, 2014). Zweitens wurden zur offenen Nachfrage, warum die Zeichnung bzw. Tabelle nicht geholfen hat, aus den in der experimentellen Vorstudie gefundenen Antworten die Aussagen *„Ich habe die Tabelle nicht verstanden, bin damit nicht klar gekommen"* und *„Ich habe die Tabelle nicht gebraucht, konnte die Aufgabe auch so"* subsummiert und als Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Dadurch sollte der in der experimentellen Vorstudie vorgefundene hohe Anteil an Probanden, die keine Angabe machten, reduziert werden. Drittens wurde die Frage *„Hat dir die Aufgabe Spaß gemacht"* (Antwortmöglichkeiten: „ja", „nein") hinzugefügt.

Standardisierte Tests. Zur Erhebung der Lese-, Rechen- sowie der allgemeinen kognitiven Fähigkeit der Probanden wurden standardisierte Tests bzw. einzelne Untertests verwendet. Für die Lesefähigkeit war für die vorliegende Studie zu mathematischen Textaufgaben die Lesekompetenz auf der Ebene eines zusammenhängenden Textes relevant. Daher wurde der Untertest „Textverständnistest" aus ELFE 1-6 (Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler) von Lenhard und Schneider (2006) eingesetzt. Er umfasst 20 Items und misst das Leseverständnis auf Textniveau. Dazu zählen das Auffinden einzelner in den Text eingebetteter Informationen, satzübergreifendes Lesen (Bilden anaphorischer Bezüge) und das Bilden von Inferenzen (Lenhard & Schneider, 2006, S. 33). Der Untertest kann nach Lenhard und Schneider (2006) als sehr zuverlässig erachtet werden: Als interne Reliabilität wird im Testmanual ein Cronbachs α von .92 (S. 34) und eine Retest-Reliabilität von .80 angegeben (S. 36).

Zur Ermittlung der Rechenfähigkeit wurden zwei Untertests aus dem HRT 1-4 (Heidelberger Rechentest: Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter) von Haffner (2005) verwendet. Der Untertest „Ergänzungsaufgaben" aus dem Bereich Rechenoperationen misst mit 40 Items die Rechenleistung bei variablen Gleichungsaufgaben und dient der Prüfung grundlegender Rechenprozesse (Haffner, 2005, S. 15). Die Retest-Reliabilität wird mit .77 angegeben (Haffner, 2005, Testmanual, S. 30). Der Untertest „Zahlenfolgen" aus dem Bereich „räumlich-visuelle Funktionen" umfasst mathematisch logisches Denken und das Erkennen von Regeln. Die Retest-Reliabilität liegt den Autoren zufolge bei .75 (Haffner, 2005, Testmanual, S. 30).

Die allgemeinen kognitiven Fähigkeiten wurden mithilfe des Coulored-Progressive-Matrice-Test (CPM Raven) ermittelt. Da ein solcher Matrizentest sprachunabhängig ist, wird er häufig als eines der besten verfügbaren Maße für den Faktor „g" (allgemeine Intelligenz) betrachtet (Becker, Schaller & Schmidtke, 1980, S. 17). Die Messgenauigkeit wird von verschiedenen Autoren unterschiedlich beurteilt (für eine Übersicht siehe Becker, Schaller & Schmidtke, 1980, S. 14-16). Becker et al. (1980) kommen jedoch zu dem Schluss, dass die Messgenauigkeit im mittleren und höheren Altersbereich (sieben bis elf Jahre) als insgesamt befriedigend zu bewerten sei.

Bei den Untertests „Ergänzungsaufgaben" und „Zahlenfolgen" aus dem HRT sowie dem „Textverständnistest" aus ELFE 1-6 handelt es sich um Speed-Tests. Im Rahmen der hier berichteten Untersuchung wurden diese drei Tests in einem Heft („Lese- und Rechenaufgaben") zusammengestellt (siehe Anhang) und hintereinander in einem Durchgang erhoben. Die reine Testdauer lag bei zwölf Minuten (zwei Minuten für den Test „Ergänzungsaufgaben", drei Minuten für den Test „Zahlenfolgen“ und sieben Minuten für den „Textverständnistest“). Beim CPM-Raven-Test gab es keine zeitliche Begrenzung. Er wurde gesondert erhoben.

Schülerfragebogen. Der Fragebogen bestand aus einer gekürzten Version der „Attitude Inventory Items Scale“ von Charles et al. (1987) zur Messung der Einstellungen und der Fähigkeitseinschätzungen der Schüler beim Lösen mathematischer Textaufgaben (siehe Kapitel 5.2.1), einer gekürzten Fassung des „Retrospective Metacognitive Questionnaire Child“ (Desoete, 2007) zur Erhebung der metakognitiven Fähigkeiten beim Lösen von Textaufgaben (siehe Kapitel 5.5.1) sowie demografischen Fragen. Die „Attitude Inventory Items Scale“ (Charles et al., 1987) wurde anhand der Pilotierungsergebnisse aus der experimentellen Vorstudie (siehe Kapitel 5.2.2 und 5.2.3) von ursprünglich 20 auf zehn Items gekürzt. Cronbachs α lag bei .77. Der „Retrospective Metacognitive Questionnaire Child“ (Desoete, 2007) wurde auf der Basis der Pilotierungsergebnisse aus der experimentellen Vorstudie (siehe Kapitel 5.2.1) von ursprünglich 25 auf elf Items gekürzt. Cronbachs α lag bei .69. Bei beiden Skalen wurden erstens solche Items eliminiert, die in der exploratorischen Faktorenanalyse auf keinem der Faktoren luden. Um die Skalen weiter zu kürzen, wurden zweitens auch Items mit vergleichsweise geringen Faktorenladungen ausgeschlossen. Der Schülerfragebogen ist im Anhang dokumentiert.

Lehrerfragebogen. Die Angaben zu den metakognitiven Fähigkeiten der Probanden durch die Schüler selbst wurden um die Einschätzungen der Klassenlehrkräfte ergänzt. Dazu erhielten die Lehrkräfte die Frage *„Wie häufig zeigte der/die Schüler/in seit Beginn des vierten Schuljahres das in der Aussage beschriebene Vorgehen oder die beschriebene Fähigkeit beim Lösen von Textaufgaben im Vergleich zu gleichaltrigen Kindern?“*. Die Lehrkräfte wurden aufgefordert, nachfolgende Aussagen für jedes Kind in der Klasse anhand einer 7-Punkt-Likert-Skala von „1 = nie“ bis „7 = immer“ zu beantworten. Es folgte eine Auswahl von neun Items aus einer umfangreicheren Skala zu metakognitiven Fähigkeiten aus einem Lehrerfragebogen von Desoete (2007). Die neun Items wurden in dieser Form bereits von (Groß, 2013) eingesetzt und lauteten z.B. *„Das Kind beginnt mit einem Plan“* oder *„Das Kind kontrolliert nach dem Beenden einer Aufgabe die Rechnung“*. Groß (2013) berichtet eine hohe Reliabilität (Cronbachs α = .95). Darüber hinaus enthielt der Lehrerfragebogen offene Fragen über den Stellenwert von Text- und Sachaufgaben und die Bedeutung von externen Repräsentationen im Unterricht. Zum Beispiel lautete eine Frage: *„Wie kann man Ihrer Meinung nach Kinder bei der Lösung von Textaufgaben unterstützen? Gibt es bestimmte Herangehensweisen, Strategien oder Hilfsmittel, die Sie den Kindern empfehlen? Welche Erfahrungen haben Sie gemacht? Bitte beschreiben Sie kurz.“* Der Lehrerfragebogen ist im Anhang dokumentiert.

Elektronischer Stift. Wie in der experimentellen Vorstudie schrieben die Probanden bei der Bearbeitung der Aufgabenhefte mit dem elektronischen Stift „Echo Smartpen“ der Marke „Livescribe“. Die Aufgabenhefte wurden auf das dazugehörige Punktpapier gedruckt (siehe Kapitel 5.2.1).

Experimentelles Design

Das experimentelle Design beinhaltete eine 1-faktorielle Between-Subjects-Manipulation sowie eine 3-faktorielle Within-Subjects-Manipulation.

Between-Subjects-Manipulation. „Between-Subjects“ wurde der Faktor Lösungshilfe manipuliert: Eine Experimentalgruppe (n = 159) erhielt zur Bearbeitung der problemhaltigen Textaufgaben externe Repräsentationen in Form von vorgefertigten Tabellen und Zeichnungen. Eine Kontrollgruppe (n = 40) bekam die gleichen Aufgaben ohne Vorgabe externer Repräsentationen.

Umsetzung der Between-Subjects-Manipulation. Insgesamt gab es drei Testzeitpunkte: (1) Vor-, (2) Treatment- und (3) Transfertest. Im Vortest bearbeiteten die Probanden Aufgabenheft 1. Dieses enthielt immer Aufgabenset 1 ohne Vorgabe externer Repräsentationen. Der Vortest diente der Erhebung der Ausgangsleistung der Probanden. Im Treatment-Test bekamen die Versuchsteilnehmer die Aufgabenhefte 2 und 3. Diese bestanden aus den Aufgabensets 2 und 3 und enthielten in der Experimentalgruppe die Intervention in Form von bereitgestellten externen Repräsentationen. Die Kontrollgruppe erhielt keine Repräsentationen. Im Transfertest bearbeiteten die Probanden Aufgabenheft 4. Dieses enthielt immer Aufgabenset 4 ohne Lösungshilfen. Der Transfertest erhob die Leistung nach der Intervention. Da sich die Aufgaben im Transfertest nur in Oberflächenmerkmalen von den Aufgaben des Treatment-Tests unterschieden, kann nach Perkins & Salomon (1992) von einem Nahtransfer gesprochen werden.

Die Between-Subjects-Manipulation zielte auf die Beantwortung von Forschungsfrage 1: Lassen sich Konstruktion und Nutzung mentaler Repräsentationen durch die Vorgabe externer Repräsentationen erleichtern und verbessern? Der Vergleich von Experimental- und Kontrollgruppe im Treatment-Test unter Berücksichtigung der Vortest-Ergebnisse prüfte Annahme 1a zum *Arbeiten mit* externen Repräsentationen. Der Vergleich zwischen Experimental- und Kontrollgruppe im Transfertest unter Berücksichtigung der Performance im Vortest prüfte Annahme 1b zum *Lernen von* Repräsentationen.

Within-Subjects-Manipulation. Die Within-Subjects-Manipulation umfasste drei Faktoren: (1) Repräsentation, (2) Grad der Vorstrukturierung und (3) Aufgabentyp. Die Faktoren Repräsentation und Grad der Vorstrukturierung differenzierten die in der Experimentalgruppe vorgegebenen externen Repräsentationen weiter aus. Der Faktor Repräsentation hatte zwei Faktorstufen mit „1 = Zeichnung“ und „2 = Tabelle“. Der Faktor Grad der Vorstrukturierung bezog sich auf das Maß der bereits vorgenommenen Strukturierung der Repräsentationen und umfasste drei Faktorstufen: „1 = geringer Grad der Vorstrukturierung“, „2 = mittlerer Grad der Vorstrukturierung“ und „3 = hoher Grad der Vorstrukturierung“. Der Faktor Aufgabentyp differenzierte die problemhaltigen Textaufgaben in die drei Aufgabentypen „1 = Kombinatorik-“, „2 = Vergleichs-“ und „3 = Bewegungsaufgabe“. Die Within-Subjects-Manipulation zielte auf die Beantwortung von Forschungsfrage 2: Welches externe Repräsentationsformat verbessert und erleichtert die Konstruktion und Nutzung adäquater mentaler Repräsentationen mehr? Der Vergleich innerhalb der Experimentalgruppe im Treatment-Test prüfte die Annahme 2a bezüglich Zeichnung und Tabelle sowie die Annahme 2b zum Grad der Vorstrukturierung. Abbildung 18 gibt einen schematischen Überblick des experimentellen Designs.

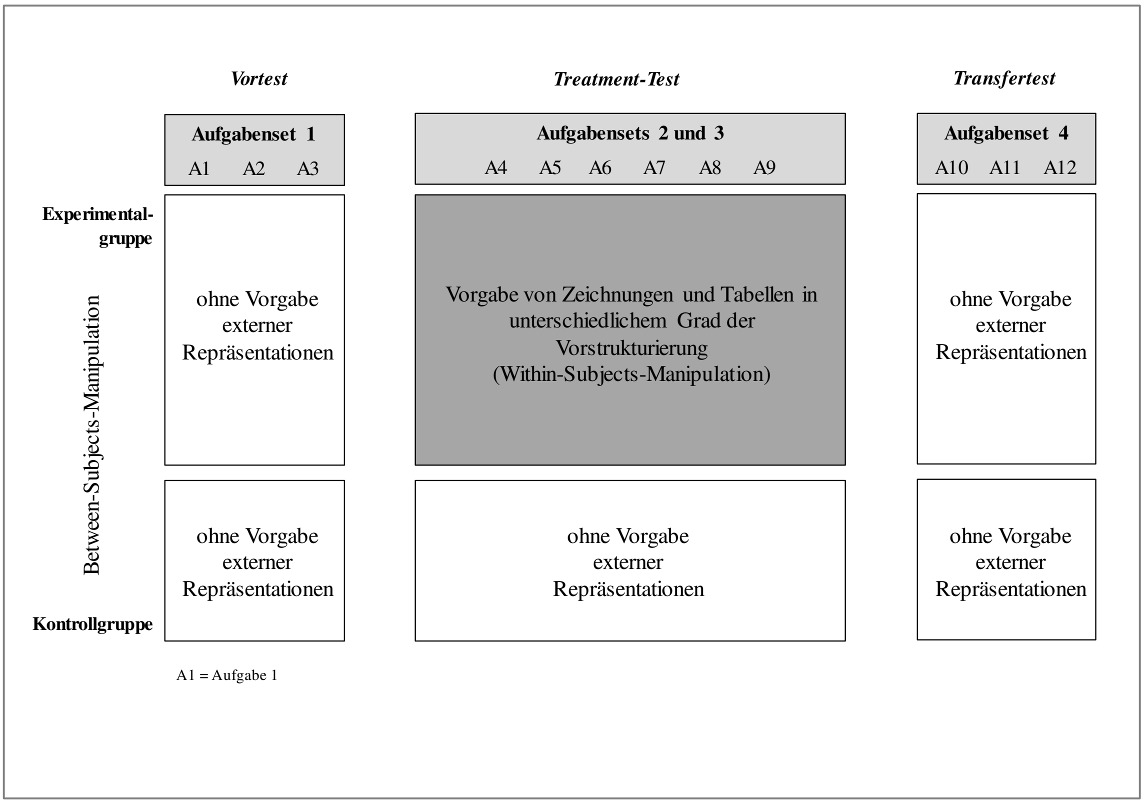


Abbildung 18. Schematische Darstellung des experimentellen Designs der Hauptstudie mit Between- und Within-Subjects-Manipulation.

Repräsentationen mit unterschiedlichem Grad der Vorstrukturierung. Für jeden Aufgabentyp gab es eine spezifische Zeichnung und Tabelle. Die Zeichnungen und Tabellen wurden im Grad der bereits vorgenommenen Vorstrukturierung in drei Schritten (gering, mittel und hoch) abgestuft, was zu drei Versionen der jeweiligen Zeichnung bzw. Tabelle führte. Die korrespondierenden Zeichnungen und Tabellen wurden informationsäquivalent konstruiert, das heißt, sie hielten die gleiche Menge an Informationen bereit, stellten diese aber auf unterschiedliche Art und Weise dar (Palmer, 1978). Die Abstufungen wurden nach theoretischen Überlegungen vorgenommen, da die empirische Erprobung kleinschrittiger Abstufungen in der experimentellen Vorstudie keine belastbaren Ergebnisse erbrachte (siehe Kapitel 5.2.2). Bei den theoretischen

Überlegungen wurde einerseits nach der Struktur der Repräsentation und andererseits nach den Handlungen (Prozeduren), die auf der jeweiligen Struktur vollzogen werden müssen, unterschieden. Bei den hoch-vorstrukturierten Repräsentationen waren die Struktur und der auf der Struktur operierende Prozess vollständig abgebildet. Die Lösung konnte – ohne dass weitere Handlungen an der Repräsentation vorzunehmen waren – abgelesen werden. Die mittel-vorstrukturierten Repräsentationen zeigten die gesamte Struktur, aber nur eine Handlung (z. B. eine Kombination bei den Kombinatorik- oder eine Bewegungssequenz bei den Bewegungsaufgaben). Bei der geringen Stufe der Vorstrukturierung wurde für die Vergleichs- und Bewegungsaufgaben lediglich die Struktur, für die Kombinatorikaufgaben sogar nur ein Teil der Struktur dargestellt. In keinem Fall war ein Prozess abgebildet.

Für die Kombinatorikaufgaben fand die gleiche Zeichnung und die gleiche Tabelle wie in der experimentellen Vorstudie Verwendung (siehe Kapitel 5.2.1). Abbildung 19 zeigt die Zeichnung und die Tabelle in den drei Abstufungen.

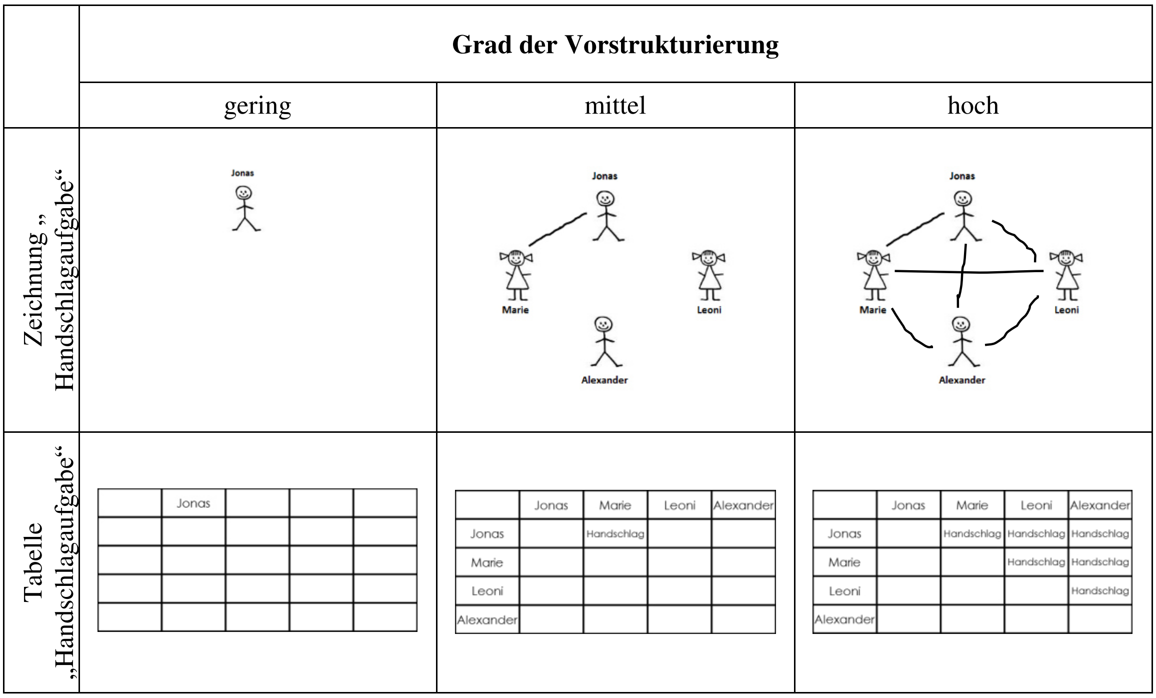


Abbildung 19. Zeichnung und Tabelle zu den Kombinatorikaufgaben der experimentellen Hauptstudie am Beispiel der „Handschlagaufgabe“.

Bei der hoch- und der mittel-vorstrukturierten Zeichnung waren vier im Kreis angeordnete und mit Namen beschriftete Strichmännchen abgebildet. In der hoch- und der mittel-vorstrukturierten Tabelle standen alle Namen der Kinder in der ersten Zeile (Tabellenkopf) nebeneinander und in der ersten Spalte noch einmal in der gleichen Reihenfolge untereinander. Je nach Grad der Vorstrukturierung war in der Zeichnung jedes Strichmännchen mit jedem anderen oder aber nur ein Pärchen miteinander verbunden. In der Tabelle waren entweder alle möglichen Kombinationen oder aber nur eine eingetragen. Die gering-vorstrukturierte Zeichnung zeigte nur ein beschriftetes Strichmännchen. Die korrespondierende Tabelle bestand aus dem Tabellenraster der mittel- bzw. hoch-vorstrukturierten Version, aber enthielt nur einen Namen in der ersten Zeile. Im Vergleich zur experimentellen Vorstudie unterschied sich die Tabelle insofern, als dass die Kombinationen nicht mehr durch Kreuze markiert wurden (siehe Kapitel 5.2.1), sondern durch Worte (z. B. „Handschlag“ bei der „Handschlagaufgabe“). Dies sollte die Tabelle stärker mit dem Aufgabentext verbinden und damit für die Probanden konkreter machen.

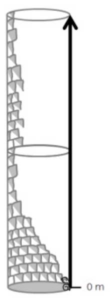
Für die Bewegungsaufgaben wurde die Tabelle aus der experimentellen Vorstudie verwendet (siehe Kapitel 5.2.1). Die eingesetzte Zeichnung hatte die gleiche Struktur wie die Version aus der experimentellen Vorstudie, jedoch wurden diesmal auch Oberflächenmerkmale des Aufgabentextes abgebildet. Dies sollte die Zeichnung weniger abstrakt wirken lassen und die Kohärenzbildung fördern (siehe Kapitel 5.2.3). Abbildung 20 zeigt die Zeichnung und die Tabelle in den drei unterschiedlich vorstrukturierten Stufen am Beispiel der „Schneckenaufgabe“. Die Repräsentationen zur „Koalabäraufgabe“ finden sich im Zeichnungsheft im Anhang.

Grad der Vorstrukturierung

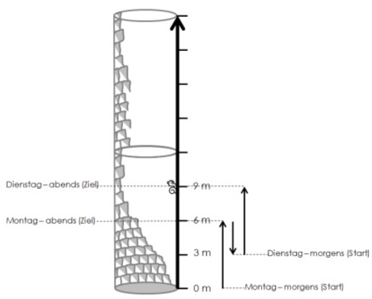
gering | mittel | hoch

Zeichnung „Schneckenaufgabe“

gering:



mittel:



hoch:

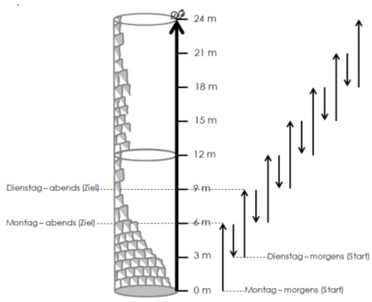


Tabelle „Schneckenaufgabe“

gering:

	0 m	

mittel:

	morgens (Start)	abends (Ziel)
Montag	0 m	6 m
Dienstag	3 m	9 m

hoch:

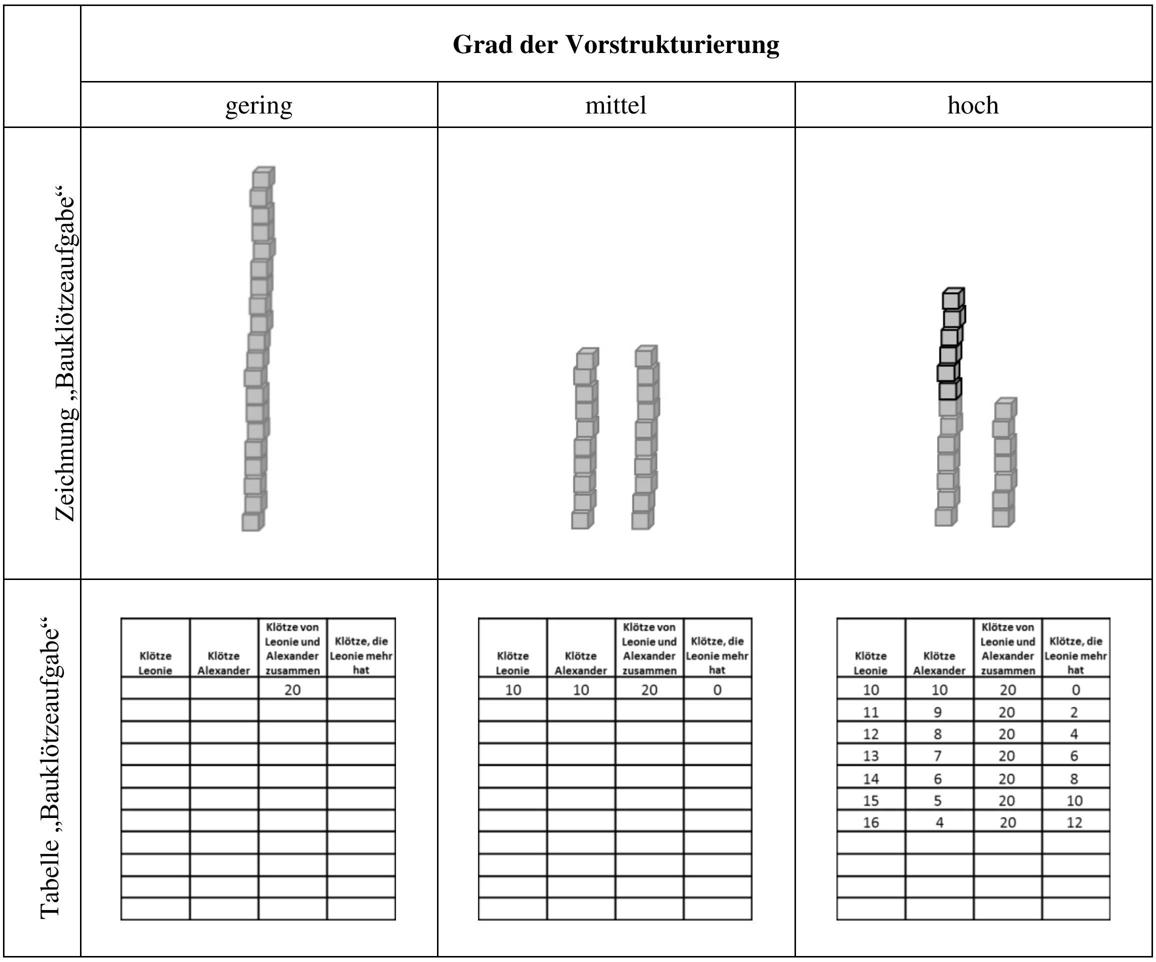
	morgens (Start)	abends (Ziel)
Montag	0 m	6 m
Dienstag	3 m	9 m
	6 m	12 m
	9 m	15 m
	12 m	18 m
	15 m	21 m
	18 m	24 m

Abbildung 20. Zeichnung und Tabelle für die Bewegungsaufgaben der experimentellen Hauptstudie am Beispiel der „Schneckenaufgabe“.

Die Zeichnung zeigte bei jedem Grad der Vorstrukturierung einen schematisch dargestellten Brunnenschacht („Schneckenaufgabe“) bzw. Baum („Koalabäraufgabe“) und einen Pfeil, der mit seiner Ausrichtung die Hauptbewegungsrichtung der Schnecke bzw. des Koalabärs und mit seiner Länge die zurückzulegende Strecke repräsentierte. In der gering-vorstrukturierten Version war die Schnecke bzw. der Koalabär am Brunnenboden bzw. am Beginn des Baustamms gezeichnet und die Stelle wurde mit „0 m“ markiert. In der mittel-vorstrukturierten Zeichnung wurden drei Bewegungen mit entsprechenden Pfeilen eingefügt. Pfeilanfang und Pfeilende wurden jeweils mit der Meterzahl und mit Angaben wie „Montag – morgens (Start)“ und „Montag – abends (Ziel)“ beschriftet. Die Schnecke bzw. der Koalabär wurde an der Stelle eingezeichnet, die sie bzw. er nach den drei Bewegungen erreicht hat. In der hoch-vorstrukturierten Fassung waren alle Pfeile eingezeichnet, jedoch nicht weiter beschriftet als in der mittleren Version. Die Schnecke bzw. der Koalabär wurde am Ziel der Gesamtstrecke abgebildet.

Die Tabelle bestand in jeder Version aus drei Spalten und 17 Zeilen. Die gering-vorstrukturierte Tabelle enthielt nur den Eintrag „0 m“ als Startpunkt. In der mittleren Version war der Tabellenkopf beschriftet mit „morgens (Start)“ und „abends (Ziel)“ und drei Bewegungen eingetragen: Im Fall der „Schneckenaufgabe“ stand in der linken Spalte (für die Wochentage) „Montag“, daneben in der mit „morgens (Start)“ überschriebenen Spalte „0 m“ und in der mit „abends (Ziel)“ überschriebenen Spalte „6 m“. In der nächsten Zeile fanden sich „Dienstag“, 3 m“ und „9 m“. Die hoch-vorstrukturierte Tabelle führte diesen Prozess bis ans Ziel, wobei die Spalte mit den Wochentagen nur bis „Dienstag“ ausgefüllt war.

Die Zeichnung zu den Vergleichsaufgaben wurde aufgrund der Ergebnisse der experimentellen Vorstudie (siehe Kapitel 5.2.2) grundlegend überarbeitet. Sie zeigte in jedem Grad der Vorstrukturierung ganz konkret die jeweilige Anzahl an Gegenständen (Bauklötze für die „Bauklötzeaufgabe“ bzw. Karten für die „Kartenaufgabe“, siehe Zeichnungsheft im Anhang). Variiert wurde die Anordnung der Gegenstände. Auch die Tabelle wurde überarbeitet. Sie war nun so konstruiert, dass sie den Prozess des systematischen Probierens (Bruder & Collet, 2011) zeigte bzw. zu dieser Strategie anregen sollte. Der Tabellenkopf war beschriftet mit „Klötze Leonie“, „Klötze Alexander“, „Klötze von Leonie und Alexander zusammen“ und „Klötze, die Leonie mehr hat“ (Beispiel „Bauklötzeaufgabe“). Abbildung 21 zeigt die drei Versionen der Zeichnung und der Tabelle zu den Vergleichsaufgaben.



gering:

Klötze Leonie	Klötze Alexander	Klötze von Leonie und Alexander zusammen	Klötze, die Leonie mehr hat
		20	

mittel:

Klötze Leonie	Klötze Alexander	Klötze von Leonie und Alexander zusammen	Klötze, die Leonie mehr hat
10	10	20	0

hoch:

Klötze Leonie	Klötze Alexander	Klötze von Leonie und Alexander zusammen	Klötze, die Leonie mehr hat
10	10	20	0
11	9	20	2
12	8	20	4
13	7	20	6
14	6	20	8
15	5	20	10
16	4	20	12

Abbildung 21. Zeichnung und Tabelle für die Vergleichsaufgaben der experimentellen Hauptstudie am Beispiel der „Bauklötzeaufgabe“.

Die gering-vorstrukturierte Version der Zeichnung ordnete alle Bauklötze auf einem Stapel übereinander an und zeigte damit einen (möglichen) Ausgangszustand. Bei der entsprechenden Tabelle war die Gesamtzahl in der ersten Zeile der Spalte „Klötze von Leonie und Alexander zusammen“ eingetragen. Die mittlere Zeichnungsversion bildete einen Zwischenzustand ab, indem zwei gleich große Stapel nebeneinander gezeichnet wurden. Nach der rationalen Aufgabenanalyse (Resnick & Ford, 1978) sind beim Aufgabentyp der Vergleichsaufgaben zwei Lösungswege möglich (siehe Anhang). Die Zeichnung zeigt eine Anordnung der Bauklötze wie sie dann vorkommt, wenn der Lösungsweg beschritten wird, bei dem im ersten Schritt die Bauklötze zunächst gleichmäßig auf die beiden Kinder verteilt werden. Die Tabelle war analog dieser Strategie ausgefüllt: Sowohl in der Spalte „Klötze Leonie“ als auch in der Spalte „Klötze Alexander“ wurde „10“ eingetragen. Bei „Klötze von Leonie und Alexander zusammen“ stand „20“ und bei „Klötze, die Leonie mehr hat“ „0“. Die bereitgestellten Repräsentationen folgten diesem Lösungsweg, da er in der explorativen und experimentellen Vorstudie relativ häufig zu beobachten war. Die hoch-vorstrukturierte Version zeigte den Zielzustand: In der Zeichnung entsprach einer der abgebildeten Stapel mit Bauklötzen der Anzahl an Bauklötzen des einen Kindes, der andere Stapel der Anzahl an Klötzen des anderen Kindes. Die Differenz wurde zusätzlich auf dem höheren Stapel mit einer dickeren Umrandung der Bauklötze hervorgehoben. Die hoch-vorstrukturierte Tabelle führte das systematische Probieren anhand von sieben „Versuchen" vor. Ausgehend von der mittel-vorstrukturierten Tabelle wurde systematisch einem Kind ein Bauklotz „abgenommen" und dem anderen Kind „gegeben". Die richtige Lösung fand sich in Zeile vier. Anders als die Tabelle bildete die mittel- und hoch-vorstrukturierte Zeichnung nicht den Prozess ab, der zu der jeweiligen Anordnung der Klötze führte. Darin unterschied sich die Zeichnung der Vergleichsaufgaben auch von den Zeichnungen der Kombinatorik- und Bewegungsaufgaben: Der Prozess an sich war nicht sichtbar, sondern nur das Ergebnis des Prozesses, wobei dieser jeweils zu einer Umstrukturierung des Repräsentation führte.

Umsetzung der Within-Subjects-Manipulation. Die Within-Subjects-Manipulation erfolgte bei Probanden der Experimentalgruppe im Treatment-Test (Aufgabenhefte 2 und 3). Aus der 2 x 3 x 3-faktoriellen Within-Subjects-Manipulation resultierten 18 experimentelle Bedingungen, was 18 zu bearbeitende Aufgaben für jeden Probanden bedeutet (bei einer Aufgabe je experimenteller Bedingung). Um die Schüler nicht übermäßig zu belasten und den zeitlichen Aufwand für die Lehrkräfte vertretbar zu halten, wurde ein Multimatrix-Design gewählt: Jeder Proband erhielt nur sechs der 18 experimentellen Bedingungen. Das Multimatrix-Design war so aufgebaut, dass jeder Versuchsteilnehmer alle Faktorstufen der drei Faktoren durchlief, nicht aber jede Kombination. Jeder Proband erhielt Tabellen und Zeichnungen (Repräsentation), den hohen, den mittleren und den geringen Grad der Vorstrukturierung sowie Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgaben (Aufgabentyp). In einem Heft wurden die Textaufgaben jeweils mit einer Zeichnung und dem schriftlichen Hinweis *„Du kannst die Zeichnung nutzen, um die Lösung zu finden"* präsentiert (Zeichnungsheft). Im anderen Heft wurden die Aufgaben jeweils von einer Tabelle und dem Hinweis *„Du kannst die Tabelle nutzen, um die Lösung zu finden"* begleitet (Tabellenheft). Um Reihenfolge-Effekte der Repräsentation zu kontrollieren, erhielt die Hälfte der Probanden in der Experimentalgruppe zuerst das Zeichnungs- und danach das Tabellenheft. Bei der anderen Hälfte der Probanden in der Experimentalgruppe war die Reihenfolge umgekehrt. Um Reihenfolge-Effekte der Aufgabensets zu kontrollieren, wurde auch deren Reihenfolge variiert: Die Hälfte der Probanden erhielt zuerst Aufgabenset 2 und anschließend Aufgabenset 3. Bei der anderen Hälfte der Versuchspersonen war die Reihenfolge umgekehrt. Dies ergab vier Treatments in der Experimental- und zwei in der Kontrollgruppe (siehe Abbildung 22).

		Aufgabenheft 2					Aufgabenheft 3				
		Grad der Vorstrukturierung					Grad der Vorstrukturierung				
Treatment				hoch	mittel	gering			hoch	mittel	gering
Experimentalgruppe	1	Zeichnung	Set 1	K	V	B	Tabelle	Set 2	K	V	B
	2			K	B	V			K	B	V
	3			V	K	B			V	K	B
	4			V	B	K			V	B	K
	5			B	K	V			B	K	V
	6			B	V	K			B	V	K
	7		Set 2	K	V	B		Set 1	K	V	B
	8			K	B	V			K	B	V
	9			V	K	B			V	K	B
	10			V	B	K			V	B	K
	11			B	K	V			B	K	V
	12			B	V	K			B	V	K
	13	Tabelle	Set 1	K	V	B	Zeichnung	Set 2	K	V	B
	14			K	B	V			K	B	V
	15			V	K	B			V	K	B
	16			V	B	K			V	B	K
	17			B	K	V			B	K	V
	18			B	V	K			B	V	K
	19		Set 2	K	V	B		Set 1	K	V	B
	20			K	B	V			K	B	V
	21			V	K	B			V	K	B
	22			V	B	K			V	B	K
	23			B	K	V			B	K	V
	24			B	V	K			B	V	K
Kontrollgruppe	25		Set 1	K	V	B		Set 2	K	V	B
	26			K	B	V			K	B	V
	27			V	K	B			V	K	B
	28		Set 2	V	B	K		Set 1	V	B	K
	29			B	K	V			B	K	V
	30			B	V	K			B	V	K

K = Kombinatorik-, V = Vergleichs-, B = Bewegungsaufgabe

Abbildung 22. Treatments der Within-Subjects-Manipulation im Multimatrix-Design der experimentellen Hauptstudie.

Die Manipulation des 3-stufigen Within-Subjects-Faktors ‚Grad der Vorstrukturierung' wurde folgendermaßen umgesetzt: Die erste Aufgabe in Aufgabenheft 2 sowie in Heft 3 wurde von einer Zeichnung bzw. einer Tabelle mit einem hohen Grad an Vorstrukturierung begleitet. Die externe Repräsentation bei der zweiten Aufgabe bot ein mittleres Maß an Vorstrukturierung und die Repräsentation der dritten Aufgabe ein geringes. Diese Reihenfolge wurde nicht variiert.

Damit jeder Aufgabentyp mit jedem Grad der Vorstrukturierung im Untersuchungsplan vorkam, wurde die Anordnung der Kombinatorik-, der Vergleichs- und der Bewegungsaufgabe im Aufgabenheft systematisch variiert. Dafür wurde die Reihenfolge der Aufgaben vollständig über die Versuchspersonen hinweg ausbalanciert. Das heißt, jeder Proband erhielt eine von sechs resultierenden Aufgabensequenzen. Die vier Treatments in der Experimentalgruppe lagen folglich in sechs Varianten vor, was zu 24 Treatments führte. Die zwei Treatments in der Kontrollgruppe lagen rechnerisch ebenfalls in sechs Varianten vor, was theoretisch zu zwölf Treatments in der Kontrollgruppe geführt hätte. Da die Kontrollgruppe aber nur 40 Probanden umfasste, wurden tatsächlich nur sechs der zwölf theoretischen Treatments gebildet. Nicht alle sechs Aufgabensequenzen begannen einmal mit Aufgabenset 2 und einmal mit Aufgabenset 3, sondern nur die Hälfte begann mit Set 2 und die andere Hälfte mit Set 3 (siehe Abbildung 22). Daraus resultierten sechs Treatments in der Kontrollgruppe. Die Versuchsteilnehmer wurden mit Aufgabenheft 1 ad random einer Aufgabensequenz zugewiesen und behielten diese in den drei nachfolgenden Heften bei. Durch das vollständige Ausbalancieren konnten zudem sowohl Reihenfolge-, Ermüdungs- und Übungseffekte („progressive error") als auch aufgabenspezifische Effekte auf die nachfolgende(n) Aufgabe(n) („carry over effects") gleichmäßig über die drei Aufgabentypen verteilt und damit kontrolliert werden (Myers & Hansen, 2012).

Die 199 Versuchsteilnehmer wurden ad random einem der Experimental- oder Kontrolltreatments zugewiesen. Dazu wurden die Aufgabenhefte nach Treatment-Nummern sortiert (1 bis 30), wobei jedes fünfte Aufgabenheft ein Treatment der Kontrollgruppe war. Die Aufgabenhefte wurden in dieser Reihenfolge fortlaufend auf die Kinder in den Klassen verteilt.

Abhängige Variable. Die abhängigen Variablen waren:

- der Lösungserfolg,
- das Aufgabenverständnis,
- die wahrgenommene Schwierigkeit der Aufgabe,
- die wahrgenommene Anstrengung bei der Aufgabenbearbeitung,
- die Bearbeitungsdauer.

Darüber hinaus wurden die Probanden nach ihrer Wahrnehmung gefragt, ob ihnen die Zeichnung bzw. Tabelle bei der Aufgabenbearbeitung geholfen hat und warum.

Der Lösungserfolg wurde dichotom mit „0 = falsches oder kein Ergebnis" und „1 = richtiges Ergebnis" codiert. Durch die Codierung mit „0" und „1" lag bei aggregierten Werten das arithmetische Mittel zwischen 0 und 1 und drückte multipliziert mit 100 die durchschnittliche Lösungsrate in Prozent aus. Das Aufgabenverständnis wurde auf einer 4-stufigen Skala von „0 Punkte = völlig falsches oder gar kein Verständnis" bis „3 Punkte = völliges Verständnis" durch drei geschulte Rater beurteilt. Grundlage für das Rater-Urteil war das sich im Ergebnis und gegebenenfalls im externalisierten Lösungsweg ausdrückende Verständnis der Aufgabe. Die Skala wurde für jeden Aufgabentyp sowohl theoriegeleitet (Top-down) als auch anhand der konkreten Aufgabenbearbeitungen (Bottom-up) gebildet und in einem Codier-Manual mit konkreten Beispielen festgehalten. Anhand der rationalen Aufgabenanalyse ließen sich vorab unterschiedliche Fehlertypen festmachen. In jedem Fehlertyp drückte sich ein mehr oder weniger großes

(Miss-)Verständnis der Aufgabe aus. Jeder Fehlertyp führte zu bestimmten falschen Ergebnissen. Lagen diese falschen Ergebnisse vor, konnte – auch wenn der Lösungsweg nicht externalisiert war – mit hoher Wahrscheinlichkeit auf diesen spezifischen Fehlertyp geschlossen werden. Das Codier-System kann als niedrig- bis mittel-inferent eingestuft werden (Petko, Waldis, Pauli & Reusser, 2003). Die Übereinstimmungen der drei Rater wurde anhand von 5 % der Aufgabenbearbeitungen (n = 122) überprüft und lag nach mehreren Runden bei einem Cohens Kappa von .827, was als sehr gut erachtet werden kann. Tabelle 6 gibt einen Überblick der Rating-Skalen zum Aufgabenverständnis für alle drei Aufgabentypen.

Tabelle 6
Erläuterung der Rating-Skalen zum Aufgabenverständnis für die drei Aufgabentypen

Kombinatorikaufgabe	0 Punkte	leere Seite, kein Ergebnis; Proband nennt Zahl aus dem Aufgabentext als Ergebnis (4 Kinder = 4 Handschläge → nicht kombiniert) oder völlig unrealistisches Ergebnis (mehr als 20 Handschläge).
	1 Punkt	Proband erkennt, dass die Kinder miteinander kombiniert werden müssen, rechnet aber „blind" mit den Zahlen, z. B. 4 x 4 = 16 Handschläge oder 4 + 4 = 8 Handschläge.
	2 Punkte	Proband berücksichtigt bei den Kombinationen, dass die Kinder sich nicht selbst die Hand schütteln, aber kombiniert doppelt (z. B. Leonie – Alexander *und* Alexander – Leonie), 4 x 3 = 12 Handschläge.
	3 Punkte	Proband kommt zum richtigen Ergebnis. Flüchtigkeitsfehler wurden akzeptiert, wenn aus der Aufgabenbearbeitung das richtige Kombinationsverständnis ersichtlich war, aber die (richtigen) Kombinationen falsch zusammengezählt wurden (z. B. 5 statt 6).
Vergleichsaufgabe	0 Punkte	leere Seite, kein Ergebnis; Proband nennt die zwei Zahlen aus dem Aufgabentext als Ergebnis, addierte die zwei Zahlen aus dem Aufgabentext aufgrund des Signalworts „mehr", kam zu einem völlig abwegigen Ergebnis.
	1 Punkt	Proband verteilt die Gesamtmenge gleichmäßig auf die 2 Kinder (z. B. 18 : 2 = 9) oder subtrahierte die Differenz von der Gesamtmenge (z. B. 18 – 4 = 14) und blieb dabei stehen (Ergebnis „9 und 9" oder „14 und 4")
	2 Punkte	Proband verteilt die Differenz auf die beiden Kinder, aber falsch. Typische falsche Ergebnisse sind z. B. „9 und 5", „13 und 9" oder „13 und 5".
	3 Punkte	Proband kommt zum richtigen Ergebnis. Falsche Ergebnisse aufgrund erkennbarer Flüchtigkeits- oder kleinerer Rechenfehler wurden als richtig gewertet.
Bewegungsaufgabe	0 Punkte	leere Seite, kein Ergebnis; Proband missachtet zentrale Bedingungen der Aufgabe, z. B. dass die Schnecke wieder hinunterrutscht (6 + 6 + 6 + 6 = 24, Antwort: vier Tage).
	1 Punkt	Proband berechnet die Nachtdistanz richtig (z. B. 6 : 2 = 3), aber führt die Auf-und-Ab-Bewegungen falsch aus.
	2 Punkte	Proband führt die Auf-und-Ab-Bewegungen richtig aus, beachtet aber nicht, dass die Schnecke am letzten Tag nicht mehr zurückrutscht, sondern ihr Ziel erreicht hat.
	3 Punkte	Proband kommt zum richtigen Ergebnis. Falsche Ergebnisse aufgrund erkennbarer Flüchtigkeits- oder kleinerer Rechenfehler wurden als richtig gewertet.

Die wahrgenommene Schwierigkeit wurde direkt nach jeder Aufgabenbearbeitung auf einer 4-Punkt-Likert-Skala von „1 = sehr leicht“ bis „4 = sehr schwer“ von den Probanden angegeben. Die Reliabilität der Schwierigkeitsmessung war sowohl in der Experimental- (Cronbachs $\alpha = .780$) als auch in der Kontrollgruppe ($\alpha = .864$) gut.

Die wahrgenommene Anstrengung wurde ebenso direkt nach jeder Aufgabenbearbeitung auf einer 4-Punkt-Likert-Skala von „1 = gar nicht angestrengt“ bis „4 = sehr angestrengt“ von den Versuchsteilnehmern eingeschätzt. Auch die Messung der wahrgenommenen Anstrengung war in der Experimental- ($\alpha = .894$) und der Kontrollgruppe ($\alpha = .945$) reliabel.

Die Bearbeitungsdauer wurde für jede Aufgabenbearbeitung anhand der Aufzeichnungen des elektronischen Stifts codiert. Das Vorgehen war das gleiche wie in der experimentellen Vorstudie (siehe Kapitel 5.2.1). Als Indikator für den Start der Aufgabenbearbeitung wurde erneut das Ankreuzen der Antwort der unmittelbar vorausgehenden Frage herangezogen. Dies war in der vorliegenden Studie die Frage *„Hat dir die Aufgabe Spaß gemacht?“.* Die Versuchspersonen waren instruiert, sobald sie eine der Antwortmöglichkeiten auf die Frage angekreuzt hatten, die Seite des Aufgabenhefts unverzüglich umzublättern und mit der nächsten Aufgabe fortzufahren. Der Zeitpunkt des Ankreuzens war folglich der bestmögliche Indikator für den Start der Aufgabenbearbeitung. Bei der ersten Aufgabe – hier ging keine Frage voran – wurde der Startpunkt auf 10 Sekunden festgelegt. Dies entsprach in etwa der Zeit, die zwischen der Stiftaktivierung durch den Versuchsleiter (Beginn der Zeitmessung) und dem Lesebeginn des Aufgabentextes der ersten Aufgabe durchschnittlich verging. Als Ende der Aufgabenbearbeitung war der Zeitpunkt definiert, zu dem der Proband den Antwortsatz ergänzte. Um sicherzustellen, dass der Start- und Endzeitpunkt von unterschiedlichen Codierern gleichermaßen festgehalten wurde, haben drei Codierer an einer gemeinsamen Stichprobe von 5 % der Aufgabenbearbeitungen ($n = 116$) Start- und Endzeitpunkt unabhängig voneinander codiert. Der Intraklassen-Korrelationskoeffizient der drei Rater lag bei .984 für den Start- und bei .991 für den Endzeitpunkt.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick der erhobenen Variablen.

Tabelle 7

Abhängige Variablen und Anzahl der Messzeitpunkte in der experimentellen Hauptstudie

	Anzahl Messwerte		
Abhängige Variablen	*Vortest*	*Treatment-Test*	*Transfertest*
Lösungserfolg	3	6	3
Aufgabenverständnis	3	6	3
Wahrgenommene Schwierigkeit	3	6	3
Wahrgenommene Anstrengung	3	6	3
Sicherheit der Lösung	3	6	3
Subjektive Bearbeitungsdauer	3	6	3
Objektive Bearbeitungsdauer	3	6	3

Statistische Analysen

Um Forschungsfrage 1 zu beantworten, wurde für die dichotome abhängige Variable Lösungsrate ein GEE-Modell (Liang & Zeger, 1986), für die abhängigen Variablen Aufgabenverständnis, wahrgenommene Schwierigkeit, wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer jeweils eine Mixed-ANOVA gerechnet. Beide Modelle umfassten den 3-stufigen Within-Subjects-Faktor Test-Zeitpunkt („1 = Vortest“, „2 = Treatment-Test“ und „3 = Transfertest“), den 3-stufigen Within-Subjects-Faktor Aufgabentyp („1 = Kombinatorik-“, „2 = Vergleichs-“ und „3 = Bewegungsaufgabe“) sowie den 2-stufigen Between-Subjects-Faktor Lösungshilfe („0 = nein“, „1 = ja“). Für den Faktor Test-Zeitpunkt wurden die Kontraste Vortest vs. Treatment-Test (Kontrast 1) und Vortest vs. Transfertest (Kontrast 2) angefordert. Die Performance im Vortest war folglich für beide Vergleiche das Referenzmaß. Für den Faktor Aufgabentyp wurden keine a-priori Kontraste definiert, da es keine natürliche Referenzkategorie gab.

In Hinblick auf die Forschungsfrage war der Interaktionseffekt von Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe relevant. Um Annahme 1a zu prüfen, wurde der Vergleich Vortest vs. Treatment-Test betrachtet (Kontrast 1). Zur Überprüfung von Annahme 1b wurde der Vergleich Vortest vs. Transfertest (Kontrast 2) herangezogen. Für beide Kontraste wurde für die Experimentalgruppe gegenüber der Kontrollgruppe ein (größerer) Zuwachs in der Lösungsrate und im Aufgabenverständnis erwartet (signifikanter Interaktionseffekt). Mit Blick auf die wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung sowie die Bearbeitungsdauer wurde für die Experimentalgruppe gegenüber der Kontrollgruppe ein (größerer) Rückgang erwartet. Um zu prüfen, ob die erwarteten Effekte abhängig vom Aufgabentyp waren, wurde die Dreifachinteraktion von Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe x Aufgabentyp angeschaut. Abbildung 23 verdeutlicht die Analyselogik schematisch.

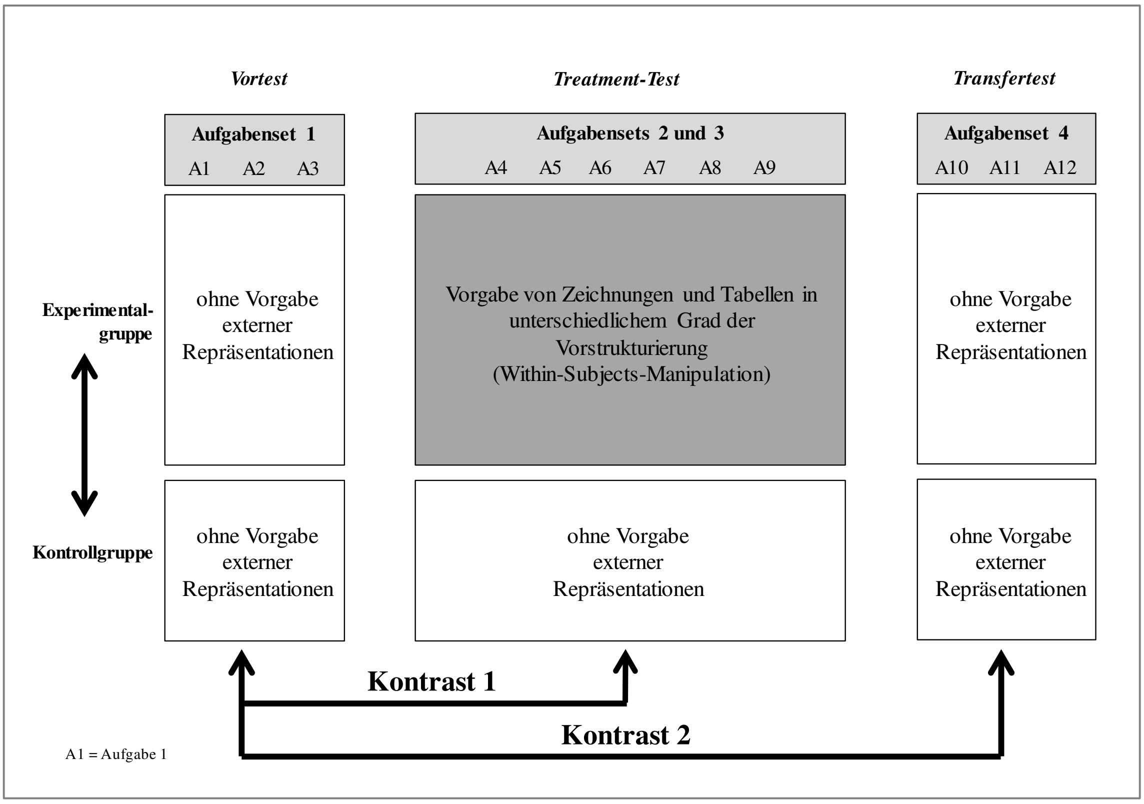


Abbildung 23. Analyselogik zur Beantwortung von Forschungsfrage 1.

Zur Beantwortung von Forschungsfrage 2 wurden die Daten des Treatment-Tests von Probanden der Experimentalgruppe betrachtet (siehe Abbildung 24). Aufgrund des Multimatrix-Designs war die Messwertreihe jedes Probanden in Hinblick auf die Interaktion der Faktoren Grad der Vorstrukturierung x Aufgabentyp und für die Dreifachinteraktionen aus Repräsentation x Grad der Vorstrukturierung x Aufgabentyp unvollständig. Die Modellierung aller Interaktionseffekte in einer messwiederholten Varianzanalyse war nicht möglich. Daher wurde wie bereits in der experimentellen Vorstudie auf ein GEE-Modell (Liang & Zeger, 1986) zurückgegriffen (siehe Kapitel 5.2.1). Für jede abhängige Variable wurden verallgemeinerte Schätzungsgleichungen mit den messwiederholten Faktoren Repräsentation („1 = Tabelle“, „2 = Zeichnung“), Grad der Vorstrukturierung („1 = gering“, „2 = mittel“, „3 = hoch“) und Aufgabentyp („1 = Kombinatorik-“, „2 = Vergleichs-“, „3 = Bewegungsaufgabe“) gerechnet.

Im Hinblick auf Forschungsfrage 2a war der Haupteffekt des Faktors Repräsentation relevant. Bei Vorgabe einer Zeichnung sollten die Probanden erstens häufiger zur richtigen Lösung kommen und ein größeres Aufgabenverständnis zeigen als beim Angebot einer Tabelle (Effektivität). Zweitens sollte die richtige Lösung bei der Vorgabe einer Zeichnung einfacher (wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung) und schneller (Bearbeitungsdauer) erreicht werden als bei der Vorgabe einer Tabelle (Effizienz). Zur Beantwortung von Forschungsfrage 2b war der Haupteffekt des Faktors Grad der Vorstrukturierung bedeutsam. Zur Prüfung der Annahme wurden die paarweisen Vergleiche gering vs. mittel, mittel vs. hoch und gering vs. hoch durchgeführt. Erstens sollten die Lösungsraten und das Aufgabenverständnis bei einer hohen Vorstrukturierung höher sein als bei einer mittleren Vorstrukturierung und diese wiederum höher als bei einer geringen Vorstrukturierung (Effektivität). Zweitens sollte die richtige Lösung bei einer hohen Vorstrukturierung einfacher (wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung) und schneller (Bearbeitungsdauer) gefunden werden als bei einer mittleren Vorstrukturierung und bei einer mittleren einfacher und schneller als bei einer geringen Vorstrukturierung.

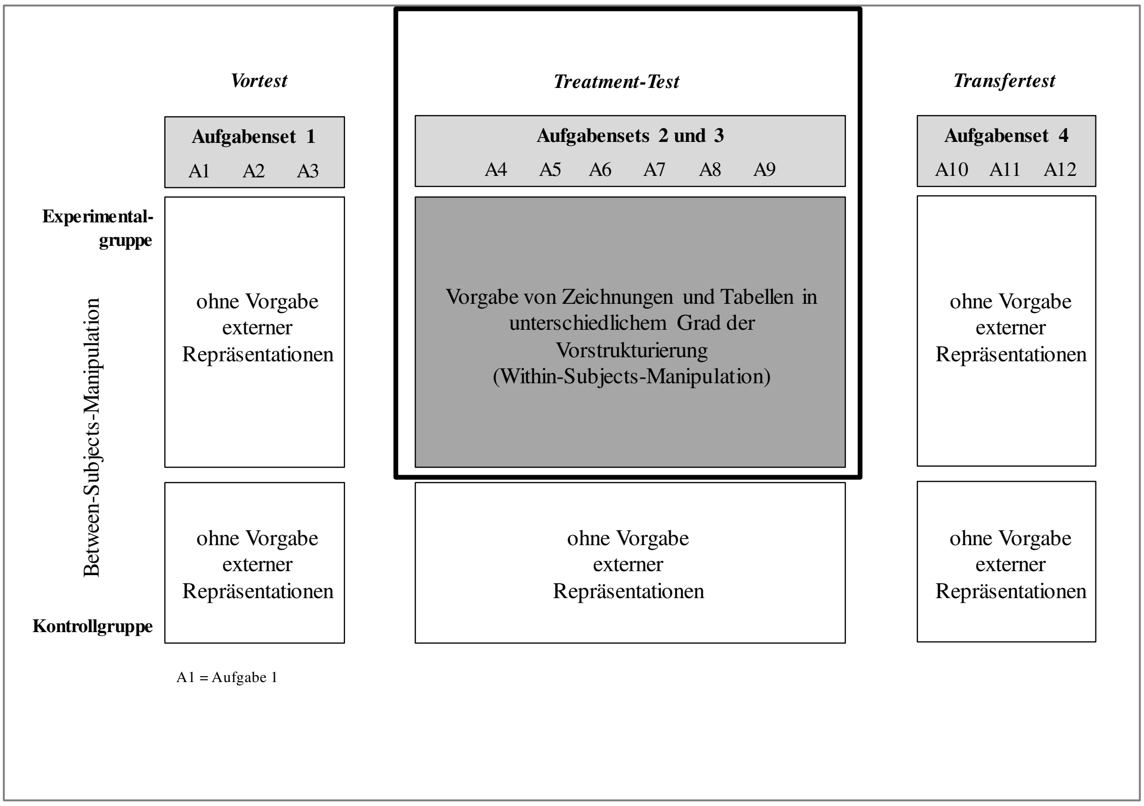


Abbildung 24. Analyselogik zur Beantwortung von Forschungsfrage 2.

Durchführung der Untersuchung

Die Untersuchung erstreckte sich über den Zeitraum November 2013 bis einschließlich März 2014 und wurde in der regulären Unterrichtszeit in den Klassenzimmern durchgeführt. Die Untersuchung umfasste vier Erhebungszeitpunkte in jeder Klasse. Zwischen den Erhebungszeitpunkten lagen jeweils ca. drei Wochen. Für jeden Erhebungszeitpunkt stand eine Doppelstunde (90 Minuten) zur Verfügung. Versuchsleiter war immer der Autor der vorliegenden Arbeit. Eine wissenschaftliche Hilfskraft assistierte bei jeder Erhebung.

Der Ablauf der Untersuchung gestaltete sich folgendermaßen:

- Erhebungszeitpunkt 1: Einführung, Aufgabenheft 1
- Erhebungszeitpunkt 2: Aufgabenheft 2, Test-Heft „Lese- und Rechenaufgaben“
- Erhebungszeitpunkt 3: Aufgabenheft 3, CPM Raven
- Erhebungszeitpunkt 4: Aufgabenheft 4, Schülerfragebogen, Lehrerfragebogen

Unmittelbar nach jedem Erhebungszeitpunkt protokollierte der Versuchsleiter den Ablauf der Erhebung. In einer Protokollvorlage wurden neben dem Datum und der Uhrzeit der Erhebung auch Einschätzungen zur Konzentration der Schüler festgehalten sowie gegebenenfalls Störfaktoren notiert.

Im Folgenden wird der Ablauf der einzelnen Erhebungszeitpunkte näher beschrieben. Zu Erhebungszeitpunkt 1 stellten sich der Versuchsleiter und die wissenschaftliche Hilfskraft zunächst vor und der Versuchsleiter erläuterte kindgerecht den Zweck der Studie (siehe Kapitel 5.1.2).

Nach der allgemeinen Einführung erklärte der Versuchsleiter die Funktionsweise und Handhabung des elektronischen Stifts. Anschließend beschrieb der Versuchsleiter den Aufbau des Aufgabenhefts und erläuterte die auf die Textaufgaben folgenden Fragen im Aufgabenheft und dazugehörigen Skalen anhand von konkreten Beispielen. Die Versuchsteilnehmer wurden instruiert, die Aufgaben in der Reihenfolge des Aufgabenheftes zu bearbeiten und direkt nach jeder Aufgabe die dazugehörigen Fragen zu beantworten. Dann beschrieb der Versuchsleiter den Ablauf, der wie folgt aussah: Die teilnehmenden Schüler wurden nacheinander namentlich aufgerufen. Das aufgerufene Kind kam an das Lehrerpult und erhielt sein Aufgabenheft sowie den elektronischen Stift. Bei der Übergabe des Stiftes aktivierte die wissenschaftliche Hilfskraft die Aufnahmefunktion des Stiftes. Die Schüler wurden aufgefordert, unmittelbar mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen, sobald sie an ihrem Platz waren. Der Versuchsleiter wies ausdrücklich darauf hin, dass es nicht auf die Schnelligkeit bei der Lösung der Aufgaben ankomme, sondern jeder in seinem Tempo arbeiten solle und ausreichend Zeit bereitstehe. Wer fertig war, brachte sein Aufgabenheft und den Stift zurück ans Lehrerpult. Dort stoppte die wissenschaftliche Hilfskraft die Aufnahmefunktion des Stiftes und überreichte zur Überbrückung der Zeit ein Ausmalblatt bis der letzte Proband fertig war. Der Versuchsleiter und die wissenschaftliche Hilfskraft waren während der gesamten Bearbeitungszeit anwesend und standen für allgemeine Verständnisfragen z. B. hinsichtlich der Skalen oder für technische Fragen zur Verfügung. Inhaltliche Hilfestellungen zu den Aufgaben wurden nicht gegeben. Wenn die Lehrkraft während der Erhebung anwesend war, wurde darauf geachtet, dass auch sie keine Hilfestellungen leistete.

Am zweiten, dritten und vierten Erhebungstermin fanden im Anschluss an die Bearbeitung des Aufgabenhefts weitere Erhebungen statt. Vor der Erhebung der Rechenfertigkeit und des Textverständnisses (Erhebungszeitpunkt 2) und der Erhebung der allgemeinen kognitiven Fähigkeiten (Erhebungszeitpunkt 3) machten die Schüler eine kurze Pause. Anschließend wurde der jeweilige Test vom Versuchsleiter oder der wissenschaftlichen Hilfskraft im Klassenverband durchgeführt. Der Schülerfragebogen (Erhebungszeitpunkt 4) wurde direkt bei der Abgabe des Aufgabenhefts an den Probanden ausgehändigt und im unmittelbaren Anschluss ausgefüllt. Der Inhalt und Aufbau des Fragebogens wurde zu Beginn der Stunde erläutert. Am vierten Erhebungszeitpunkt erhielten die Lehrkräfte den Lehrerfragebogen, den sie entweder direkt oder zu einem späteren Zeitpunkt ausfüllten und an den Untersuchungsleiter zurücksendeten.

Die Erhebung sämtlicher Daten erfolgte pseudonymisiert (vergleiche Kapitel 5.2.1). Bei der ersten Erhebung wurde jedem Schüler ein Code zugewiesen, der zufällig aus einer vierstelligen Buchstaben- und Ziffernfolge generiert wurde. Alle Aufgabenhefte und Erhebungsbögen wurden mit dem Code gekennzeichnet. Die Liste mit der Zuordnung der Codes zu den Namen der Versuchsteilnehmer blieb in den Händen der Klassenlehrkraft und wurde nur zum Zeitpunkt der Erhebung an den Versuchsleiter ausgehändigt. Dies gewährleistete die eindeutige Zuordnung der Aufgabenhefte und Erhebungsbögen zu jeweils einer Versuchsperson. Die Liste mit den namentlichen Zuordnungen der Codes wurde von der Lehrkraft unmittelbar nach dem vierten Erhebungszeitpunkt vernichtet.

5.3.2 Ergebnisse

Forschungsfrage 1: Verbessern und erleichtern bereitgestellte vorstrukturierte externe Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Modelle beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben oder sollen Problemlöser ihre eigenen externen Repräsentationen erstellen?

Prüfung der Annahmen 1a und 1b

Es wurde angenommen, dass die Vorgabe einer externen Repräsentation in Form einer Tabelle oder einer Zeichnung die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells erleichtert und verbessert. Dies sollte erstens für das *Arbeiten mit* (Annahme 1a) und zweitens für das *Lernen von* (Annahme 1b) vorgegebenen externen Repräsentationen gelten, was sich für Annahme 1a in einer besseren Performance der Experimentalgruppe im Treatment-Test und für Annahme 1b in einer besseren Performance im Transfertest manifestieren sollte.

Die Verbesserung bei der Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells sollte sich konkret in einer höheren Lösungsrate und in einem besseren Aufgabenverständnis im Treatment- und im Transfertest niederschlagen (signifikante Interaktion Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe für Kontrast 1 und Kontrast 2). Die Erleichterung bei der Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Repräsentationen sollte mit einer geringeren wahrgenommenen Schwierigkeit, einer geringeren wahrgenommenen Anstrengung und einer kürzeren Bearbeitungsdauer im Treatment- und Transfertest einhergehen (signifikante Interaktion Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe für Kontrast 1 und Kontrast 2).

Basis der Analysen und Vergleichbarkeit der Gruppen. Für die Analysen wurden nur die Probanden betrachtet, die an allen vier Erhebungszeitpunkten teilnahmen. Dies waren 181 Versuchspersonen. In der Experimentalgruppe fehlte bei 15 Probanden mindestens ein Erhebungszeitpunkt. In der Kontrollgruppe war die Erhebungsreihe bei drei Probanden unvollständig. Basis der folgenden Analysen bilden – sofern nicht anders ausgewiesen – 144 Probanden in der Experimentalgruppe und 37 Probanden in der Kontrollgruppe. Die Randomisierung war hinsichtlich der für relevant erachteten Personenmerkmale auch unter Berücksichtigung der Ausfälle weitestgehend erfolgreich: Es fanden sich keine statistisch signifikanten Unterschiede zwischen Probanden der Experimental- und der Kontrollgruppe hinsichtlich der mathematischen Fähigkeiten (HRT Subskala Ergänzungsaufgaben: $t(177) = 0.685$, $p = .494$ sowie HRT Subskala Zahlenfolgen: $t(177) = 0.126$, $p = .900$) und des Textverständnisses (ELFE 1-6 Subskala Textverständnis: $t(176) = 1.306$, $p = .193$). Auch bezüglich des Alters ($t(178) = 0.783$, $p = .435$) und des Geschlechts ($\chi^2(1) = 1.259$, $p = .262$) fanden sich keine statistisch signifikanten Unterschiede. Allerdings unterschieden sich die beiden Gruppen in Hinblick auf die allgemeinen kognitiven Fähigkeiten (CPM Raven: $t(177) = 2.157$, $p = .032$). Der durchschnittliche IQ-Wert der Versuchsteilnehmer in der Experimentalgruppe lag mit $M = 108.24$ ($SD = 10.74$) über dem Wert der Probanden in der Kontrollgruppe mit $M = 103.92$ ($SD = 10.76$). Dies sollte bei der Interpretation der Ergebnisse beachtet werden.

Vergleichbarkeit der Aufgaben. Zunächst wurde geprüft, ob die vier Aufgaben eines Aufgabentyps wie beabsichtigt die gleichen empirischen Schwierigkeiten aufwiesen. Dazu wurde auf Basis der Aufgabenbearbeitungen der Kontrollgruppe für jeden Aufgabentyp ein Cochrans-Q-Test mit der Variable Lösungsrate gerechnet. Es wurden keine signifikanten Unterschiede bei den Lösungsraten innerhalb eines Aufgabentyps erwartet. Wie angenommen fiel der Cochrans-Q-Test weder für die Kombinatorik- ($p = .064$) noch für die Vergleichs- ($p = .422$) und die Bewegungsaufgaben ($p = .457$) signifikant aus. Das Verhältnis von richtigen und falschen Lösungen unterschied sich bei den jeweils vier zusammengehörigen Aufgaben nicht signifikant. Die Aufgaben eines Aufgabentyps können empirisch als gleich schwer erachtet werden.

Lösungsrate. Das GE-Modell ergab einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Test-Zeitpunkt (Wald- $\chi^2(2) = 14.894$, $p = .001$), einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Aufgabentyp (Wald- $\chi^2(2) = 36.607$, $p < .001$) und einen signifikanten Interaktionseffekt der Faktoren Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp (Wald- $\chi^2(4) = 33.932$, $p < .001$). Tabelle 8 gibt einen Überblick aller Modelleffekte.

Tabelle 8

Effekte der Verallgemeinerten Schätzungsgleichung für die abhängige Variable (AV) Lösungsrate

Faktor	*Df*	*Wald-* χ^2	*p*
(A) Test-Zeitpunkt	2	14.894	.001
(B) Aufgabentyp	2	36.607	< .001
(C) Lösungshilfe	1	1.315	.251
A x B	4	33.932	< .001
A x C	2	2.507	.286
B x C	2	1.134	.567
A x B x C	4	8.335	.080

In Hinblick auf Forschungsfrage 1 war der Interaktionseffekt der Faktoren Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe (A x C) bedeutsam. Dieser war entgegen der Annahme nicht signifikant: Wald-$\chi^2(2) = 2.507$, $p = .286$. Tabelle 13 auf Seite 122 zeigt die Lösungsraten in der Experimental- und der Kontrollgruppe für alle Test-Zeitpunkte. Unabhängig davon, ob externe Repräsentationen als Lösungshilfen bereitgestellt wurden oder nicht, war die Lösungsrate sowohl im Treatment-Test ($M = 0.36$, $SD = 0.26$) als auch im Transfertest ($M = 0.34$, $SD = 0.29$) signifikant höher ($p < .001$ bzw. $p = .004$) als im Vortest ($M = 0.26$, $SD = 0.27$). Die Interaktion von Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp (A x B) wies jedoch darauf hin, dass der Effekt des Test-Zeitpunkts abhängig vom Aufgabentyp war. Zur genaueren Beschreibung dieser Interaktion wurde der Effekt des Test-Zeitpunkts (Kontrast 1 und Kontrast 2) für jeden Aufgabentyp mit einzelnen t-Tests geprüft. Dies resultierte in sechs Vergleiche. Das Signifikanzniveau wurde nach Bonferroni auf $p < .008$ angepasst. Die Mehrfachvergleiche zeigten, dass der Anstieg in den Lösungsraten auf die Kombinatorik- und die Bewegungsaufgaben zurückgeführt werden konnte. Die Kombinatorikaufgabe wurde im Transfertest ($M = 0.48$, $SD = 0.50$) – nicht aber im Treatment-Test – signifikant ($p < .001$) häufiger richtig gelöst als die korrespondierende Aufgabe im Vortest ($M = 0.30$, $SD = 0.46$). Die Bewegungsaufgabe wurde im Vortest signifikant ($p < .001$) seltener richtig gelöst ($M = 0.09$, $SD = 0.29$) als im Treatment-Test ($M = 0.35$, $SD = 0.36$) und im Transfertest ($M = 0.18$, $SD = 0.39$, $p = .009$). Der korrigierte p-Wert für den Vergleich von Vor- und Transfertest lag jedoch knapp über der Grenze zur Signifikanz. Abbildung 25 verdeutlicht die Interaktion.

Auch die Dreifachinteraktion aus Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp x Lösungshilfe blieb statistisch oberhalb der .05-Signifikanzgrenze, fiel jedoch in den Bereich der marginalen Signifikanz ($p < .10$). Die deskriptive Betrachtung der Lösungsraten zeigte: Bei den Kombinatorikaufgaben erzielte die Kontroll- gegenüber der Experimentalgruppe sowohl im Treatment- (46 % vs. 32 %) als auch im Transfertest (59 % vs. 44 %) anders als erwartet höhere Lösungsraten. Auch schnitt die Kontrollgruppe bei der Bewegungsaufgabe im Transfertest besser ab als die Experimentalgruppe (24 % vs. 17 %), jedoch nicht im Treatment-Test (26 % vs. 37 %). Tabelle 19 im Anhang vergleicht die Lösungsraten von Kontroll- und Experimentalgruppe getrennt nach Aufgabentypen für alle Erhebungszeitpunkte.

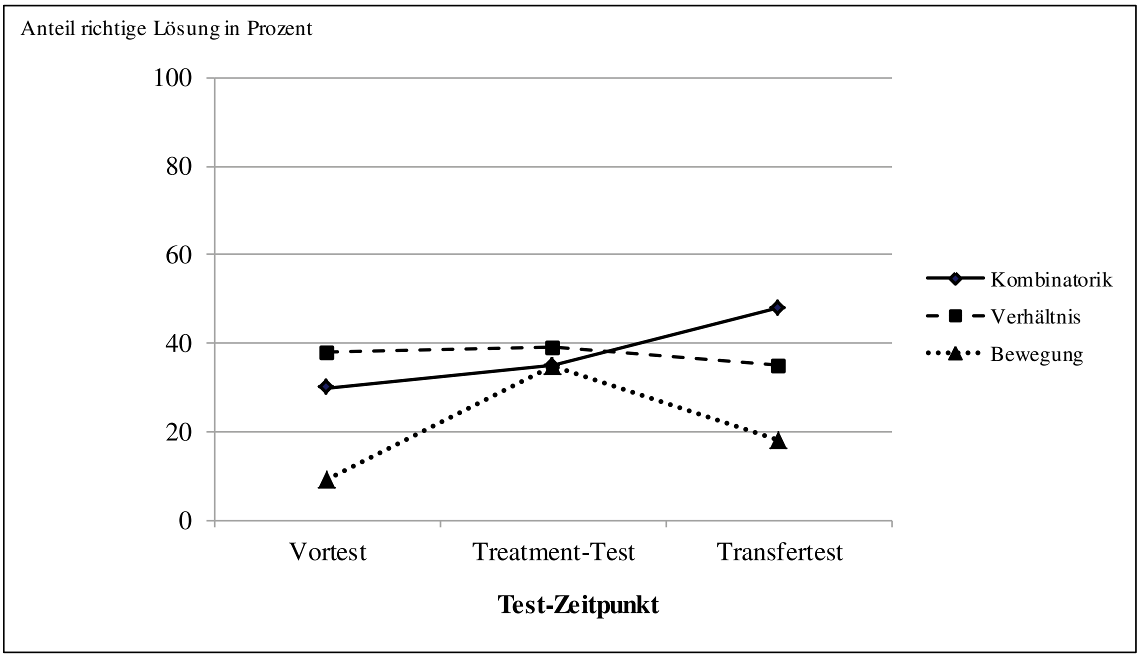


Abbildung 25. Interaktionseffekt Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp (A x B) für die abhängige Variable Lösungsrate.

Aufgabenverständnis. Die Daten des Faktors Test-Zeitpunkt erfüllten laut Mauchly-Test die Sphärizitätsannahme nicht: $\chi^2(2) = 9.423$, $p < .01$. Das Gleiche galt für die Interaktion aus Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp: $\chi^2(9) = 36.595$, $p < .001$. Die Freiheitsgrade wurden nach Huynh & Feldt (1976) korrigiert: $\varepsilon = .966$ für den Faktor Test-Zeitpunkt und $\varepsilon = .935$ für Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp.

Eine Mixed-ANOVA mit den Within-Subjects-Faktoren Test-Zeitpunkt und Aufgabentyp sowie dem Between-Subjects-Faktor Lösungshilfe ergab signifikante Haupteffekte für die Faktoren Test-Zeitpunkt, $F(1.933, 345.926) = 18.323$, $p < .001$, und Aufgabentyp, $F(2, 179) = 52.103$, $p < .001$. Ebenso fiel die Interaktion Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp signifikant aus: $F(3.739, 669.346) = 13.292$, $p < .001$. Tabelle 9 gibt einen Überblick aller Effekte des Modells.

Tabelle 9
Effekte der Mixed-ANOVA für die AV Aufgabenverständnis

Faktor	*Df*	*Df error*	*F*	*p*	partial η^2
(A) Test-Zeitpunkt	1.933	345.926	18.323	< .001	.093
(B) Aufgabentyp	2	179	52.103	< .001	.225
(C) Lösungshilfe	1	179	1.768	.185	.010
A x B	3.739	669.346	13.292	< .001	.069
A x C	1.933	345.926	0.716	.485	.004
B x C	2	179	1.043	.353	.006
A x B x C	3.739	669.346	0.792	.523	.004

Die für die Forschungsfragen 1a und 1b relevante Interaktion der Faktoren Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe war entgegen der Annahme nicht signifikant. Tabelle 13 auf Seite 122 gibt einen Überblick der Mittelwerte für die Experimental- und die Kontrollgruppe über alle Test-Zeitpunkte. Unabhängig davon, ob externe Repräsentationen als Lösungshilfen bereitgestellt wurden oder nicht, lag das Aufgabenverständnis auf der Skala von „0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis“ bis „3 = völliges Verständnis“ sowohl im Treatment-Test ($M = 1.83$, $SD = 0.62$) als auch im Transfertest ($M = 1.71$, $SD = 0.74$) signifikant höher ($p < .001$) als im Vortest ($M = 1.45$, $SD = 0.73$). Jedoch war dieser Effekt abhängig vom Aufgabentyp. Um die Interaktion von Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp näher zu betrachten, wurden Kontrast 1 und Kontrast 2 für jeden Aufgabentyp mit einzelnen *t*-Tests betrachtet. Das Signifikanzniveau wurde nach Bonferroni auf $p < .008$ korrigiert. Die einzelnen Kontrastanalysen zeigten, dass der Effekt des Test-Zeitpunkts für die Kombinatorik- und die Bewegungsaufgaben, nicht aber für die Vergleichsaufgaben zutraf. Das Aufgabenverständnis bei der Vergleichsaufgabe blieb über die Test-Zeitpunkte unverändert.

Wahrgenommene Schwierigkeit. Die Basis der Analyse bildeten die Probanden, die bei allen zwölf Aufgaben eine Angabe zur wahrgenommenen Schwierigkeit gemacht haben. Dies ergab eine Analysebasis von 102 Versuchsteilnehmern in der Experimental- und 21 Versuchspersonen in der Kontrollgruppe. Eine Analyse auf Basis der insgesamt vorliegenden 2313 Aufgabenbearbeitungen zeigte, dass das Antwortverhalten systematisch mit dem Lösungserfolg zusammenhing: Die Probanden machten dann signifikant häufiger keine Angaben zur wahrgenommenen Schwierigkeit, wenn sie bei der Aufgabe kein oder ein falsches Ergebnis erzielten: $\chi^2(1) = 21.840$, $p < .001$. Vor diesem Hintergrund dürfte sich der Ausschluss der Probanden mit fehlenden Angaben systematisch auf die Werte zur wahrgenommenen Schwierigkeit ausgewirkt haben. Probanden, die ein falsches oder kein Ergebnis erzielten und keine Angabe zur wahrgenommenen Schwierigkeit machten, werden mit einiger Wahrscheinlichkeit eine tendenziell hohe Schwierigkeit empfunden haben. Die analysierten Daten dürften die absolute Höhe der wahrgenommenen Schwierigkeit daher eher unter- als überschätzen. Für die Beantwortung der Forschungsfrage war dies aber unproblematisch, da Experimental- und Kontrollgruppe gleichermaßen betroffen waren: Die Anteile der von der Analyse ausgeschlossenen Versuchspersonen unterschieden sich in Experimental- und Kontrollgruppe nicht signifikant: $\chi^2(1) = 2.679$, $p = .102$. Auch blieb nach Ausschluss der Versuchspersonen in beiden Fällen die Vergleichbarkeit von Experimental- und Kontrollgruppe hinsichtlich der Personenmerkmale Alter, Geschlecht sowie Lesefähigkeiten und mathematischer Fähigkeiten gewährleistet. Auch für die allgemeinen kognitiven Fähigkeiten zeigten sich keine signifikanten Unterschiede mehr.

Laut Mauchly-Test konnte zur Berechnung des Interaktionseffekts Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp keine Sphärizität angenommen werden: $\chi^2(9) = 38.621$, $p < .001$. Die Freiheitsgrade wurden nach (Huynh & Feldt, 1976) korrigiert: $\varepsilon = .898$.

Eine Mixed-ANOVA ergab für die Within-Subjects-Faktoren Test-Zeitpunkt mit $F(2, 242) = 24.997$, $p < .001$ und Aufgabentyp mit $F(2, 242) = 39.757$, $p < .001$ signifikante Haupteffekte. Ebenso signifikant war die Interaktion von Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp: $F(3.590, 434.434) = 18.953$, $p < .001$. Tabelle 10 zeigt alle Modelleffekte im Überblick.

Tabelle 10
Effekte der Mixed-ANOVA für die AV Wahrgenommene Schwierigkeit

Faktor	*Df*	*Df error*	*F*	*p*	partial η^2
(A) Test-Zeitpunkt	2	242	24.997	< .001	.171
(B) Aufgabentyp	2	242	39.757	< .001	.247
(C) Lösungshilfe	1	121	1.808	.181	.015
A x B	3.590	434.434	18.953	< .001	.135
A x C	2	242	0.405	.668	.003
B x C	2	242	1.376	.255	.011
A x B x C	3.590	434.434	0.811	.518	.007

Entgegen der Annahmen zeigte das Modell weder für Kontrast 1 noch für Kontrast 2 einen Interaktionseffekt der Faktoren Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe. Tabelle 13 auf Seite 122 gibt einen Überblick der Mittelwerte für Experimental- und Kontrollgruppe über alle Test-Zeitpunkte. Die Versuchsteilnehmer beurteilten die Aufgaben auf der Skala von „1 = sehr leicht“ bis „4 = sehr schwer“ im Treatment-Test ($M = 2.02$, $SD = 0.49$) sowie im Transfertest ($M = 1.91$, $SD = 0.57$)

signifikant ($p < .001$) leichter als im Vortest ($M = 2.89$, $SD = 0.54$). Anders als erwartet zeigte sich dieser Effekt unabhängig von der Vorgabe externer Repräsentationen. Jedoch war der Effekt des Test-Zeitpunkts abhängig vom Aufgabentyp. Um diese Interaktion von Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp herunterzubrechen, wurden Kontrast 1 und Kontrast 2 für jeden Aufgabentyp einzeln mit *t*-Tests betrachtet. Das Signifikanzniveau wurde auf $p < .008$ korrigiert. Die einzelnen Kontrastanalysen zeigten, dass der Effekt des Test-Zeitpunkts für die Kombinatorik- und die Bewegungsaufgaben galt, jedoch nicht für die Vergleichsaufgaben. Diese wurden zu jedem Test-Zeitpunkt als gleich schwer beurteilt.

Wahrgenommene Anstrengung. Die Analysebasis bildeten 106 Probanden in der Experimental- und 24 in der Kontrollgruppe. Wie bei der wahrgenommenen Schwierigkeit machten die Probanden dann signifikant häufiger keine Angaben zur wahrgenommenen Anstrengung, wenn sie kein oder ein falsches Ergebnis erzielten: $\chi^2(1) = 16.217$, $p < .001$. Folglich dürften die vorliegenden Daten die wahrgenommene Anstrengung eher unter- als überschätzen. Die Anteile an ausgeschlossenen Versuchspersonen unterschieden sich in Experimental- und Kontrollgruppe jedoch nicht signifikant: $\chi^2(1) = 1.113$, $p = .291$. Auch blieben Experimental- und Kontrollgruppe hinsichtlich der Personenmerkmale Alter, Geschlecht sowie der mathematischen und allgemeinen kognitiven Fähigkeiten vergleichbar. Lediglich das Textverständnis unterschied sich auf der Analysebasis der wahrgenommenen Anstrengung: In der Kontrollgruppe war das Textverständnis signifikant besser als in der Experimentalgruppe, $t(52.399) = 2.464$, $p = .017$.

Der Mauchly-Test zeigte, dass für den Faktor Test-Zeitpunkt ($\chi^2(2) = 14.360$, $p < .01$) und für die Interaktion der Faktoren Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp ($\chi^2(9) = 30.670$, $p < .001$) keine Sphärizität angenommen werden konnte. Die Freiheitsgrade wurden nach Huynh und Feldt (1976) korrigiert: $\varepsilon = .923$ für den Faktor Test-Zeitpunkt und $\varepsilon = .944$ für die Faktoreninteraktion Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp.

Die Mixed-ANOVA erbrachte signifikante Haupteffekte für die Within-Subjects-Faktoren Test-Zeitpunkt mit $F(1.845, 236.222) = 31.241$, $p < .001$ und Aufgabentyp mit $F(2, 256) = 37.891$, $p < .001$. Auch zeigte das Modell einen signifikanten Interaktionseffekt der Faktorenkombination Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp: $F(3.777, 483.472) = 14.016$, $p < .001$. Tabelle 11 gibt einen Überblick der Modelleffekte.

Tabelle 11

Effekte der Mixed-ANOVA für die AV Wahrgenommene Anstrengung

Faktor	*Df*	*Df error*	*F*	*p*	partial η^2
(A) Test-Zeitpunkt	1.845	236.222	31.241	< .001	.196
(B) Aufgabentyp	2	256	37.891	< .001	.228
(C) Lösungshilfe	1	128	0.016	.900	.000
A x B	3.777	483.472	14.016	< .001	.099
A x C	1.845	236.222	0.293	.729	.002
B x C	2	256	0.540	.584	.004
A x B x C	3.777	483.472	1.172	.322	.009

Die für die Forschungsfrage relevante Interaktion der Faktoren Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe fiel entgegen der Annahmen weder für Kontrast 1 noch für Kontrast 2 signifikant aus. Tabelle 13 auf Seite 122 zeigt die Mittelwerte für die Experimental- und Kontrollgruppe für alle Test-Zeitpunkte. Die wahrgenommene Anstrengung auf der Skala von „1 = gar nicht angestrengt“ bis „4 = sehr angestrengt“ war unabhängig von der Vorgabe externer Repräsentationen im Treatment- ($M = 2.40$, $SD = 0.68$) sowie im Transfertest ($M = 2.19$, $SD = 0.83$) signifikant geringer ($p < .001$) als im Vortest ($M = 2.68$, $SD = 0.66$). Einzelne Kontrastanalysen für jeden Aufgabentyp mit Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau von $p < .008$ zeigten, dass der Effekt des Test-Zeitpunkts für die Kombinatorik- und die Bewegungsaufgaben zutraf. Bei den Vergleichsaufgaben unterschied sich die berichtete Anstrengung jedoch nicht über die Test-Zeitpunkte.

Bearbeitungsdauer. In die Analyse konnten nur die Probanden eingeschlossen werden, für die bei jeder der zwölf Aufgabenbearbeitungen ein Zeit-Messwert vorlag. Dies ergab eine Analysebasis von 57 Versuchsteilnehmern in der Experimentalgruppe und 16 Versuchspersonen in der Kontrollgruppe. Die vergleichsweise hohe Ausfallrate erklärt sich dadurch, dass Start- und Endzeitpunkt bei der Aufgabenbearbeitung vielfach nicht mehr zweifelsfrei aus den elektronischen Stiftaufzeichnungen bestimmt werden konnten, da die Versuchspersonen die Aufgaben nicht in der vorgegebenen Reihenfolge bearbeitet haben oder während der Aufgabenbearbeitung zwischen den Aufgaben hin- und hergesprungen sind. Der Anteil der Probanden, die aus der Analyse herausfielen, unterschied sich in Experimental- und Kontrollgruppe statistisch nicht signifikant: $\chi^2(1) = 0.409$, $p = .522$. Auch nach Ausschluss der Versuchspersonen blieb die Vergleichbarkeit von Experimental- und Kontrollgruppe hinsichtlich Alter, Geschlecht, mathematischer und allgemeiner kognitiven Fähigkeiten sowie Textverständnis gewährleistet.

Nach dem Mauchly-Test konnte für die Faktoren Test-Zeitpunkt ($\chi^2(2) = 37.217$, $p < .001$) und Aufgabentyp ($\chi^2(2) = 18.849$, $p < .001$) sowie für die Interaktion Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp ($\chi^2(9) = 72.864$, $p < .001$) keine Sphärizität angenommen werden. Die Freiheitsgrade in der Mixed-ANOVA wurden nach Huynh und Feldt (1976) mit $\varepsilon = .722$ für Test-Zeitpunkt, $\varepsilon = .832$ für Aufgabentyp und $\varepsilon = .698$ für die Interaktion korrigiert.

Die Mixed-ANOVA ergab signifikante Haupteffekte für die Faktoren Test-Zeitpunkt, $F(1.444, 98.188) = 44.173$, $p < .001$ und Aufgabentyp, $F(1.663, 113.102) = 43.150$, $p < .001$. Von den Zweifach-Interaktionen wurde die Faktorenkombination aus Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp signifikant: $F(2.792, 189.858) = 3.967$, $p = .011$. Auch für die Dreifachinteraktion Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp x Lösungshilfe ergab das Modell einen signifikanten Effekt: $F(2.792, 189.858) = 3.847$, $p = .012$. Ein Überblick aller Modelleffekte findet sich in Tabelle 12.

Tabelle 12
Effekte der Mixed-ANOVA für die AV Bearbeitungsdauer

Faktor	*Df*	*Df error*	*F*	*p*	partial η^2
(A) Test-Zeitpunkt	1.444	98.188	44.173	< .001	.394
(B) Aufgabentyp	1.663	113.102	43.150	< .001	.388
(C) Lösungshilfe	1	68	0.497	.483	.007
A x B	2.792	189.858	3.967	.011	.055
A x C	1.444	98.188	0.086	.856	.001
B x C	1.663	113.102	0.981	.378	.014
A x B x C	2.792	189.858	3.847	.012	.054

Entgegen der Annahme wurde die Interaktion Test-Zeitpunkt x Lösungshilfe nicht signifikant. Tabelle 13 zeigt die Mittelwerte für die Experimental- und Kontrollgruppe über alle Test-Zeitpunkte. Unabhängig vom experimentellen Treatment war die mittlere Bearbeitungsdauer sowohl im Treatment- ($M = 178.6$ Sekunden, $SD = 64.6$) als auch im Transfertest ($M = 166.6$ Sekunden, $SD = 66.1$) signifikant kürzer ($p < .001$) als im Vortest ($M = 308.7$ Sekunden, $SD = 144.2$). Dieser Effekt galt für jeden Aufgabentyp, jedoch besonders ausgeprägt für die Bewegungsaufgaben (Interaktion Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp). Die Dreifachinteraktion ging auf die unterschiedliche Entwicklung der Bearbeitungsdauer für die Vergleichs- und Bewegungsaufgaben in der Experimental- und der Kontrollgruppe zurück. Bei den Bewegungsaufgaben war sowohl in der Experimental- als auch in der Kontrollgruppe ein Rückgang der Bearbeitungsdauer zu beobachten. Dieser fiel in der Experimentalgruppe mit einer Differenz von 251.0

Sekunden deutlich größer aus als in der Kontrollgruppe mit einer Differenz von 119.9 Sekunden. Bei den Vergleichsaufgaben hingegen sank die Bearbeitungsdauer in der Kontrollgruppe mit einer Differenz von 110.8 Sekunden (Kontrast 1). In der Experimentalgruppe blieb die Bearbeitungsdauer bei einer Differenz von 17.3 Sekunden jedoch nahezu gleich. Tabelle 19 im Anhang gibt einen Überblick der Mittelwerte von Experimental- und Kontrollgruppe für alle drei Aufgabentypen und Test-Zeitpunkte. Die hier beschriebene Dreifachinteraktion weist darauf hin, dass die Bearbeitungsdauer in Kontroll- und Experimentalgruppe je nach Aufgabentyp mehr oder weniger zurückging. In der Kontrollgruppe nahm die Bearbeitungsdauer unabhängig vom Aufgabentyp im Zeitverlauf ab. In der Experimentalgruppe war dieser Rückgang besonders bei den Bewegungsaufgaben zu beobachten, nicht aber bei den Vergleichsaufgaben.

Tabelle 13

Mittelwerte aller abhängigen Variablen für die Experimental- und Kontrollgruppe im Vor-, Treatment- und Transfertest

	Vortest				*Treatment-Test*				*Transfertest*			
	Experimental-gruppe		Kontroll-gruppe		Experimental-gruppe		Kontroll-gruppe		Experimental-gruppe		Kontroll-gruppe	
Abhängige Variable	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)
Lösungsrate [a]	0.25	(0.26)	0.29	(0.29)	0.36	(0.25)	0.37	(0.28)	0.32	(0.29)	0.39	(0.27)
Aufgabenverständnis [b]	1.41	(0.71)	1.58	(0.80)	1.82	(0.60)	1.88	(0.69)	1.67	(0.74)	1.87	(0.74)
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	2.30	(0.52)	2.17	(0.58)	2.03	(0.48)	1.94	(0.52)	1.92	(0.58)	1.67	(0.58)
Wahrgenommene Anstrengung [d]	2.72	(0.65)	2.68	(0.76)	2.43	(0.65)	2.43	(0.80)	2.28	(0.77)	2.17	(0.96)
Bearbeitungsdauer (in Sekunden) [e]	304.3	(138.9)	322.2	(161.5)	171.2	(54.9)	201.6	(85.1)	166.3	(67.9)	167.8	(61.4)

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, n = 102 (Experimentalgruppe) und n = 21 (Kontrollgruppe), [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt, n = 106 (Experimentalgruppe) und n = 24 (Kontrollgruppe), [e] n = 57 (Experimentalgruppe) und n = 16 (Kontrollgruppe)

Prüfung der Annahmen 1c, 1d, 1e und 1f

Im vorliegenden Analyseschritt soll untersucht werden, ob externe Repräsentationen die kognitiven Prozesse bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben abhängig von den Schülermerkmalen Vorwissen, Lese- und Rechenfähigkeit sowie allgemeine kognitive Fähigkeiten mehr oder weniger fördern.

Folgende Annahmen wurden formuliert:

Die Vorgabe externer Repräsentationen – insbesondere Zeichnungen – verbessert und erleichtert die kognitiven Prozesse bei Kindern

– mit geringerem Vorwissen stärker als bei Kindern mit mehr Vorwissen (Annahme 1c),

- mit geringerer Lesefähigkeit stärker als bei Kindern mit höherer Lesefähigkeit (Annahme 1d),
- unabhängig von deren allgemeiner kognitiver Fähigkeit (Annahme 1e),
- unabhängig von deren Rechenfähigkeit (Annahme 1f).

Bei Probanden mit geringerem Vorwissen sollten die Lösungsraten und das Aufgabenverständnis im Treatment- und Transfertest stärker steigen und die wahrgenommene Schwierigkeit, Anstrengung und Bearbeitungsdauer stärker sinken als bei Kindern mit mehr Vorwissen. Ebenso sollten bei Probanden mit geringerer Lesefähigkeit die Lösungsraten und das Aufgabenverständnis im Treatment- und Transfertest stärker steigen und die wahrgenommene Schwierigkeit, Anstrengung und Bearbeitungsdauer stärker sinken als bei Versuchspersonen mit höherer Lesefähigkeit. Hingegen sollten die allgemeine kognitive Fähigkeit und die Rechenfähigkeit keinen Einfluss auf die Entwicklung der Lösungsraten, des Aufgabenverständnisses, der wahrgenommenen Schwierigkeit und Anstrengung sowie der Bearbeitungsdauer haben.

Basis und Logik der Analysen. Um die Annahmen 1c bis 1f zu prüfen, wurden moderierte Regressionen für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, wahrgenommene Schwierigkeit, wahrgenommene Anstrengung sowie Bearbeitungsdauer sowohl für den Treatment- (Score aus sechs Messwerten) als auch für den Transfertest (Score aus drei Messwerten) gerechnet. Basis der Analysen waren Probanden, die alle Messwerte auf der jeweiligen abhängigen Variablen hatten ($n = 181$). Um Interaktionseffekte spezifisch für die Zeichnungen als Prädiktor prüfen zu können, wurden separate Scores nur für die drei Treatment-Messungen mit Zeichnungen gebildet und die Regressionsanalysen wiederholt.

Als Moderator-Variablen kamen eine ganze Reihe an Variablen infrage. Tabelle 14 zeigt die Korrelationen aller potenziellen Moderator-Variablen mit der Lösungsrate (Treatment-Test) und untereinander. Für die moderierten Regressionen wurde eine Auswahl getroffen. Wo immer möglich, wurden die Testwerte aus den standardisierten Tests herangezogen, da diese die jeweiligen Konstrukte mit der höchsten Validität und Reliabilität gemessen haben dürften – anders als etwa die Mathematik- und Deutschnote. Als Moderator-Variable für das Vorwissen (Annahme 1c) wurde der aggregierte Wert der Lösungsrate aus dem Vortest herangezogen. Für die Lesefähigkeit (Annahme 1d) kam der Testwert der Subskala Textverständnis aus ELFE 1-6 (Lenhard & Schneider, 2006) zum Einsatz. Für die allgemeinen kognitiven Fähigkeiten (Annahme 1e) wurde der mit dem CPM-Raven-Test (Becker et al., 1980) ermittelte Intelligenzquotient (IQ) eingesetzt und für die Rechenfähigkeit (Annahme 1f) der Testwert der Subskala Ergänzungsaufgaben aus dem HRT (Haffner, 2005).

Hinsichtlich der metakognitiven Fähigkeiten und der Einstellung gegenüber Textaufgaben wurden keine Annahmen über Interaktionen getroffen. Folglich wurden mit diesen Variablen keine Moderator-Analysen durchgeführt. Wie Tabelle 14 zeigt, korrelierten die Lehrereinschätzungen zu den metakognitiven Fähigkeiten ihrer Schüler positiv mit dem Lösungserfolg, ebenso die von den Schülern angegebene Einstellung zum Lösen von Textaufgaben. Je besser die metakognitiven Fähigkeiten und je positiver die Einstellungen gegenüber dem Lösen von Textaufgaben waren, desto höher war die Lösungsrate. Jedoch fand sich kein Zusammenhang zwischen den Schülereinschätzungen ihrer metakognitiven Fähigkeiten und dem Lösungserfolg. Auch korrelierten die Schülereinschätzungen nicht mit den Urteilen der Lehrkräfte. Die von den Schülern bearbeitete Skala hat offensichtlich etwas anderes gemessen als die Skala, die von den Lehrkräften ausgefüllt wurde.

Tabelle 14

Korrelationen moderierender Variablen mit der Lösungsrate

	Korrelationen											
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
1	**Lösungsrate**		.414***	.228**	.453***	.236**	.235**	-0.485***	-.276***	.355***	-.0432	.307***
	n	—	186	191	187	187	186	184	182	146	185	186
2	**Vorwissen**			.165*	.383***	.357***	.355***	-.331***	-.392***	.303***	-.078	.282***
	n		—	185	187	187	186	184	182	144	180	181
3	**IQ**				.180*	.123	.135	-.318***	-.223**	.354***	-.074	.047
	n			—	186	186	185	183	181	145	183	184
4	**HRT Ergänzungsaufgaben**					.352***	.397***	-.455***	-.304***	.382***	-.095	.266***
	n				—	190	189	187	185	145	181	182
5	**HRT Zahlenfolgen**						.257***	-.424***	-.260***	.329***	-.049	.281***
	n					—	189	187	185	145	181	182
6	**Textverständnis ELFE 1-6**							-.297***	-.523***	.353***	-.031	.168*
	n						—	186	184	145	180	181
7	**Zeugnisnote Mathe**								.527***	-.574***	.081	-.381***
	n							—	184	143	178	179
8	**Zeugnisnote Deutsch**									-.526***	-.063	-.246**
	n								—	140	176	177
9	**Lehrer-Rating Meta-Kognition**										-.000	.241**
	n									—	144	144
10	**Schüler-Rating Meta-Kognition**											.060
	n										—	187
11	**Einstellungen zum Problemlösen**											
	n											—

Insgesamt wurden 60 Regressionsanalysen durchgeführt. Bei vier Moderator-Variablen und fünf abhängigen Variablen ergaben sich im Treatment-Test 20 Regressionen für den Prädiktor Repräsentation (Zeichnungen und Tabellen) und 20 weitere Regressionen für den Prädiktor Zeichnung. Im Transfer-Test waren es 20 weitere Analysen. Die Regressionsmodelle wurden jeweils hierarchisch in zwei Schritten ausgeführt: Im ersten Schritt wurde der Moderator und die Gruppenvariable Lösungshilfe („ja"/„nein") als Prädiktoren ins Regressionsmodell aufgenommen (Methode: Einschluss). Im zweiten Schritt wurde die Interaktion Moderator-Variable x Lösungshilfe hinzugenommen. Zur Prüfung der Annahmen war jeweils der Interaktionsterm von Interesse: Für die Annahmen 1c und 1d wurde eine signifikante Interaktion erwartet, nicht aber für die Annahmen 1e und 1f. Im Folgenden werden nur die Ergebnisse für den Interaktionsterm berichtet. Die β-Gewichte aller Regressionen mit p-Werten sowie die ΔR^2 sind im Anhang dokumentiert (Tabellen 20–27 für den Prädiktor Repräsentation und Tabellen 28–31 für den Prädiktor Zeichnung).

Vorwissen. Im Hinblick auf das Vorwissen war der Interaktionsterm bei allen abhängigen Variablen nicht signifikant. Dies traf sowohl für den Treatment- als auch für den Transfertest zu. Entgegen der Annahme 1c erleichterten und verbesserten die bereitgestellten Tabellen und auch Zeichnungen die kognitiven Prozesse bei Kindern mit geringerem Vorwissen genauso wenig wie bei Kindern mit höherem Vorwissen.

Lesefähigkeit. Die moderierten Regressionen zur Prüfung auf Wechselwirkungen des Treatments mit der Lesefähigkeit der Probanden erbrachten weder für den Treatment- noch für den Transfertest signifikante Interaktionen. Entgegen der Annahme 1d erleichterte und verbesserte die Vorgabe von Tabellen und Zeichnungen offensichtlich auch bei Kindern mit geringerem Textverständnis die kognitiven Prozesse nicht.

Allgemeine kognitive Fähigkeiten. Wie angenommen zeigten die moderierten Regressionen für die allgemeine kognitive Fähigkeit als Moderator keine signifikanten Interaktionen im Treatment-Test. Allerdings deutete sich für das Aufgabenverständnis im Transfertest eine Wechselwirkung von allgemeiner kognitiver Fähigkeit und der Vorgabe einer Lösungshilfe an: Kinder mit niedrigerem IQ zeigten im Transfertest ein deutlich schlechteres Verständnis der Aufgaben, wenn sie zuvor externe Repräsentationen vorgegeben bekamen (Experimentalgruppe), als wenn dies nicht der Fall war (Kontrollgruppe). Bei Kindern mit höherem IQ zeigte sich dieser Unterschied nicht. Das β-Gewicht war mit $p = .073$ marginal signifikant. Abbildung 26 visualisiert den Effekt. Bei der Lösungsrate konnte das gleiche Muster beobachtet werden, jedoch war das β-Gewicht knapp über der Grenze zum marginal signifikanten Effekt ($p = .104$). Diese Wechselwirkung deutet entgegen der Annahme darauf hin, dass die Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells bei Kindern mit geringerer Intelligenz eher erschwert wurden, wenn Repräsentationen zunächst vorgegeben und bei nachfolgenden Aufgaben (Transfer) nicht mehr bereitgestellt wurden.

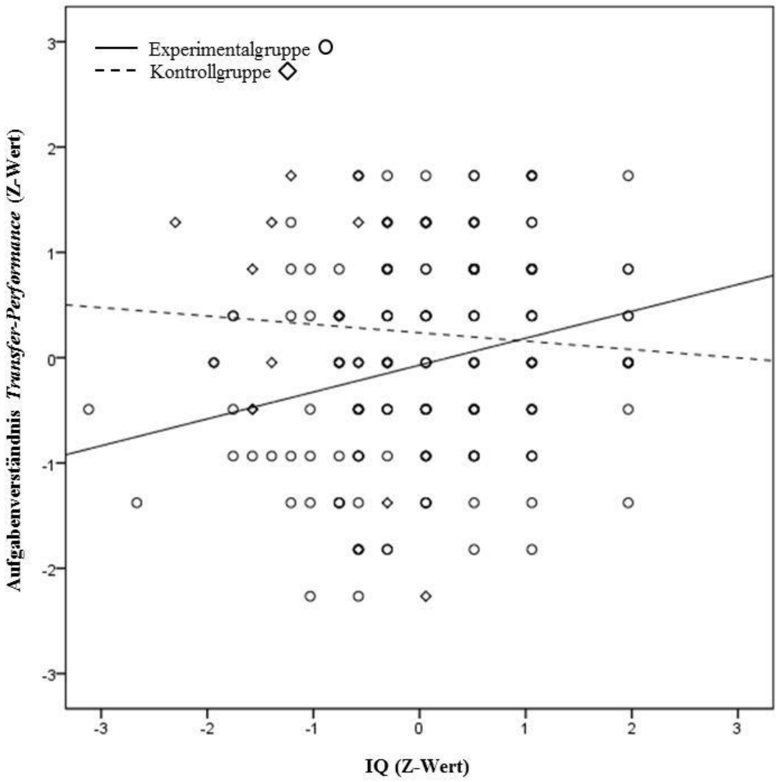


Abbildung 26. Interaktionseffekt Lösungshilfe x IQ für die abhängige Variable Aufgabenverständnis im Transfertest.

Rechenfähigkeit. Die Regression mit der Rechenfähigkeit als Moderator erbrachte für die abhängige Variable Lösungsrate für den Transfertest eine signifikante Interaktion des Moderators mit dem Prädiktor Lösungshilfe: $\beta = .411$, $p < .01$. Das Modell erklärte 16 % der Varianz in der Lösungsrate im Transfertest. Entgegen der Annahme hatten Kinder mit geringerer Rechenfähigkeit eine niedrigere Lösungsrate, wenn sie zuvor externe Repräsentationen vorgegeben bekamen (Experimentalgruppe), als wenn dies nicht der Fall war (Kontrollgruppe). Unter den Kindern mit höherer Rechenfähigkeit war dies genau umgekehrt. Abbildung 27 verdeutlicht den Effekt grafisch. Wie auch bei der Intelligenz deutete diese Wechselwirkung anders als angenommen darauf hin, dass die Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells bei Kindern mit geringerer Rechenfähigkeit eher erschwert wurden, wenn Lösungshilfen zunächst mitgeliefert, aber bei nachfolgenden Aufgaben (Transfer) nicht mehr angeboten wurden.

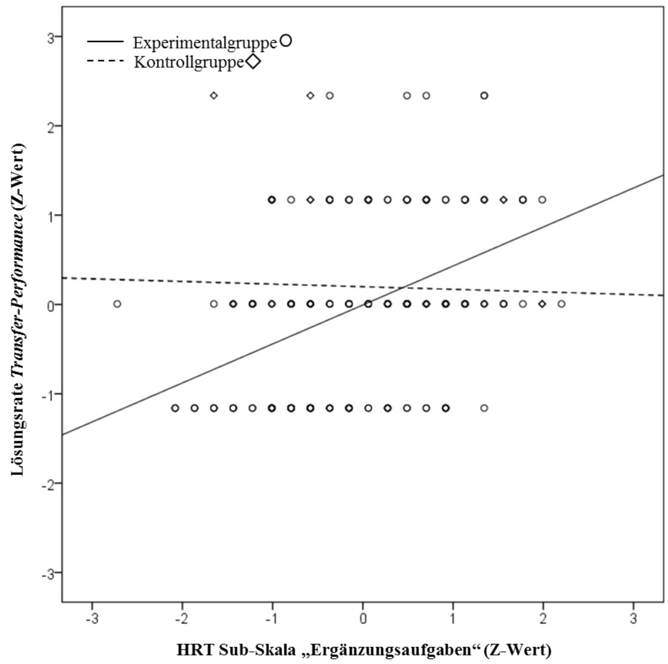


Abbildung 27. Interaktionseffekt Lösungshilfe x Rechenfähigkeit für die abhängige Variable Lösungsrate im Transfertest.

Zusammenfassung der Ergebnisse zur Forschungsfrage 1

In diesem Analyseschritt wurde der Frage nachgegangen, ob bereitgestellte vorstrukturierte externe Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Modelle beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben verbessern und erleichtern oder Problemlöser ihre eigenen externen Repräsentationen erstellen sollen.

Es wurde angenommen, dass die Vorgabe einer externen Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells erleichtert (wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung, Bearbeitungsdauer) und verbessert (Lösungsrate, Aufgabenverständnis). Dies sollte sich sowohl beim *Arbeiten mit* vorgegebenen externen Repräsentationen (Annahme 1a) als auch für das *Lernen von* vorgegebenen externen Repräsentationen (Annahme 1b) zeigen und insbesondere bei Kindern mit geringerem Vorwissen (Annahme 1c) und geringerer Lesefähigkeit (Annahme 1d) auftreten. Hingegen sollte die Verbesserung und Erleichterung unabhängig von den allgemeinen kognitiven Fähigkeiten (Annahme 1e) und den Rechenfähigkeiten (Annahme 1f) sein.

Die Annahmen fanden keine Unterstützung durch die vorliegenden Daten: Die verwendeten Tabellen und Zeichnungen verbesserten und erleichterten die kognitiven Prozesse bei der Aufgabenbearbeitung weder in der Situation des *Arbeitens mit* diesen vorgegebenen Repräsentationen (Annahme 1a), noch zeigte sich ein Effekt des *Lernens von* diesen Repräsentationen in der Transfersituation (Annahme 1b). Kinder, die mit vorgegebenen externen Repräsentationen arbeiteten, zeigten im Treatment-Test weder bessere Lösungsraten noch ein besseres Aufgabenverständnis als diejenigen Kinder, die keine Lösungshilfen erhielten. Im Transfertest verschlechterten sich die Lösungsrate und das Aufgabenverständnis bei Probanden der Experimentalgruppe sogar tendenziell gegenüber dem Treatment-Test (siehe Tabelle 13, Seite 122). Auch beurteilten Versuchspersonen, die Lösungshilfen erhielten, die Aufgaben als genauso schwierig und anstrengend wie Probanden, die keine Hilfe bekamen. Ebenso zeigten sich in der Bearbeitungsdauer überwiegend keine signifikanten Unterschiede. Lediglich bei den Bewegungsaufgaben sank die Bearbeitungsdauer bei Vorgabe einer Repräsentation deutlich stärker als in der Kontrollgruppe. Tabelle 13 auf Seite 122 gibt einen Überblick der Mittelwerte aller abhängigen Variablen von Vor-, Treatment- und Transfertest für die Experimental- und die Kontrollgruppe.

Anders als erwartet zeigten sich bei Probanden mit geringerem Vorwissen (Annahme 1c) und geringerer Lesefähigkeit (Annahme 1d) weder eine größere Steigerung in den Lösungsraten und beim Aufgabenverständnis noch ein stärkerer Rückgang bei der wahrgenommenen Schwierigkeit, bei der wahrgenommenen Anstrengung und bei der Bearbeitungsdauer als bei Versuchsteilnehmern mit hohem Vorwissen und hoher Lesefähigkeit. Entgegen der Erwartungen verschlechterten sich das Aufgabenverständnis und die Lösungsraten bei Kindern mit geringeren allgemeinen kognitiven Fähigkeiten (Annahmen 1e) und geringeren Rechenfähigkeiten (Annahme 1f) im Transfertest, wenn sie zuvor Lösungshilfen erhalten hatten.

Ergebnisse Forschungsfrage 2: Welche externe Repräsentationsform und welcher Grad der Vorstrukturierung verbessern und erleichtern die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr?

Prüfung der Annahmen 2a und 2b

Forschungsfrage 2 zielte auf die Situation des *Arbeitens mit* vorgegebenen externen Repräsentationen.

Wird eine Lösungshilfe in Form einer vorgefertigten Tabelle (deskriptionale Repräsentation) oder einer vorgefertigten Zeichnung (depiktionale Repräsentation) angeboten,

– welche Art der Repräsentation – Tabelle oder Zeichnung – erleichtert und verbessert die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr? (Forschungsfrage 2a)

Werden Lösungshilfen in unterschiedlichem Grad der Vorstrukturierung angeboten,

– welcher Grad der Vorstrukturierung der externen Repräsentation erleichtert und verbessert die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr? (Forschungsfrage 2b)

Erstens wurde angenommen, dass eine Zeichnung die Konstruktion eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr fördert und einen direkteren Zugang zu relevanten Informationen ermöglicht als eine Tabelle (Annahme 2a). Zweitens wurde angenommen, dass mit zunehmendem Grad der Vorstrukturierung der bereitgestellten externen Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells verbessert und erleichtert wird (Annahme 2b).

Die Verbesserung bei der Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells sollte sich in einer höheren Lösungsrate und in einem besseren Aufgabenverständnis niederschlagen (Effektivität). Die Erleichterung bei der Konstruktion und Nutzung einer solchen mentalen Repräsentation sollte mit einer geringeren wahrgenommenen Schwierigkeit, einer geringeren wahrgenommenen Anstrengung und einer kürzeren Bearbeitungsdauer einhergehen (Effizienz).

Vergleichbarkeit der Aufgaben. Als erstes wurde überprüft, ob die zwei Aufgaben eines Aufgabentyps im Treatment-Test die gleichen empirischen Schwierigkeiten aufwiesen. Dazu wurde auf Basis der Experimentalgruppe jeweils mit den zwei Aufgaben eines Aufgabentyps ein exakter McNemar-Test mit der Variable Lösungsrate gerechnet. Es wurden keine signifikanten Unterschiede bei den Lösungsraten erwartet. Wie angenommen fiel der McNemar-Test weder für die Kombinatorik- ($p = .185$) noch für die Vergleichs- ($p = .626$) und die Bewegungsaufgaben

($p = .078$) signifikant aus. Das Verhältnis von richtigen und falschen Lösungen unterschied sich bei den jeweils zwei zusammengehörigen Aufgaben nicht signifikant. Die Aufgaben eines Aufgabentyps können empirisch als gleich schwer erachtet werden.

Vergleichbarkeit der Erhebungszeitpunkte. Zweitens wurde geprüft, ob es innerhalb des Treatment-Tests einen Effekt des Erhebungszeitpunkts gab (Erhebungszeitpunkt 2 vs. Erhebungszeitpunkt 3). Dazu wurde jeweils über die drei Messwerte der abhängigen Variablen Lösungsrate, wahrgenommene Schwierigkeit, wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer pro Erhebungszeitpunkt aggregiert. Mit den aggregierten Werten wurden t-Tests für verbundene Stichproben gerechnet. Es wurden keine signifikanten Unterschiede erwartet. Wie angenommen unterschieden sich die Lösungsraten zu den beiden Erhebungszeitpunkten nicht signifikant: $t(153) = 1.087$, $p = .279$. Entgegen der Erwartung unterschied sich jedoch die wahrgenommene Schwierigkeit: $t(145) = 2.754$, $p = .007$. Zu Erhebungszeitpunkt 3 wurden die Aufgaben mit $M = 1.98$ ($SD = 0.559$) leichter wahrgenommen als die Aufgaben zu Erhebungszeitpunkt 2 ($M = 2.12$, $SD = 0.573$). Auch die wahrgenommene Anstrengung unterschied sich signifikant: $t(145) = 4.083$, $p < .001$. Zum Erhebungszeitpunkt 3 berichteten die Probanden weniger Anstrengung ($M = 2.31$, $SD = 0.721$) als in der vorausgegangenen Erhebung ($M = 2.52$, $SD = 0.701$). Die Bearbeitungsdauer unterschied sich – anders als in der experimentellen Vorstudie (siehe Kapitel 5.2.3) – nicht signifikant: $t(61) = 0.605$, $p = .548$. Dies lässt darauf schließen, dass die Probanden die Aufgaben bei Erhebungszeitpunkt 3 tatsächlich bearbeitet haben und nicht, wie in der experimentellen Vorstudie, die Ergebnisse aus der Erinnerung repliziert haben. Zwischen den Erhebungszeitpunkten von Aufgabenheft 2 und Aufgabenheft 3 lagen mindestens drei Wochen und die Zahlen in den Aufgaben wurden geringfügig geändert. Der leichte Rückgang in der wahrgenommenen Schwierigkeit und Anstrengung mag darauf zurückzuführen sein, dass die Versuchspersonen mit der Art der Aufgaben und der (Test-)Situation an sich vertrauter waren.

Lösungsrate. Das GEE-Modell ergab signifikante Haupt- und Interaktionseffekte. Tabelle 15 gibt einen Überblick aller Modelleffekte.

Tabelle 15
GEE-Modell-Effekte für die abhängige Variable Lösungsrate

		Lösungsrate (n_S = 159) (n_F = 931)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	7.662	.006
(B) Grad der Vorstrukturierung	2	10.830	.004
(C) Aufgabentyp	2	4.976	.083
A x B	2	7.878	.019
A x C	2	15.471	< .001
B x C	4	11.218	.024
A x B x C	4	6.597	.159

Anmerkung: n_P = Anzahl Probanden, n_F = Anzahl Fälle (Aufgabenbearbeitungen)

Entsprechend der Annahme 2a war die Lösungsrate bei der Vorgabe einer Zeichnung höher als die bei der Vorgabe einer Tabelle. Die Probanden lösten durchschnittlich 40 % der Aufgaben richtig ($M = 0.40$, $SD = 0.49$), wenn diese mit einer vorgefertigten Zeichnung präsentiert wurden. Bei Darbietung der Aufgaben mit einer Tabelle lag die durchschnittliche Lösungsrate bei 33 % ($M = 0.33$, $SD = 0.47$). Die daraus resultierende Effektstärke von $d = 0.25$ ist nach den Konventionen von Cohen (1988) als klein zu erachten.[3]

Mit Blick auf den Grad der Vorstrukturierung der Repräsentation zeigten paarweise Vergleiche mit Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau von $p < .017$, dass sich die Lösungsraten der Aufgaben mit hoch-vorstrukturierten Repräsentationen ($M = 0.44$, $SD = 0.49$) wie angenommen signifikant von den Lösungsraten der Aufgaben mit mittel-vorstrukturierten Repräsentationen ($M = 0.31$, $SD = 0.36$) unterschieden ($p < .001$, 1-seitig, $d = 0.33$). Wie erwartet unterschieden sich hoch-vorstrukturierte Repräsentationen auch signifikant von solchen mit geringer Vorstrukturierung ($M = 0.34$, $SD = 0.39$, $p = .011$, 1-seitig, $d = 0.27$). Entgegen der Annahme fiel der Unterschied zwischen mittel- und gering-vorstrukturierten Repräsentationen aber nicht signifikant aus ($p = .243$, 1-seitig).

[3] Diese und alle folgenden Berechnungen von Cohens *d* erfolgten nach der in Dunlap, Cortina, Vaslow und Burke (1996) beschriebenen Formel für abhängige Messungen.

Zur genaueren Beschreibung der Interaktion von Repräsentation x Grad der Vorstrukturierung wurde erstens geprüft, inwiefern der Effekt der Repräsentation abhängig vom Grad der Vorstrukturierung war. Dafür wurde der Vergleich Tabelle vs. Zeichnung für jeden Grad der Vorstrukturierung betrachtet. Dies mündete in drei paarweise Vergleiche: (1) Tabelle vs. Zeichnung bei geringer Vorstrukturierung, (2) Tabelle vs. Zeichnung bei mittlerer und (3) Tabelle vs. Zeichnung bei hoher Vorstrukturierung. Das Bonferroni-korrigierte Signifikanzniveau lag bei $p < .017$. Bei geringem Grad der Vorstrukturierung unterschieden sich die Lösungsraten für Tabelle ($M = 0.35$, $SD = 0.48$) und Zeichnung ($M = 0.33$, $SD = 0.47$) nicht ($p = .279$, 1-seitig). Lag ein mittlerer Vorstrukturierungsgrad vor, war die Lösungsrate bei der Zeichnung mit 38 % ($M = 0.38$, $SD = 0.49$) signifikant höher ($p = .002$, 1-seitig) als bei der Tabelle mit 25 % ($M = 0.25$, $SD = 0.43$), was mit Cohens $d = 0.38$ einen kleinen Effekt darstellte. Auch bei hoher Vorstrukturierung war die Lösungsrate bei der Zeichnung ($M = 0.49$, $SD = 0.50$) höher als bei der Tabelle ($M = 0.39$, $SD = 0.49$, $p = .009$, $d = 0.18$). Abbildung 28 verdeutlicht die Interaktion grafisch.

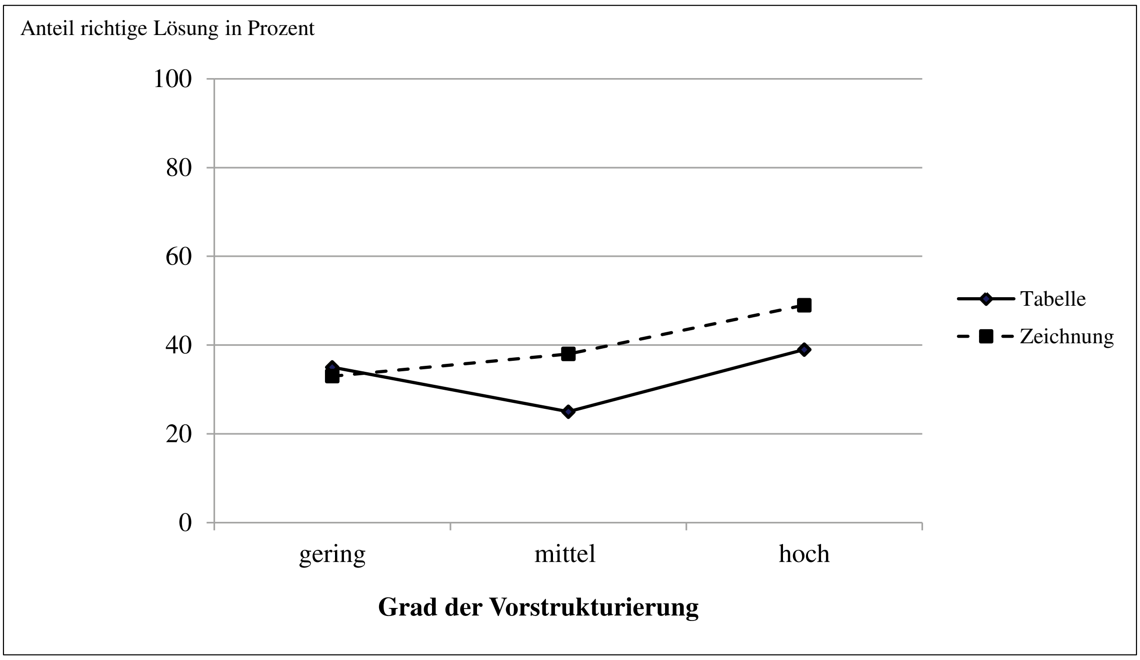


Abbildung 28. Interaktionseffekt von Repräsentation x Grad der Vorstrukturierung für die abhängige Variable Lösungsrate.

Zweitens wurde umgekehrt geprüft, inwiefern der Effekt der Vorstrukturierung abhängig von der Repräsentation war. Dafür wurde der Effekt der Vorstrukturierung getrennt nach Tabelle und Zeichnung betrachtet. Dies bedeutete, dass die paarweisen Vergleiche (1) gering vs. mittel, (2) gering vs. hoch und (3) mittel vs. hoch einmal für die Tabelle und einmal für die Zeichnung angestellt wurden. Dies führte zu insgesamt sechs paarweisen Vergleichen und einem Bonferroni-korrigierten Signifikanzniveau von $p < .009$. Die drei paarweisen Vergleiche für die Tabelle waren alle nicht signifikant. Bei der Tabelle führte mehr Vorstrukturierung nicht zu höheren Lösungsraten. Für die Zeichnung fiel der Vergleich gering vs. hoch signifikant aus ($p < .001$, 1-seitig): 49 % der Aufgaben ($M = 0.49$, $SD = 0.50$), die von einer hoch-vorstrukturierten Zeichnung begleitet waren, wurden richtig gelöst, aber nur 33 % ($M = 0.33$, $SD = 0.47$) der Aufgaben mit einer gering-vorstrukturierten Zeichnung.

Um die Interaktion der Faktoren Repräsentation x Aufgabentyp herunterzubrechen, wurden drei paarweise Vergleiche betrachtet: (1) Tabelle vs. Zeichnung für die Kombinatorikaufgaben, (2) Tabelle vs. Zeichnung für die Vergleichs- und (3) Tabelle vs. Zeichnung für die Bewegungsaufgaben. Das Bonferroni-korrigierte Signifikanzniveau lag bei $p < .017$. Bei den Kombinatorikaufgaben war die Lösungsrate bei Vorgabe einer Zeichnung ($M = 0.42$, $SD = 0.49$) signifikant höher ($p < .001$, 1-seitig) als bei Vorgabe einer Tabelle ($M = 0.22$, $SD = 0.42$). Die Effektstärke lag bei $d = 0.42$, was nach Cohen (1988) immer noch als eher kleiner Effekt zu betrachten ist. Bei den Vergleichsaufgaben hingegen unterschieden sich die Lösungsraten für Tabelle ($M = 0.40$, $SD = 0.49$) und Zeichnung ($M = 0.39$, $SD = 0.49$) nicht signifikant ($p = .476$, 1-seitig). Auch bei den Bewegungsaufgaben machte es keinen Unterschied ($p = .369$, 1-seitig), ob eine Tabelle ($M = 0.36$, $SD = 0.48$) oder eine Zeichnung ($M = 0.38$, $SD = 0.49$) als externe Repräsentation vorgegeben wurde. Abbildung 29 verdeutlicht die Interaktion grafisch.

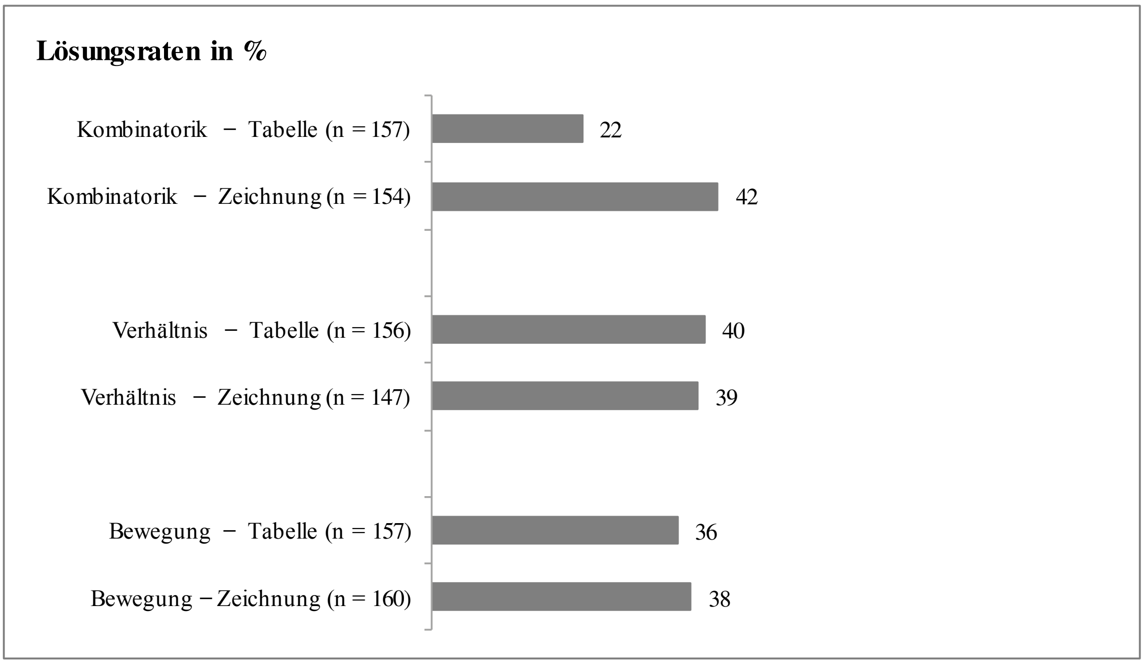


Abbildung 29. Interaktionseffekt Repräsentation x Aufgabentyp für die abhängige Variable Lösungsrate.

Zur näheren Beschreibung der Wechselwirkung von Grad der Vorstrukturierung x Aufgabentyp wurden die paarweisen Vergleiche gering vs. mittel, mittel vs. hoch und gering vs. hoch für jeden Aufgabentyp gesondert betrachtet. Dies resultierte in neun Vergleichen und einem Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau von $p < .006$. Bei den Vergleichsaufgaben unterschied sich der mittlere Grad an Vorstrukturierung ($M = 0.32$, $SD = 0.47$) signifikant ($p < .001$, 1-seitig) vom hohen Grad ($M = 0.52$, $SD = 0.50$). Dies stellte mit $d = 0.20$ einen kleinen Effekt dar. Die übrigen paarweisen Vergleiche waren statistisch nicht signifikant. Abbildung 30 verdeutlicht die Interaktion grafisch.

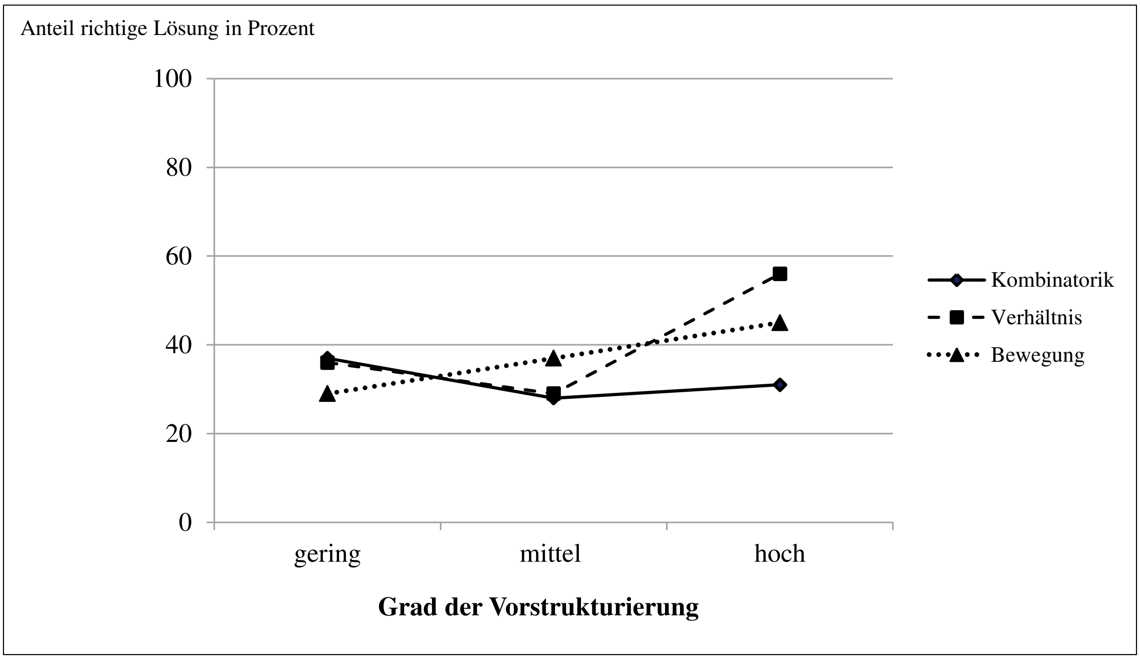


Abbildung 30. Interaktionseffekt Grad der Vorstrukturierung x Aufgabentyp für die abhängige Variable Lösungsrate.

Aufgabenverständnis. Das GEE-Modell ergab einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Repräsentation (Wald- $\chi^2(1) = 12.865$, $p < .001$), einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Grad der Vorstrukturierung (Wald- $\chi^2(2) = 17.276$, $p < .001$) und einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Aufgabentyp (Wald- $\chi^2(2) = 17.155$, $p < .001$). Tabelle 16 gibt einen Überblick aller Modelleffekte.

Tabelle 16

GEE-Modell-Effekte für die abhängige Variable Aufgabenverständnis

		Aufgabenverständnis (n_P = 157) (n_F = 933)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	12.865	< .001
(B) Grad der Vorstrukturierung	2	17.276	< .001
(C) Aufgabentyp	2	17.155	< .001
A x B	2	4.312	.116
A x C	2	0.932	.627
B x C	4	5.189	.268
A x B x C	4	7.107	.130

Anmerkung: n_P = Anzahl Probanden, n_F = Anzahl Fälle (Aufgabenbearbeitungen)

Das Aufgabenverständnis („0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis", „3 = völliges Verständnis") war wie angenommen bei der Vorgabe einer Zeichnung mit *M* = 1.96 (*SD* = 1.11) signifikant größer als bei der Darbietung der Aufgaben mit Tabelle (*M* = 1.73, *SD* = 1.18). Dies entsprach einer Effektgröße von *d* = .30, was nach Cohen (1988) als eher kleiner Effekt anzusehen ist.

In Hinblick auf den Grad der Vorstrukturierung zeigten paarweise Vergleiche mit Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau von $p < .017$, dass bei der Vorgabe einer hoch-vorstrukturierten Repräsentation (*M* = 2.04, *SD* = 1.11) das Aufgabenverständnis, wie angenommen, signifikant besser ($p < .001$, 1-seitig) als bei der Vorgabe einer mittel-vorstrukturierten Repräsentation (*M* = 1.77, *SD* = 1.14, *d* = 0.31) und signifikant besser ($p < .001$, 1-seitig) als bei Vorgabe einer gering-vorstrukturierten Repräsentation (*M* = 1.72, *SD* = 1.18, *d* = 0.35) war. Allerdings unterschieden sich geringe und mittlere Vorstrukturierung nicht signifikant ($p = .322$, 1-seitig). Anders als angenommen führte erst ein hoher Grad an Vorstrukturierung zu einer bedeutsamen Verbesserung im Aufgabenverständnis. Ein mittlerer Vorstrukturierungsgrad brachte gegenüber wenig Vorstrukturierung keinen Vorteil.

Wahrgenommene Schwierigkeit. Das GEE-Modell ergab einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Repräsentation (Wald-$\chi^2(1) = 11.159$, $p = .001$), einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Grad der Vorstrukturierung (Wald-$\chi^2(2) = 19.015$, $p < .001$) und einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Aufgabentyp (Wald-$\chi^2(2) = 97.917$, $p < .001$). Tabelle 17 gibt einen Überblick aller Modelleffekte.

Tabelle 17

GEE-Modell-Effekte für die abhängige Variable wahrgenommene Schwierigkeit

		Wahrgenommene Schwierigkeit (n_S = 159) (n_F = 880)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	11.159	.001
(B) Grad der Vorstrukturierung	2	19.015	< .001
(C) Aufgabentyp	2	97.917	< .001
A x B	2	0.012	.994
A x C	2	1.444	.486
B x C	4	3.287	.511
A x B x C	4	3.530	.473

Anmerkung: n_P = Anzahl Probanden, n_F = Anzahl Fälle (Aufgabenbearbeitungen)

Wurde eine Zeichnung als Lösungshilfe angeboten, berichteten die Probanden auf der Skala von „1 = sehr leicht" bis „4 = sehr schwierig" mit *M* = 1.97 (*SD* = 0.87) wie angenommen eine geringere wahrgenommene Schwierigkeit als bei der Darbietung der Aufgaben mit Tabelle (*M* = 2.12, *SD* = 0.92, *d* = 0.28). Berücksichtigt man nur die Aufgabenbearbeitungen, bei denen die Probanden zum richtigen Ergebnis gekommen sind (n = 335), war die wahrgenommene Schwierigkeit bei der Vorgabe einer Zeichnung mit *M* = 1.81 (*SD* = 0.74) immer noch geringer als bei der Vorgabe einer Tabelle mit *M* = 1.96 (*SD* = 0.82), jedoch fiel dieser Unterschied nicht mehr signifikant aus: Wald-$\chi^2(1) = 0.406$, $p = .524$.

Für den Effekt des Grads der Vorstrukturierung wurden paarweise Vergleiche mit einem Bonferroni-korrigierten Signifikanzniveau von $p < .017$ durchgeführt. Demnach wurden die Aufgaben, wie angenommen, bei hoher Vorstrukturierung der Repräsentationen leichter empfunden (*M* = 1.89, *SD* = 0.84) als bei mittlerem (*M* = 2.05, *SD* = 0.92, *p* = .010, 1-seitig, *d* = 0.29) und geringem Grad der Vorstrukturierung (*M* = 2.19, *SD* = 0.90, $p < .001$, 1-seitig, *d* = 0.49). Statistisch nicht signifikant war der Unterschied mittel vs. gering (*p* = .037, 1-seitig). Der statistisch signifikante Unterschied zwischen hoher und geringer Vorstrukturierung zeigte sich auch bei einer Beschränkung der Analyse auf Aufgaben mit richtiger Lösung: Wald-$\chi^2(2) = 7.645$, $p = .022$. Die Probanden, die zum richtigen Ergebnis kamen, berichteten bei geringer Vorstrukturierung eine wahrgenommene Schwierigkeit von *M* = 2.02 (*SD* = 0.81) gegenüber *M* = 1.80 (*SD* = 0.78) bei einem hohen Grad der Vorstrukturierung (*p* = .014, 1-seitig).

Wahrgenommene Anstrengung. Das GEE-Modell erbrachte einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Repräsentation (Wald- $\chi^2(1) = 9.336$, $p = .002$), einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Grad der Vorstrukturierung (Wald- $\chi^2(2) = 6.668$, $p = .036$), einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Aufgabentyp (Wald- $\chi^2(2) = 57.703$, $p < .001$) und einen signifikanten Interaktionseffekt für Grad der Vorstrukturierung x Aufgabentyp (Wald- $\chi^2(4) = 12.611$, $p = .013$). Tabelle 18 gibt einen Überblick aller Modelleffekte.

Tabelle 18
GEE-Modell-Effekte für die abhängige Variable wahrgenommene Anstrengung

		Wahrgenommene Anstrengung ($n_S = 158$) ($n_F = 887$)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	9.336	.002
(B) Grad der Vorstrukturierung	2	6.668	.036
(C) Aufgabentyp	2	57.703	< .001
A x B	2	1.518	.468
A x C	2	1.469	.480
B x C	4	12.611	.013
A x B x C	4	2.715	.607

Anmerkung: n_P = Anzahl Probanden, n_F = Anzahl Fälle (Aufgabenbearbeitungen)

Wurde eine Zeichnung vorgegeben, beurteilten die Versuchspersonen die wahrgenommene Anstrengung geringer ($M = 2.33$, $SD = 0.96$) als bei Vorgabe einer Tabelle ($M = 2.48$, $SD = 0.96$, $d = 0.21$). Jedoch trat dieser Effekt nicht mehr auf, sobald nur Aufgabenbearbeitungen von Probanden mit der richtigen Lösung betrachtet wurden (n = 334): Wald-$\chi^2(1) = 0.201$, $p = .654$. Diese Versuchsteilnehmer berichteten bei Vorgabe einer Zeichnung mit $M = 2.24$ ($SD = 0.92$) nur geringfügig weniger Anstrengung als bei Vorgabe einer Tabelle mit $M = 2.33$ ($SD = 0.90$).

Für den Haupteffekt des Faktors Grad der Vorstrukturierung zeigten die paarweisen Vergleiche mit Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau ($p < .017$), dass die Probanden bei Aufgaben mit hoch-vorstrukturierten Repräsentationen ($M = 2.30$, $SD = 0.94$) weniger Anstrengung berichteten als bei mittlerer ($M = 2.45$, $SD = 0.98$, $p = .009$, 1-seitig, $d = 0.20$) und geringer Vorstrukturierung ($M = 2.46$, $SD = 0.95$, $p = .015$, 1-seitig, $d = 0.24$). Mittel und gering-vorstrukturierte Repräsentationen führten zu keinen unterschiedlichen Urteilen in der wahrgenommenen Anstrengung ($p = .453$, 1-seitig). Anders als angenommen reduzierte mehr Vorstrukturierung die wahrgenommene Anstrengung bei Probanden, die zum richtigen Ergebnis kamen, nicht signifikant: Wald- $\chi^2(2) = 0.218$, $p = .897$.

Zur näheren Beschreibung der Interaktion von Grad der Vorstrukturierung x Aufgabentyp wurden die paarweisen Vergleiche gering vs. mittel, mittel vs. hoch und gering vs. hoch für jeden Aufgabentyp gesondert betrachtet. Dies ergab neun Vergleiche. Das Signifikanzniveau wurde nach Bonferroni auf $p < .006$ korrigiert. Bei keinem dieser Vergleiche lag der p-Wert unter dem korrigierten Signifikanzniveau. Demnach konnte der Haupteffekt des Grads der Vorstrukturierung bei gesonderter Betrachtung nach Aufgabentypen nicht bestätigt werden. Die Urteile über die erbrachte Anstrengung bei der Aufgabenbearbeitung waren innerhalb eines Aufgabentyps unabhängig vom Vorstrukturierungsgrad der Repräsentation. Der Interaktionseffekt erklärt sich bei umgekehrter Betrachtung. Dafür wurde der Vergleich der wahrgenommenen Anstrengung der drei Aufgabentypen für jeden Grad der Vorstrukturierung gesondert durchgeführt. Dabei zeigte sich, dass die Kombinatorikaufgaben bei jedem Vorstrukturierungsgrad signifikant weniger anstrengend wahrgenommen wurden als die Vergleichs- und die Bewegungsaufgaben. Dieser Unterschied fiel bei der mittleren Vorstrukturierung besonders deutlich aus. Abbildung 31 visualisiert die Interaktion.

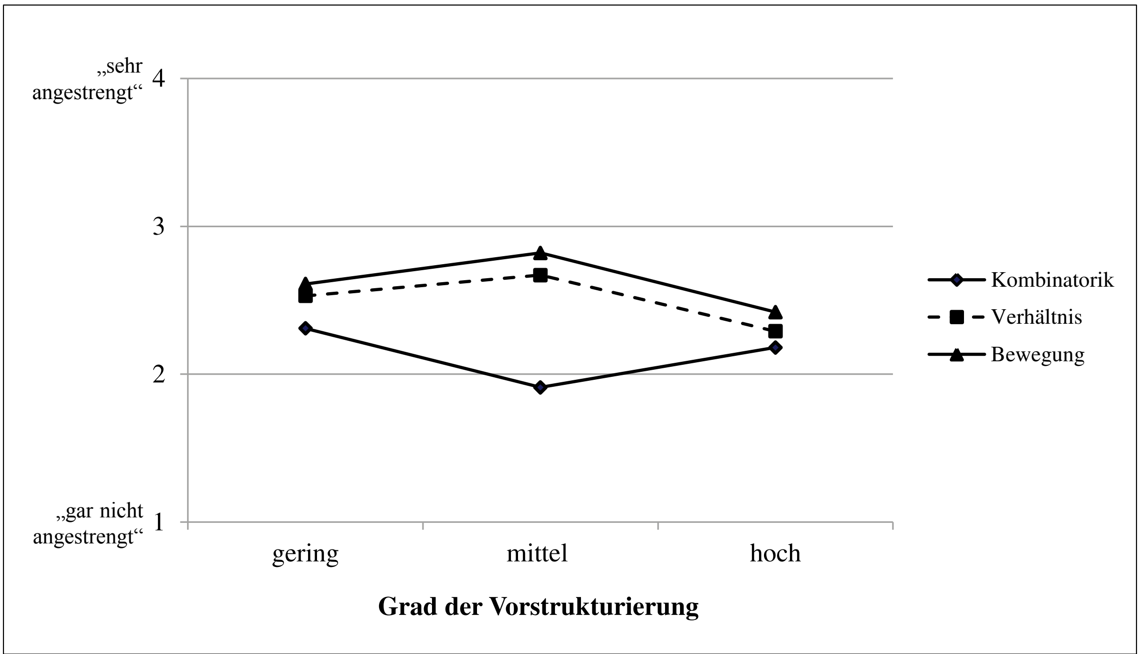


Abbildung 31. Interaktionseffekt Grad der Vorstrukturierung x Aufgabentyp für die abhängige Variable wahrgenommene Anstrengung.

Bearbeitungsdauer. Das GEE-Modell ergab einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Repräsentation (Wald- $\chi^2(1) = 27.262$, $p < .001$), einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Grad der Vorstrukturierung (Wald- $\chi^2(2) = 10.222$, $p = .006$), einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Aufgabentyp (Wald- $\chi^2(2) = 144.632$, $p < .001$), einen signifikanten Interaktionseffekt von Repräsentation x Grad der Vorstrukturierung (Wald- $\chi^2(2) = 9.848$, $p = .007$) und einen signifikanten Interaktionseffekt von Repräsentation x Aufgabentyp (Wald- $\chi^2(2) = 7.200$, $p = .027$) . Tabelle 19 gibt einen Überblick aller Modelleffekte.

Tabelle 19
GEE-Modell-Effekte für die abhängige Variable Bearbeitungsdauer

		Bearbeitungsdauer ($n_S = 155$) ($n_F = 799$)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	27.262	< .001
(B) Grad der Vorstrukturierung	2	10.222	.006
(C) Aufgabentyp	2	144.632	< .001
A x B	2	9.848	.007
A x C	2	7.200	.027
B x C	4	8.591	.072
A x B x C	4	9.451	.051

Anmerkung: n_P = Anzahl Probanden, n_F = Anzahl Fälle (Aufgabenbearbeitungen)

Wurde eine Zeichnung als Lösungshilfe angeboten, war die durchschnittliche Bearbeitungsdauer in Übereinstimmung mit Annahme 2a signifikant kürzer ($M = 163$ Sekunden, $SD = 110$) als beim Angebot einer Tabelle ($M = 199$ Sekunden, $SD = 132$). Mit einem Cohens $d = 0.54$ kann dies als mittlerer Effekt erachtet werden. Dies war auch dann zutreffend, wenn nur die Aufgabenbearbeitungen berücksichtigt wurden, bei denen die Versuchsteilnehmer das richtige Ergebnis erzielten (n = 294): Wald-$\chi^2(1) = 7.242$, $p = .007$. Bei der Vorgabe einer Zeichnung lag die Bearbeitungsdauer bei $M = 162$ Sekunden ($SD = 97$) gegenüber $M = 203$ Sekunden ($SD = 113$) bei einer Tabelle.

Für den Grad der Vorstrukturierung zeigten die paarweisen Vergleiche mit Bonferroni-korrigiertem Signifikanzniveau von $p < .017$ entgegen der Annahme 2b, dass die Bearbeitungsdauer bei der Vorgabe einer hoch-vorstrukturierten Repräsentation mit 198 Sekunden ($SD = 117$) signifikant länger war als bei der Vorgabe einer mittel ($M = 169$ Sekunden, $SD = 137$, $p = .002$, 1-seitig, $d = 0.12$) und gering ($M = 176$ Sekunden, $SD = 112$, $p = .003$, 1-seitig, $d = 0.01$) vorstrukturierten Repräsentation. Dieses Muster zeigte sich auch bei einer Beschränkung der Analyse auf die richtig gelösten Aufgabenbearbeitungen, jedoch war der Unterschied nicht signifikant: Wald- $\chi^2(2) = 3.008$, $p = .222$.

Die Interaktion von Repräsentation x Grad der Vorstrukturierung verdeutlichte, dass der Effekt der Repräsentation abhängig vom Grad der Vorstrukturierung war. Zur genaueren Analyse der Interaktion wurde der Effekt der Repräsentation für jeden Grad der Vorstrukturierung betrachtet, was zu drei paarweisen Vergleichen führte: (1) Tabelle vs. Zeichnung bei geringer Vorstrukturierung, (2) Tabelle vs. Zeichnung bei mittlerer Vorstrukturierung und (3) Tabelle vs. Zeichnung bei hoher Vorstrukturierung. Das Bonferroni-korrigierte Signifikanzniveau lag bei $p < .017$. Die paarweisen Vergleiche zeigten, dass die Vorgabe einer Zeichnung bei mittlerer Vorstrukturierung ($M = 145$ Sekunden, $SD = 115$) zu einer signifikant ($p < .001$, 1-seitig) kürzeren Bearbeitungsdauer führte als die Vorgabe einer Tabelle ($M = 194$ Sekunden, $SD = 153$). Das Gleiche galt für den hohen Grad der Vorstrukturierung: Beim Angebot einer hoch-vorstrukturierten Zeichnung ($M = 172$ Sekunden, $SD = 103$) war die Bearbeitungsdauer signifikant kürzer ($p < .001$, 1-seitig) als bei der Vorgabe einer hoch-vorstrukturierten Tabelle ($M = 224$ Sekunden, $SD = 124$). Jedoch unterschied sich die Bearbeitungsdauer für Zeichnung und Tabelle bei geringer Vorstrukturierung nicht ($p = .192$, 1-seitig).

Um die Interaktion von Repräsentation x Aufgabentyp herunterzubrechen, wurden drei paarweise Vergleiche betrachtet: (1) Tabelle vs. Zeichnung für die Kombinatorikaufgaben, (2) Tabelle vs. Zeichnung für die Vergleichsaufgaben und (3) Tabelle vs. Zeichnung für die Bewegungsaufgaben. Das Bonferroni-korrigierte Signifikanzniveau lag bei $p < .017$. Bei den Kombinatorikaufgaben war die durchschnittliche Bearbeitungsdauer bei der Vorgabe einer Zeichnung ($M = 108$ Sekunden, $SD = 50$) wie angenommen signifikant kürzer ($p < .001$, 1-seitig) als bei der Vorgabe einer Tabelle ($M = 156$ Sekunden, $SD = 83$). Auch bei den Bewegungsaufgaben traf dieses Muster zu ($p = .003$): Bei der Vorgabe einer Zeichnung arbeiteten die Probanden durchschnittlich 230 Sekunden ($SD = 136$) an der Aufgabe, bei der Vorgabe einer Tabelle 278 Sekunden ($SD = 164$). Bei der Vergleichsaufgabe machte es keinen signifikanten Unterschied ($p = .068$, 1-seitig) für die Bearbeitungsdauer, ob eine Zeichnung ($M = 148$ Sekunden, $SD = 84$) oder eine Tabelle ($M = 168$ Sekunden, $SD = 106$) vorgegeben worden war.

Zusammenfassung der Ergebnisse zu den Forschungsfragen 2a und 2b

In diesem Kapitel wurde das *Arbeiten mit* vorgegebenen externen Repräsentationen untersucht. Zwei Fragen standen im Mittelpunkt. Erstens: Welche Form der Repräsentation erleichtert und verbessert die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells besser – Tabelle oder Zeichnung? Zweitens: Welcher Grad der Vorstrukturierung unterstützt die kognitiven Prozesse bei der Aufgabenbearbeitung besser?

Erstens wurde angenommen (Annahme 2a), dass die Probanden bei der Vorgabe der Zeichnungen häufiger zur richtigen Lösung kommen und ein größeres Aufgabenverständnis zeigen als beim Angebot der Tabelle (Effektivität) und dass die richtige Lösung sollte bei der Vorgabe einer Zeichnung einfacher (wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung) und schneller

(Bearbeitungsdauer) erreicht werden als bei der Vorgabe einer Tabelle (Effizienz). Zweitens wurde angenommen (Annahme 2b), dass mit zunehmender Vorstrukturierung der Repräsentation höhere Lösungsraten und ein besseres Aufgabenverständnis erzielt (Effektivität) und dass die richtige Lösung einfacher (wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung) und schneller (Bearbeitungsdauer) gefunden wird (Effizienz).

Die Annahme 2a fand teilweise Unterstützung durch die Daten. Mit Blick auf die Lösungsraten zeigte sich der erwartete Effekt der Zeichnung – jedoch war dieser abhängig vom Grad der Vorstrukturierung und vom Aufgabentyp. Nur bei mittlerem und hohem Grad an Vorstrukturierung führte eine Zeichnung zu höheren Lösungsraten als die entsprechende Tabelle. Unter Berücksichtigung des Aufgabentyps ging die Vorgabe einer Zeichnung nur bei den Kombinatorikaufgaben mit einer deutlich höheren Lösungsrate einher. Bei den Vergleichs- und den Bewegungsaufgaben spielte es keine Rolle, ob eine Zeichnung oder eine Tabelle vorgegeben wurde. Abgesehen von den Kombinatorikaufgaben können die vorgegebenen Zeichnungen und Tabellen als gleichermaßen effektiv für die Lösungsfindung erachtet werden.

Die Probanden berichteten bei der Vorgabe einer Zeichnung insgesamt eine weniger wahrgenommene Schwierigkeit und investierte Anstrengung als bei der Vorgabe einer Tabelle. Auch war die Bearbeitungsdauer kürzer. Unter Berücksichtigung nur solcher Aufgaben, die richtig gelöst wurden, zeigte sich, wie angenommen, dass die Versuchsteilnehmer bei der Vorgabe einer Zeichnung schneller zur richtigen Lösung kamen als bei der Vorgabe einer Tabelle. Jedoch beurteilten sie die Schwierigkeit und die erbrachte Anstrengung für die beiden Repräsentationsformen nicht unterschiedlich. Die Bereitstellung einer Zeichnung machte die Lösungsfindung demnach objektiv effizienter im Sinne von schneller; die erfolgreichen Problemlöser empfanden dies subjektiv aber nicht als Erleichterung. Dies bedeutet umgekehrt, dass offenbar vor allem nicht-erfolgreiche Problemlöser eine kognitive Entlastung durch die Zeichnung wahrnahmen. Eine bereitgestellte Zeichnung war in diesen Fällen also nur scheinbar effizient.

Die Annahme 2b fand teilweise Unterstützung durch die Daten: Ein hoher Grad an Vorstrukturierung führte, wie angenommen, zu den höchsten Lösungsraten und dem besten Aufgabenverständnis (Effektivität). Mit Blick auf die Lösungsraten traf dies jedoch nur auf Zeichnungen, nicht aber auf Tabellen zu: Bei den bereitgestellten Zeichnungen führte ein höherer Grad an Vorstrukturierung zu höheren Lösungsraten. Hingegen unterschieden sich die Lösungsraten von Aufgaben mit hoch-vorstrukturierten Tabellen nicht signifikant von Aufgaben mit mittel oder gering-vorstrukturierten Tabellen. Unter Berücksichtigung des Aufgabentyps führte ein höherer Grad an Vorstrukturierung bei den Bewegungsaufgaben zu höheren Lösungsraten. Allerdings waren die Unterschiede statistisch nicht signifikant. Bei den Kombinatorik- und den Vergleichsaufgaben konnte bei mittlerer Vorstrukturierung der jeweils kleinste Anteil richtiger Lösungen beobachtet werden. Ein signifikanter Unterschied konnte jedoch nur bei den Vergleichsaufgaben festgestellt werden: Bei einem hohen Grad der Vorstrukturierung wurde die Aufgabe signifikant häufiger richtig gelöst als bei einer mittleren Vorstrukturierung.

Wie angenommen berichteten die Probanden bei einem zunehmenden Grad der Vorstrukturierung von einer weniger wahrgenommenen Schwierigkeit. Die erbrachte Anstrengung unterschied sich jedoch nicht signifikant. Entgegen der Annahme verlängerte ein hoher Grad an Vorstrukturierung die Bearbeitungsdauer deutlich. Berücksichtigt man nur die richtig gelösten Aufgaben, blieb der Effekt einer als geringerer wahrgenommenen Schwierigkeit bei hoher Vorstrukturierung bestehen. Der Effekt einer längeren Bearbeitungsdauer bei höherer Vorstrukturierung zeigte sich nicht mehr – allerdings sank die Bearbeitungsdauer nicht wie angenommen. Ein hoher Grad an Vorstrukturierung war demnach nur bedingt effizient, insofern die subjektiv wahrgenommene Schwierigkeit zurückging, nicht aber die wahrgenommene Anstrengung und die Bearbeitungsdauer.

5.3.3 Analyse der Problemlöseprozesse zur Erklärung der Befunde

Die Ergebnisse zu den Forschungsfragen 1 und 2 können in drei Hauptbefunden zusammengefasst werden: Erstens zeigte der Vergleich von Probanden, die zur Bearbeitung der Aufgaben vorstrukturierte externe Repräsentationen angeboten bekamen, mit Versuchspersonen, die ohne die Vorgabe solcher Lösungshilfen arbeiteten, dass die vorgegebenen Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Repräsentationen offenbar nicht verbesserten und erleichterten (Befund 1). Wurde eine externe Repräsentation vorgegeben, zeigte zweitens der Vergleich von Tabelle und Zeichnung, dass die Zeichnung nur bei den Kombinatorikaufgaben die kognitiven Prozesse deutlich verbesserte – nicht aber bei den anderen Aufgabentypen (Befund 2). Drittens führte mehr Vorstrukturierung nur bei den Zeichnungen – nicht aber bei den Tabellen – zu einer Verbesserung der Lösungsprozesse (Befund 3).

Die Befunde unterstützen die formulierten Annahmen vielfach nicht. Vor diesem Hintergrund stellen sich folgende Fragen:

- Warum gelang Kindern beim Angebot einer Lösungshilfe in Form einer vorstrukturierten externen Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines adäquaten mentalen Modells offensichtlich nicht besser als Kindern, die keine solchen Lösungshilfen erhielten?
- Warum verbesserte die Zeichnung nur bei den Kombinatorikaufgaben die kognitiven Prozesse besser als die Tabelle?
- Warum führte mehr Vorstrukturierung nur bei den Zeichnungen und nicht bei den Tabellen zu einer Verbesserung der Lösungsprozesse?

Um Antworten auf diese Fragen zu finden, wurden die Lösungsprozesse in der Kontrollgruppe und in der Experimentalgruppe explorativ untersucht. Was haben die Kinder in der Kontrollgruppe gemacht? Was führte zum Erfolg? Was haben die Kinder in der Experimentalgruppe gemacht? Zur Analyse der Lösungsprozesse wurde u. a. festgehalten, ob und wie die vorgegebenen Repräsentationen genutzt und ob zusätzlich eigene externe Repräsentationen erstellt wurden. Auch wurde ergänzend auf qualitative Daten zurückgegriffen, insbesondere auf die Antworten zur offenen Frage, ob die vorgegebene Tabelle bzw. Zeichnung bei der Lösung geholfen hat.

Mit Blick auf die Probanden der Kontrollgruppe sollten folgende Fragen beantwortet werden:

Frage 1: Haben die Probanden der Kontrollgruppe externe Repräsentationen erstellt und wenn ja, welche?

Frage 2: Gelang Probanden der Kontrollgruppe, die externe Repräsentationen erstellten, die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Repräsentationen besser als Probanden, die keine externen Repräsentationen erstellten?

Frage 3: Welches der selbsterstellten Repräsentationsformate unterstützte die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells in der Kontrollgruppe am besten?

Mit Blick auf die Versuchspersonen in der Experimentalgruppe sollten folgende Fragen beantwortet werden:

Frage 4: Haben die Probanden der Experimentalgruppe die vorgegebenen Repräsentationen erkennbar genutzt und wenn ja, wurden die Repräsentationen wie vorgesehen verwendet?

Frage 5: Gelang den Probanden der Experimentalgruppe, die an den vorgegebenen externen Repräsentationen wie vorgesehen gearbeitet haben, die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells besser als Probanden, die die Repräsentationen nicht oder nicht wie vorgesehen ergänzten?

Frage 6: Haben die Probanden der Experimentalgruppe zusätzlich zu den vorgegebenen Repräsentationen eigene externe Repräsentationen erstellt?

Codier-System zur Beschreibung der Lösungsprozesse

Für die Beantwortung der oben formulierten Fragen wurde ein Codier-System entwickelt, das für jede Aufgabenbearbeitung (= Untersuchungseinheit) anhand der vom elektronischen Stift aufgezeichneten Videos des Schreibprozesses festhielt, ob und wie die Versuchsteilnehmer vorgegebene Repräsentationen genutzt und welche externen Repräsentationen sie gegebenenfalls selbst erstellt haben. Zur Beantwortung der Fragen war es unerheblich, welcher Anteil an der Gesamtbearbeitungsdauer der Aufgabe auf die einzelnen beobachtbaren Handlungen entfiel. Vor diesem Hintergrund wurden Kategorien erstellt, die das bloße Auftreten definierter Elemente oder Handlungen festhielten („occurence-codes“), ohne dabei den Start- und Endzeitpunkt zu codieren („coverage-codes“) (Petko et al., 2003). Wurden multiple externe Repräsentationen (Ainsworth, 2006) erstellt oder an der vorgegebenen Repräsentation gearbeitet und zusätzlich eine oder mehrere eigene Repräsentationen konstruiert, so wurden zwei Vorgehensweisen unterschieden: eine serielle und eine gemeinsame Verwendung von zwei oder mehreren externen

Repräsentationen. Die serielle Vorgehensweise meint, dass der Proband erst an einer Repräsentation arbeitet und dann zu einer anderen wechselt, da er die erste entweder ausgeschöpft hat („judicious switching") oder aus anderen Gründen verwirft („thrashing") (Cox, 1999, S. 351). Die gemeinsame Verwendung meint, dass der Proband zwei oder mehrere Repräsentationen gleichzeitig bearbeitet. Bei einer gemeinsamen Verwendung mehrerer externer Repräsentationen liegt theoretisch auch immer eine – unter Umständen sehr kleinschrittige – serielle Abfolge vor. Diese Abfolge wurde jedoch nicht erfasst. Vielmehr wurde vereinfacht festgehalten, welche der externen Repräsentationen wann im Prozess seriell oder gemeinsam genutzt wurden. Ob eine serielle oder eine gemeinsame Nutzung vorlag, mussten die Codierer von Fall zu Fall im Kontext der Aufgabenbearbeitung entscheiden. Die Übereinstimmung der Codierer war mit Cohens Kappa > .8 für die häufig auftretenden Repräsentationen schriftliche Rechnung, Zeichnung und Tabelle durchweg gut. Abgesehen von dieser eher gefühlsmäßig zu treffenden Entscheidung kann das Kategoriensystem insgesamt als niedrig-inferent eingestuft werden (Petko et al., 2003). Die übrigen Kategorien erfassten weitestgehend direkt aus den Aufzeichnungen ablesbare Aspekte des Lösungsprozesses. Dabei wurden die Analysekategorien so exakt wie möglich definiert, um den Codierern wenig Interpretationsspielraum zu lassen und eine objektive Codierung sicherzustellen (Petko et al., 2003).

Das Kategoriensystem wurde sowohl Top-down als auch Bottom-up entwickelt. Nach einer Sichtung von jeweils ca. 20 Aufgabenheften aus dem Vor-, dem Treatment- und dem Transfertest wurde ein erstes Kategoriensystem aufgestellt. Das Kategoriensystem wurde von drei Codierern an gemeinsamen Stichproben von Aufgabenbearbeitungen (ca. 40 Aufgaben pro Aufgabentyp) wiederholt erprobt und gegebenenfalls erweitert und modifiziert. Die Übereinstimmung der Codierer wurde wiederholt berechnet. Bei nicht-zufriedenstellender Übereinstimmung wurden die Schwierigkeiten diskutiert und eine gemeinsame Überarbeitung und Schärfung der betroffenen Kategorie(n) vorgenommen. Da von den drei Codierern nur der Referenz-Codierer (Autor der Studie) die Forschungsfragen und die Annahmen kannte, konnte auf diese Weise sichergestellt werden, dass bei der Codierung nicht die (möglicherweise) verzerrte Sicht des Studienautors dominierte (Bakeman & Gottman, 1997). Die finale Übereinstimmung kann nach Tabachnick und Fidell (2010) überwiegend als gut bis sehr gut bewertet werden (siehe Tabelle 20). Im Verlauf der Codierung der gemeinsamen Stichproben entwickelte sich das finale Kategoriensystem und es entstand ein ausführliches Codier-Manual mit anschaulichen Beispielen (siehe Anhang). Die Aufgabenhefte wurden in drei Codier-Durchgängen direkt in digitalen Datenmasken erfasst: Pro Codier-Durchgang wurde immer nur ein Aufgabentyp codiert. Durch dieses Vorgehen sollte eine reliable Codierung befördert werden, da der Codierer nicht zwischen aufgabenspezifischen Kategorien gedanklich hin- und herspringen musste, sondern seine Aufmerksamkeit auf einen Aufgabentyp fokussieren konnte (Petko et al., 2003).

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick der zentralen Kategorien und für jede Kategorie Cohens Kappa als Wert für die Übereinstimmung der Codierer mit dem Referenz-Codierer. Das gesamte Code-Buch ist im Anhang dokumentiert.

Tabelle 20

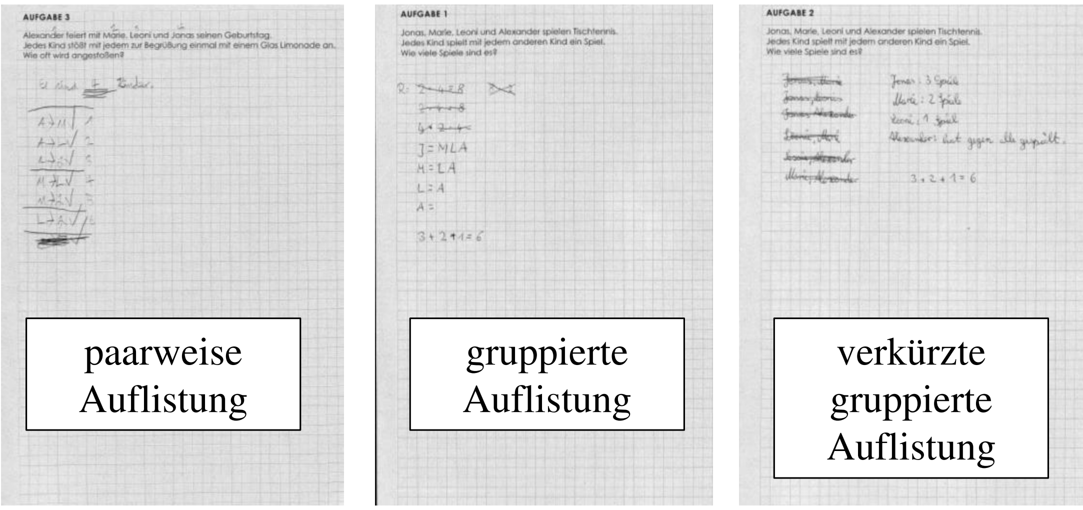
Hauptkategorien des Kategoriensystems zur Beschreibung der Lösungsprozesse

		Übereinstimmung (Cohens Kappa) Referenz-Codierer mit Codierer 1	Codierer 2
Selbsterstelle Repräsentation		n=122 Aufgabenbearbeitungen	
Schriftliche Rechnung	0 = nein 1 = ja, erste sichtbare Handlung 2 = ja, zweite sichtbare Handlung 3 = ja, dritte sichtbare Handlung …	.835	.897
Tabelle	0 = nein 1 = ja, erste sichtbare Handlung 2 = ja, zweite sichtbare Handlung 3 = ja, dritte sichtbare Handlung …	.919	.756
Zeichnung	0 = nein 1 = ja, erste sichtbare Handlung 2 = ja, zweite sichtbare Handlung 3 = ja, dritte sichtbare Handlung …	1.0	1.0
Andere Repräsentation	0 = nein 1 = ja, erste sichtbare Handlung 2 = ja, zweite sichtbare Handlung 3 = ja, dritte sichtbare Handlung …	.663	.318
[Falls *Tabelle* ≠ 0] *Genauigkeit der Tabelle* (n =5)	aufgabenspezifische Rating-Skala	1.0	1.0
[Falls *Zeichnung* ≠ 0] *Genauigkeit der Zeichnung* (n = 11)	aufgabenspezifische Rating-Skala	.663	.446
Vorgegebene Repräsentation *Erkennbar genutzt*	0 = nein 1 = ja, erste sichtbare Handlung 2 = ja, zweite sichtbare Handlung 3 = ja, dritte sichtbare Handlung …	.901	.921
Anzahl der hinzugefügten Elemente		.963	.914

Kategorie: Selbsterstellte Rechnung. Eine selbsterstellte Rechnung lag immer dann vor, wenn der Proband eine schriftliche Rechnung aufgestellt (z. B. „6 – 3“) und diese gegebenenfalls ausgeführt hatte (z. B. „6 – 3 = 3“). Die Übereinstimmung der Codierer für selbsterstellte Rechnungen konnte mit Cohens Kappa > .8 als sehr gut erachtet werden.

Kategorie: Selbsterstellte Tabelle. Eine Tabelle lag nach Definition immer dann vor, wenn numerische oder verbale Informationen in Form von Spalten und Zeilen strukturiert und einander zugeordnet worden waren. Ein (beschrifteter) Tabellenkopf war nicht notwendig, ebenso wenig musste die Tabelle Linien haben (für Beispiele siehe Codier-Anweisungen im Anhang). Die Übereinstimmung der Codierer lag mit Cohens Kappa > .75 im Bereich gut bis sehr gut.

Bei den Kombinatorikaufgaben wurde bei der Erstsichtung des Materials festgestellt, dass für die Kategorie Tabelle weitere Ausdifferenzierungen nötig waren. Es wurden vier Tabellenformen unterschieden und erfasst: (1) paarweise Auflistung, (2) gruppierte Auflistung, (3) verkürzte gruppierte Auflistung und (4) Kombinationen markieren. Die Tabellenform paarweise Auflistung lag dann vor, wenn alle paarweisen Kombinationen (meist) untereinander aufgeschrieben wurden. Die gruppierte Auflistung bestand aus einer Zeile mit den vier Namen der Kinder als Überschrift, wobei jeder Name eine Spalte bildete. Unter jedem Name wurden die Namen der Kinder aufgelistet, die mit dem jeweiligen Kind zu kombinieren waren. In der verkürzten Variante standen statt der jeweiligen aufgelisteten Namen die Anzahl der Kombinationen. Die Tabellenform Kombinationen markieren schließlich entsprach der in der Experimentalgruppe bereitgestellten Tabellenlogik. Abbildung 32 zeigt drei der vier Tabellenformen.



Alexander – Marie	Jonas: Marie, Leoni, Alexander	Jonas: 3
Alexander – Leoni	Marie: Leoni, Alexander	Marie: 2
Alexander – Jonas	Leonie: Alexander	Leonie: 1
Marie – Leoni	Alexander:	Alexander: 0
Marie – Jonas		
Leoni – Jonas		

Abbildung 32. Tabellenformen bei den Kombinatorikaufgaben.

Kategorie: Selbsterstellte Zeichnung. Eine Zeichnung lag nach Definition immer dann vor, wenn eine räumliche Konfiguration und eine Ähnlichkeit oder strukturelle Übereinstimmung mit dem darzustellenden Inhalt vorlag (siehe Kapitel 2.2.1). Die Urteile der drei Codierer stimmten nahezu perfekt überein (Cohens Kappa = 1.0).

Kategorie: Genauigkeit Tabelle bzw. Zeichnung. Um die Genauigkeit der schülerkonstruierten Tabellen und Zeichnungen zu bewerten, wurden aufgabenspezifische Rating-Skalen entwickelt und erprobt. Die Rating-Skalen wurden im Code-Buch ausführlich beschrieben und mit Beispielen versehen (siehe Anhang). Die Übereinstimmung der Codierer war vergleichsweise gering. Dies lag daran, dass in der gemeinsamen Stichprobe nur wenige Fälle von selbsterstellten Zeichnungen und Tabellen vorlagen und die Berechnung von Cohens Kappa somit auf einer sehr kleinen Fallzahl beruht.

Erkennbare Nutzung. Eine erkennbare Nutzung der vorgegebenen Repräsentation lag dann vor, wenn sichtbar mit einem Stift an der Repräsentation gearbeitet wurde. Diese Definition berücksichtigt nicht, dass auch ohne erkennbare Stiftspuren eine Nutzung der Repräsentationen vorliegen kann. Vor allem bei hoch-vorstrukturierten Repräsentationen war eine Bearbeitung der Tabellen oder Zeichnungen mit dem Stift nicht notwendig. Vor diesem Hintergrund stellen die Werte eine Untergrenze dar. Die Übereinstimmung der Codierer war mit einem Cohens Kappa > .9 nahezu perfekt.

Anzahl der hinzugefügten Elemente. Ein hinzugefügtes Element entsprach einem definierten Arbeitsschritt an der vorgegebenen Repräsentation, um diese im intendierten Sinn zu vervollständigen. Mit anderen Worten: Durch das Hinzufügen einer bestimmten Anzahl an definierten Elementen zur gering-vorstrukturierten Repräsentation entstand die mittel-vorstrukturierte Variante und bei Ergänzung aller spezifizierten Elemente die hoch-vorstrukturierte. Wurde die erwartete Anzahl der definierten Elementen hinzugefügt, wird im Weiteren von ‚richtiger' Nutzung gesprochen. Wurden weniger oder mehr definierte Elemente als erwartet hinzugefügt oder andere Ergänzungen vorgenommen, wird im Folgenden von ‚falscher' Nutzung gesprochen. Wichtig an dieser Stelle ist es zu betonen, dass sich eine ‚falsche' Nutzung lediglich nicht mit der vom Autor erwarteten Nutzung deckt. Eine ‚falsche' Nutzung kann dennoch kreativ sein und zur richtigen Lösung führen. Die Urteile der Codierer stimmten nahezu perfekt überein (Cohens Kappa > .9).

Bei den Kombinatorikaufgaben waren für die Zeichnung zum einen Strichmännchen (oder andere Depiktionen der Kinder) und zum anderen Verbindungslinien als Elemente definiert. Um die hoch-vorstrukturierte Zeichnung zu produzieren, mussten an der mittel-vorstrukturierten Zeichnung fünf Elemente und an der gering-vorstrukturierten Version neun Elemente ergänzt werden (siehe Abbildung 33). Für die Tabelle galt jeder Zelleneintrag als ein Element. Um die hoch-vorstrukturierte Tabelle herzustellen, mussten bei der mittleren Version fünf und bei der geringen Variante 13 Elemente hinzugefügt werden (siehe Abbildung 33).

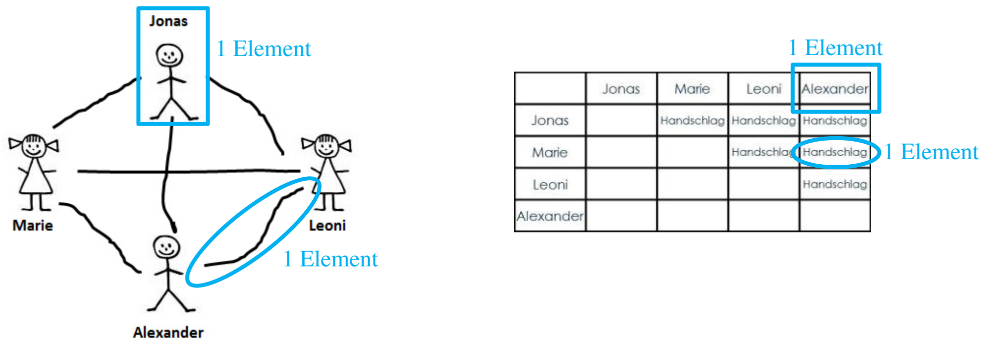
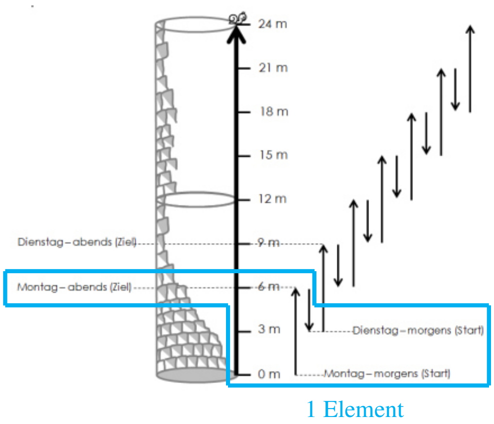


Abbildung 33. Die bei der Zeichnung und der Tabelle der Kombinatorikaufgabe jeweils hinzuzufügenden Elemente.

Bei den Zeichnungen zu den Bewegungsaufgaben galt die Darstellung der Tag- und Nachtbewegung für einen Wochentag als ein Element. Idealerweise umfasste ein Element sowohl zwei Pfeile (auf und ab) als auch die dazugehörigen Beschriftungen. Jedoch war es nicht notwendig, dass sowohl Pfeile als auch Beschriftungen ergänzt wurden. Entscheidend war, dass der Proband die Auf-und-Ab-Bewegung sichtbar an der Zeichnung nachvollzogen hat. Es ging um die Verwendung der Zeichnung als kognitives Werkzeug und nicht darum, ob die bereitgestellte Repräsentation in allen Facetten ausgearbeitet wurde (Brenner et al., 1997). Dies konnte über das Einzeichnen von Pfeilen, über das Hinzufügen von Beschriftungen am Zahlenstrahl oder über beides geschehen (siehe Abbildung 34). In der hoch- und der mittel-vorstrukturierten Version waren fünf Elemente zu ergänzen. In der hoch-strukturierten Variante waren es die Beschriftungen, in der mittleren Version Pfeile und/oder Beschriftungen. An der gering-vorstrukturierten Zeichnung mussten sieben Elemente ergänzt werden. Bei der korrespondierenden Tabelle galt eine Zeile als ein Element. Analog zur Zeichnung waren in der hoch- und der mittel-vorstrukturierten Version fünf Elemente zu ergänzen, in der gering-vorstrukturierten Tabelle sieben (siehe Abbildung 34).



1 Element

	morgens (Start)	abends (Ziel)
Montag	0 m	6 m
Dienstag	3 m	9 m
	6 m	12 m
	9 m	15 m
	12 m	18 m
	15 m	21 m
	18 m	24 m

Abbildung 34. Die bei der Zeichnung und der Tabelle der Bewegungsaufgaben jeweils hinzuzufügenden Elemente am Beispiel der „Schneckenaufgabe“.

Bei den Zeichnungen zu den Vergleichsaufgaben wurden keine hinzuzufügenden Elemente definiert. Wie in Kapitel 5.3.1 beschrieben, entwickelte sich die jeweils nächste Stufe der Vorstrukturierung nicht durch das Hinzufügen weiterer (zählbarer) Elemente, sondern dadurch, dass die bereits vorhandenen Elemente in ihrer Anordnung umstrukturiert wurden. Anders ausgedrückt: Die ‚richtige‘ Nutzung der Zeichnung war anders als bei den Kombinatorik- und den Bewegungsaufgaben nicht mit einer bestimmbaren Anzahl hinzuzufügender Elemente assoziiert. Das Gleiche galt für die Tabelle. Aus diesem Grund wurden auch hier keine Elemente definiert.

Ergebnisse zu den Fragen 1, 2 und 3: Was hat die Kontrollgruppe (erfolgreich) gemacht?

Um die Fragen 1, 2 und 3 zu beantworten, wurden die codierten Aufgabenbearbeitungen von Probanden der Kontrollgruppe aus dem Treatment-Test herangezogen. Die Basis der Analysen waren 229 Aufgabenbearbeitungen.

Frage 1: Selbsterstellte Repräsentationen. Die Versuchspersonen in der Kontrollgruppe haben bei drei von vier Aufgabenbearbeitungen (75 %) mindestens eine externe Repräsentation verwendet. Die Häufigkeit, mit der eigene externe Repräsentationen erstellt wurden, unterschied sich für die Aufgabentypen: $\chi^2(2) = 6.527$, $p = .038$. Bei den Bewegungsaufgaben (n = 76) wurde in 82 % der Fälle mindestens eine externe Repräsentation erstellt. Bei den Kombinatorikaufgaben (n = 77) war dies zu 78 % und bei den Vergleichsaufgaben (n = 76) zu 64 % der Fall. Es wurden sowohl schriftliche Rechnungen (35 %) verwendet als auch Tabellen (30 %) und Zeichnungen (20 %) konstruiert. Die Häufigkeit variierte je nach Aufgabentyp: Bei den Bewegungsaufgaben kamen Zeichnungen (39 %) und schriftliche Rechnungen (38 %) gleich häufig vor, bei

22 % der Aufgabenbearbeitungen fanden sich Tabellen. Bei den Kombinatorikaufgaben waren mit 53 % am häufigsten Tabellen zu finden gefolgt von schriftlichen Rechnungen (21 %) und Zeichnungen (10 %). Bei den Vergleichsaufgaben dominierten mit 47 % schriftliche Rechnungen; bei 14 % der Aufgabenbearbeitungen waren Tabellen und bei 11 % Zeichnungen zu erkennen. Multiple externe Repräsentationen waren bei allen drei Aufgabentypen die Ausnahme: Am häufigsten kamen sie bei den Bewegungsaufgaben vor (17 % der Fälle). Bei den Kombinatorik- (7 %) und den Vergleichsaufgaben (8 %) spielten multiple externe Repräsentationen fast keine Rolle. Aufgrund der insgesamt verhältnismäßig kleinen Fallzahl und der damit offenbar geringen Bedeutung selbsterstellter multipler externer Repräsentationen für den Lösungsprozess, wurde auf eine nähere Charakterisierung dieser multiplen externen Repräsentationen verzichtet. Tabelle 21 gibt einen Überblick der verwendeten externen Repräsentationen für jeden Aufgabentyp.

Tabelle 21
Selbsterstellte Repräsentationen nach Aufgabentypen

	Aufgabentyp		
	Kombinatorik (n=77)	Verhältnis (n=76)	Bewegung (n=76)
externe Repräsentation	%	%	%
schriftliche Rechnung	21	47	38
Zeichnung	10	11	39
Tabelle	53	14	22
keine externe Repräsentation	22	36	18
Summe	*106*	*108*	*117*

Frage 2: Zusammenhang zwischen selbsterstellten Repräsentationen und Lösungserfolg. Insgesamt hing der Lösungserfolg signifikant mit dem Erstellen einer externen Repräsentation zusammen: $\chi^2(1) = 12.638$, $p < .001$, $\phi = .235$, was als eher geringer Zusammenhang nach Cohen (1988) erachtet werden kann. Unter Probanden, die eine externe Repräsentation anfertigten (n = 171), lag die Lösungsrate bei 43 %. Bei den Versuchsteilnehmern, die keine externe Repräsentation erstellten (n = 58), lag die mittlere Lösungsrate hingegen nur bei 17 %. Jedoch fiel der Zusammenhang je nach Aufgabentyp unterschiedlich stark aus.

Bei den Kombinatorikaufgaben war der stärkste Zusammenhang zwischen Lösungserfolg und dem Erstellen einer externen Repräsentation zu verzeichnen: $\chi^2(1) = 9.283$, $p = .002$, $\phi = .347$. Dies gilt nach Cohen (1988) als mittlerer Zusammenhang. Unter den Aufgabenbearbeitungen mit mindestens einer eigenen externen Repräsentation (n = 60) fanden sich 53 % mit dem richtigen Ergebnis, bei den Aufgabenbearbeitungen ohne Externalisierungen (n = 17) waren es hingegen nur 12 %. Dies deutet darauf hin, dass die Verwendung einer externen Repräsentation die Lösungswahrscheinlichkeit der Kombinatorikaufgaben erhöhte.

Auch bei den Bewegungsaufgaben hing der Lösungserfolg signifikant mit dem Erstellen einer externen Repräsentation zusammen: $\chi^2(1) = 6.129$, $p = .013$, $\phi = .284$, was einen eher geringen Zusammenhang darstellt (Cohen, 1988). Unter den Bearbeitungen ohne eine externe Repräsentation (n = 14) fand sich kein richtiges Ergebnis. Unter den Aufgabenbearbeitungen mit einer oder mehreren selbst erstellten externen Repräsentationen (n = 62) hatten 32 % das richtige Ergebnis. Demnach war kein Proband in der Lage, die Bewegungsaufgabe ohne Externalisierung erfolgreich zu bewältigen. Zugleich wurde aber in zwei Dritteln der Fälle trotz der Verwendung externer Repräsentationen ein falsches Ergebnis erzielt.

Bei den Vergleichsaufgaben war der Zusammenhang zwischen Lösungserfolg und dem Erstellen externer Repräsentationen auch positiv, aber nicht signifikant: $\chi^2(1) = 1.699$, $p = .192$, $\phi = .149$. Für den Lösungserfolg der Vergleichsaufgaben war es demnach statistisch nicht bedeutsam, ob eine externe Repräsentation erstellt wurde oder nicht.

Frage 3: Erfolgreiche Repräsentationsformen. Sowohl bei den Kombinatorik- als auch bei den Bewegungsaufgaben gab es einen positiven Zusammenhang zwischen dem Erstellen einer externen Repräsentation und dem Lösungserfolg. Welches der selbsterstellten Repräsentationsformate die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Repräsentationen jedoch am besten unterstützte war abhängig vom Aufgabentyp. Bei den Kombinatorikaufgaben korrelierte das Erstellen einer Tabelle am höchsten mit dem Lösungserfolg: $\chi^2(1) = 10.061$, $p = .002$, $\phi = .361$. Bei 74 % der richtigen Aufgabenbearbeitungen (n = 34) konstruierten die Probanden eine Tabelle. Bei nicht erfolgreichen Aufgabenbearbeitungen (n = 43) fand sich nur in 37 % der Fälle eine Tabelle. Auch für das Erstellen von Zeichnungen war der Zusammenhang positiv ($\phi = .212$), allerdings statistisch nicht signifikant: $p = .129$ (exakter Test nach Fischer, da zwei Zellen eine erwartete Häufigkeit kleiner 5 hatten). Schriftliches Rechnen hing negativ mit dem Lösungserfolg zusammen ($\phi = -.133$), jedoch war dieser Zusammenhang statistisch nicht signifikant: $\chi^2(1) = 1.364$, $p = .243$. Bei den Bewegungsaufgaben zeigte sich für selbsterstellte Zeichnungen ein signifikanter Zusammenhang mit dem Lösungserfolg: $\chi^2(1) = 10.587$, $p = .001$, $\phi = .373$. Von den Aufgabenbearbeitungen mit richtiger Lösung (n = 20) hatten 70 % eine Zeichnung. Hingegen fanden sich bei Aufgabenbearbeitungen mit falscher oder keiner Lösung (n = 56) in nur 29 % der Fälle Zeichnungen. Für das Erstellen von Tabellen war der Zusammenhang auch positiv ($\phi = .109$), allerdings statistisch nicht signifikant: $p = .361$ (exakter Test nach Fischer, da eine Zelle eine erwartete Häufigkeit kleiner 5 hatte). Das Anfertigen einer schriftlichen Rechnung hing negativ mit dem Lösungserfolg zusammen ($\chi^2(1) = 0.765$, $p = .382$, $\phi = -.100$), wenn auch statistisch nicht signifikant.

Es kann festgehalten werden: Bei den Kombinatorikaufgaben war offenbar die Konstruktion einer Tabelle am förderlichsten für die Lösungsfindung. Bei den Bewegungsaufgaben trug vor allem das Anfertigen einer Zeichnung zum Lösungserfolg bei. Und bei beiden Aufgabentypen führte schriftliches Rechnen eher zum falschen als zum richtigen Ergebnis.

Wie sahen die selbsterstellten Zeichnungen bei den Bewegungsaufgaben und wie die selbsterstellten Tabellen bei den Kombinatorikaufgaben aus? Die Mehrheit der Zeichnungen zu den Bewegungsaufgaben repräsentierte zentrale Bestandteile der Aufgabe: 50 % der Zeichnungen erreichten bei der Beurteilung der Genauigkeit mindestens vier von sechs möglichen Punkten auf der Skala, 25 % fünf oder sechs Punkte. Abbildung 35 zeigt exemplarisch zwei in der Kontrollgruppe angefertigte Zeichnungen zu den Bewegungsaufgaben.

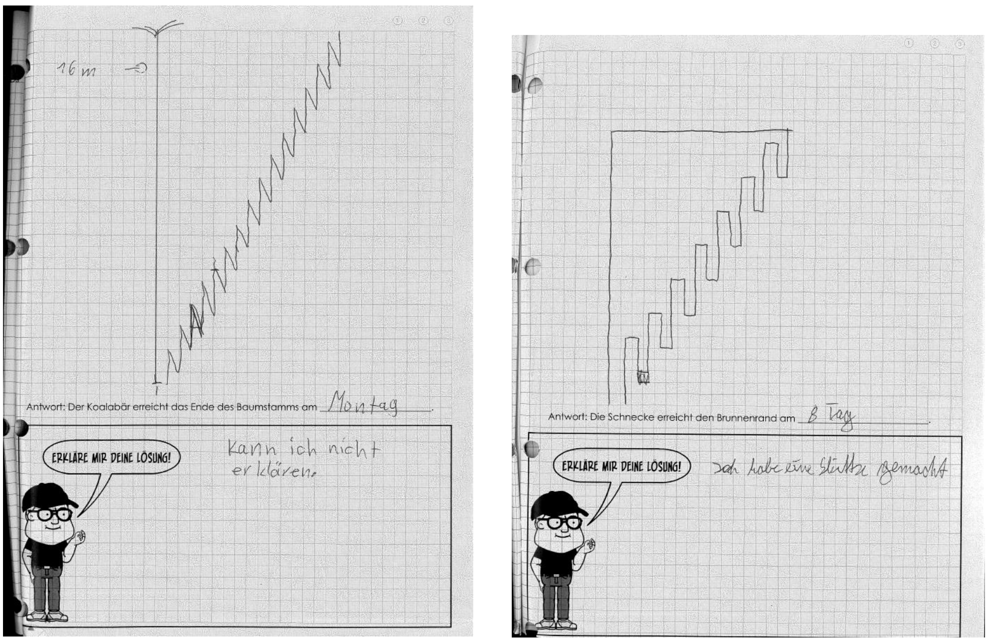


Abbildung 35. Beispiele für Zeichnungen zu den Bewegungsaufgaben in der Kontrollgruppe.

Bei den Kombinatorikaufgaben wurden vier Formen von selbsterstellten Tabellen unterschieden (siehe dieses Kapitel oben). Nach dieser Differenzierung entsprachen mit 54 % die Mehrheit der in der Kontrollgruppe vorgefundenen Tabellen dem Format einer paarweisen Auflistung (siehe Abbildung 32 auf Seite 147). 12 % der in der Kontrollgruppe erstellten Tabellen ließen sich als gruppierte Auflistung charakterisieren (siehe Abbildung 32), 10 % als verkürzte gruppierte Auflistung (siehe Abbildung 32). Gerade einmal in der Kontrollgruppe, also bei genau einer Aufgabenbearbeitung, fand sich die in der Experimentalgruppe vorgegebene Tabellenform Kombinationen markieren. In 22 % der Fälle war keine eindeutige Zuordnung möglich. Unter den mithilfe einer Tabelle richtig gelösten Aufgaben (n = 25) hatten zwei Drittel (64 %) die Tabellenform der paarweisen Auflistung. Es kann festgehalten werden: Die Probanden in der Kontrollgruppe erstellten andere Tabellenformate als das in der Experimentalgruppe vorgegebene Format. Dies lässt darauf schließen, dass das Format des Kombinationen markieren kein intuitiver Zugang für Kinder dieser Altersstufe darstellte. Anders bei den wenigen selbsterstellten Zeichnungen (n = 8): Sie ähnelten alle der in der Experimentalgruppe vorgegebenen Variante, da sie in irgendeiner Form die Kinder repräsentierten (z. B. durch Buchstaben oder Strichmännchen) und diese mit Linien verbanden.

Ergebnisse zu den Fragen 4, 5 und 6

Um die Fragen 4, 5 und 6 zu beantworten, wurden die Aufgabenhefte von Probanden der Experimentalgruppe aus dem Treatment-Test herangezogen. Als Basis der Analysen dienten 944 Aufgabenbearbeitungen.

Fragen 4 und 5: (‚Richtige‘) Nutzung der bereitgestellten Repräsentationen und Zusammenhang mit dem Lösungserfolg. Die vorgegebenen Repräsentationen wurden in 54 % der Aufgabenbearbeitungen erkennbar genutzt. Tabellen (63 %) wurden signifikant häufiger genutzt als Zeichnungen (44 %): $\chi^2(1) = 33.880$, $p < .001$. War die Repräsentation geringfügig vorstrukturiert, konnte bei 54 % eine Nutzung erkannt werden. Bei mittlerer Vorstrukturierung war dies in 64 % der Fälle und bei hoher Vorstrukturierung in 43 % der Fälle zu beobachten: $\chi^2(2) = 28.567$, $p < .001$. Bei den Kombinatorik- und den Bewegungsaufgaben war jeweils bei 59 % der Aufgabenbearbeitungen eine Nutzung erkennbar. Bei den Vergleichsaufgaben war dies in 43 % der Fälle ersichtlich: $\chi^2(2) = 21.433$, $p < .001$. Es zeigte sich kein Zusammenhang zwischen der Nutzung der vorgegebenen Repräsentation und dem Lösungserfolg: $\chi^2(1) = 0.045$, $p = .832$, $\phi = -.007$. Die bloße Nutzung der vorgegebenen Repräsentationen scheint folglich kein Prädiktor des Lösungserfolgs zu sein.

In 52 % der Fälle sagten die Probanden, dass ihnen die bereitgestellte Repräsentation geholfen habe, bei 31 % der Aufgabenbearbeitungen war dies nicht der Fall. In 16 % der Fälle machten die Teilnehmer keine Angabe. War eine Tabelle vorgegeben, bewerteten die Teilnehmer diese verglichen mit einer Zeichnung signifikant häufiger als nicht hilfreich: $\chi^2(1) = 15.515$, $p < .001$. Auf die geschlossene Nachfrage, warum die bereitgestellte Zeichnung oder Tabelle nicht geholfen hat, stimmten die Probanden gleichermaßen den beiden Antwortvorgaben zu: 46 % gaben an, die Repräsentation nicht verstanden zu haben, 49 % sagten, sie hätten die Repräsentation nicht gebraucht. In 5 % der Fälle traf für die Teilnehmer beides zu. Es machte keinen Unterschied, ob es sich um eine Tabelle oder um eine Zeichnung handelte: $\chi^2(2) = 0.895$, $p = .639$.

Für die Kombinatorik- und die Bewegungsaufgaben wurde festgehalten, ob die jeweils erwartete Anzahl an definierten Elementen zur Repräsentation hinzugefügt wurde (,richtige' Nutzung) oder ob zu wenig oder zu viele Elemente ergänzt wurden (,falsche' Nutzung). Bei den Vergleichsaufgaben war wie oben beschrieben keine sinnvolle Definition von hinzuzufügenden Elementen möglich.

Die Basis der folgenden Analysen bilden 366 Aufgabenbearbeitungen der Kombinatorik- und der Bewegungsaufgaben, bei denen die bereitgestellte Repräsentation erkennbar genutzt wurde. In 29 % der Fälle ($M = 0.29$, $SD = 0.45$) konnte eine ,richtige' Nutzung festgestellt werden. Es zeigte sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen der ,richtigen' Nutzung der vorgegebenen Repräsentation und dem Lösungserfolg: $\chi^2(1) = 96.531$, $p < .001$, $\phi = .514$. Dies ist nach Cohen (1988) als starker Effekt zu bewerten.

Um zu prüfen, inwiefern eine ,richtige' und ,falsche' Nutzung der Repräsentation vom Grad der Vorstrukturierung und vom Aufgabentyp abhingen, wurde ein GEE-Modell mit der abhängigen Variable Nutzung („0 = falsch", „1 = richtig") und den Faktoren Repräsentation („1 = Tabelle", „2 = Zeichnung"), Grad der Vorstrukturierung („1 = gering", „2 = mittel", „3 = hoch") und Aufgabentyp („1 = „Kombinatorik-", „2 = Bewegungsaufgaben) gerechnet. Das Modell ergab signifikante Haupt- und Interaktionseffekte. Tabelle 22 gibt einen Überblick.

Tabelle 22

GEE-Modell-Effekte für die Art der ,richtigen' oder ,falschen' Nutzung der vorgegebenen Repräsentation

		Art der Nutzung ($n_P = 142$) ($n_F = 366$)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	29.905	< .001
(B) Grad der Vorstrukturierung	2	52.856	< .001
(C) Aufgabentyp	1	19.901	< .001
A x B	2	26.514	< .001
A x C	1	17.421	< .001
B x C	2	5.446	.066
A x B x C	2	1.523	.467

Anmerkung: n_P = Anzahl Probanden, n_F = Anzahl Fälle (Aufgabenbearbeitungen)

Für die Repräsentation zeigte sich: Die Zeichnungen wurden mit 39 % häufiger ,richtig' verwendet als die Tabellen mit 22 %. Mit Blick auf den Grad der Vorstrukturierung wurde deutlich, dass mit einer zunehmenden Vorstrukturierung der Anteil der ‚richtigen‘ Verwendung stieg: Repräsentationen mit geringer Vorstrukturierung wurden in 16 % der Fälle ‚richtig‘ verwendet, mittel-vorstrukturierte Repräsentationen in 28 % und hoch-vorstrukturierte Lösungshilfen in 46 % der Fälle. Für den Aufgabentyp zeigte sich, dass die bereitgestellten Repräsentationen zu den Bewegungsaufgaben mit 39 % signifikant häufiger ‚richtig‘ genutzt wurden als dies mit 20 % bei den Kombinatorikaufgaben der Fall war.

Jedoch gab es eine Interaktion von Repräsentation x Grad der Vorstrukturierung. Abbildung 36 verdeutlicht die Interaktionen. Bei einem geringen Grad der Vorstrukturierung unterschieden sich die Anteile an ‚richtiger‘ und ‚falscher‘ Nutzung bei den Tabellen und den Zeichnungen nicht ($p = .920$). Mit zunehmendem Grad der Vorstrukturierung stieg der Anteil der ‚richtigen‘ Verwendung. Dieser Anstieg war bei den Zeichnungen besonders deutlich ausgeprägt ($p < .001$), nicht aber bei den Tabellen ($p = .096$). Mittel-vorstrukturierte Zeichnungen wurden signifikant häufiger ‚richtig‘ verwendet als die vergleichbaren Tabellen ($p = .009$). Dieser Unterschied war bei einem hohen Grad an Vorstrukturierung noch deutlicher ausgeprägt ($p < .001$). Die Probanden erkannten bei den hoch-vorstrukturierten Zeichnungen, nicht aber bei den korrespondierenden Tabellen, dass keine weiteren Elemente mehr hinzugefügt werden mussten (‚richtige‘ Nutzung).

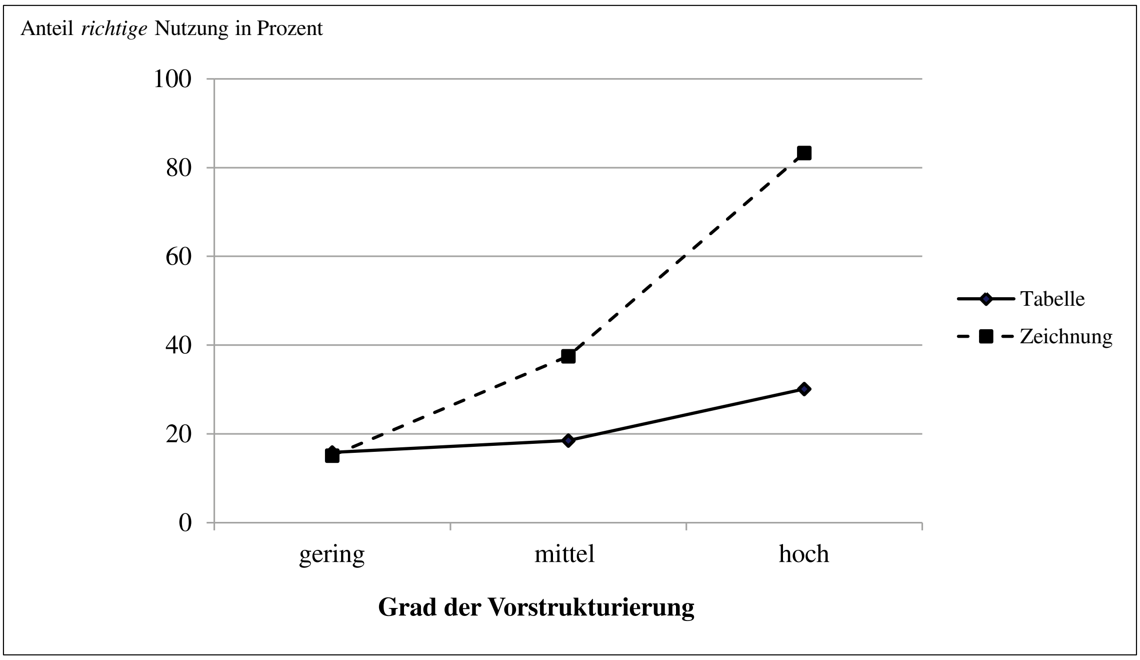


Abbildung 36. Interaktionseffekt Grad der Vorstrukturierung x Repräsentation für die abhängige Variable ‚richtige‘ Nutzung der Repräsentation.

Auch lag eine Interaktion von Repräsentation x Aufgabentyp vor: Bei den Kombinatorikaufgaben wurde die Zeichnung in 41 % der Fälle ‚richtig‘ genutzt, die Tabelle hingegen nur in 4 %

($p < .001$). Bei den Bewegungsaufgaben unterschied sich der Anteil an einer ‚richtigen' Nutzung bei der Zeichnung (37 %) und der Tabelle (40 %) nicht signifikant ($p = .704$).

Lag eine ‚falsche' Nutzung vor, wurde weiter differenziert, ob an der Repräsentation zu wenige Elemente (bei geringer und mittlerer Vorstrukturierung) oder zu viele Elemente (bei geringer, mittlerer und hoher Vorstrukturierung) hinzugefügt wurden. Unter den 260 Fällen, in denen eine ‚falsche' Nutzung festgestellt wurde, kam der Fehler des Hinzufügens zu vieler Elemente mit 58 % etwas häufiger vor als die unzureichende Ergänzung (42 %). Jedoch war dies abhängig von der Art der Repräsentation: $\chi^2(1) = 52.548$, $p < .001$. Bei Zeichnungen wurden signifikant häufiger zu wenige (72 %) Elemente als zu viele (28 %) hinzugefügt. Bei der Tabelle war dies umgekehrt: In 74 % der Fälle wurden zu viele Elemente hinzugefügt und nur bei 26 % zu wenige. Dieses Muster zeigte sich unabhängig vom Aufgabentyp und vom Grad der Vorstrukturierung.

Für die gering- und mittel-vorstrukturierte Tabelle bei den Kombinatorikaufgaben wurde immer dann, wenn Elemente hinzugefügt wurden, codiert, zu welcher Tabellenform die Vorlage ergänzt wurde. Bei geringer Vorstrukturierung war es abgesehen von der intendierten Form des Kombinationen markieren auch möglich, die Vorlage im Format einer paarweisen Auflistung, einer gruppierten Auflistung oder einer verkürzten gruppierten Auflistung zu erweitern. Bei mittlerer Vorstrukturierung war dies auch möglich, wenn die Probanden bestimmte vorgegebene Elemente ignorierten. Für die gering-vorstrukturierte Tabelle zeigte sich: 23 % wurden im Format der gruppierten Auflistung ergänzt, 19 % in Form der verkürzten gruppierten Auflistung und 6 % als paarweise Auflistung. Das intendierte Format Kombinationen markieren kam nur in einem Fall vor. Bei mittlerer Vorstrukturierung fand sich bei der Hälfte der Aufgabenbearbeitungen die intendierte Ergänzung zur Tabellenform Kombinationen markieren. Andere Tabellenformen kamen erwartungsgemäß fast nicht mehr vor. Die Möglichkeit, das Tabellenraster in der gering-vorstrukturierten Version anders als vorgesehen zu nutzen, wurde – teils erfolgreich – wahrgenommen. Abbildung 37 zeigt ein erfolgreiches Beispiel für die Ergänzung zur verkürzten gruppierten Auflistung und ein Beispiel für die Verwendung der gering-vorstrukturierten Tabelle bei der Bewegungsaufgabe als Vorlage für eine Zeichnung.

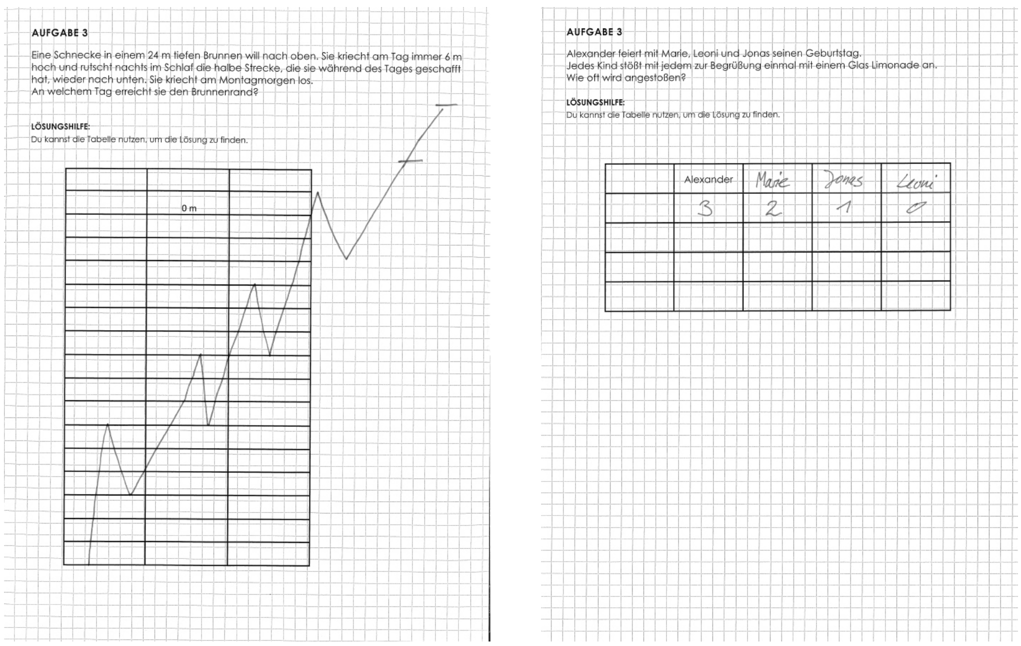


Abbildung 37. ‚Falsche', aber kreative Verwendung der gering-vorstrukturierten Tabelle.

Frage 6: Selbsterstellte Repräsentationen. Bei 21 % der 944 Aufgabenbearbeitungen in der Experimentalgruppe fanden sich selbsterstellte Repräsentationen. Am häufigsten erstellten die Probanden schriftliche Rechnungen (10 %), gefolgt von Tabellen (7 %). Bei 3 % aller Aufgabenbearbeitungen haben die Probanden eine eigene Zeichnung angefertigt. In gerade einmal 15 Fällen (1 %) haben die Versuchsteilnehmer mehr als eine eigene externe Repräsentation selbst erstellt.

War eine Zeichnung vorgegeben, konstruierten die Versuchsteilnehmer geringfügig – aber signifikant – häufiger eigene Repräsentationen (23 %) als bei bereitgestellten Tabellen (18 %): $\chi^2(1) = 3.946$, $p = .047$. Auch machte der Grad der Vorstrukturierung einen Unterschied: $\chi^2(2) = 7.520$, $p = .023$. War die bereitgestellte Repräsentation gering-vorstrukturiert, griffen die Probanden mit 25 % der Fälle am häufigsten auf eine eigene externe Repräsentation zurück. Bei mittlerer Vorstrukturierung traf dies in 17 % der Fälle zu, bei hoher Vorstrukturierung in 20 %. Am häufigsten erstellten die Probanden eine eigene externe Repräsentation bei den Kombinatorikaufgaben (25 %). Bei den Vergleichsaufgaben fanden sich bei 20 % der Aufgabenbearbeitungen eine selbsterstellte Repräsentation, bei den Bewegungsaufgaben in 18 % der Fälle: $\chi^2(2) = 6.001$, $p = .050$.

Wenn bei vorgegebener Zeichnung eine eigene Repräsentation ergänzt wurde, war dies in 91 % der Fälle eine deskriptionale Repräsentation (schriftliche Rechnung oder Tabelle). Bei vorgegebener Tabelle dominierte unter den selbsterstellten Repräsentationen ebenfalls das deskriptionale Format, jedoch mit 77 % nicht so stark.

Zusammenfassung: Analyseergebnisse zu den Problemlöseprozessen

Was hat die Kontrollgruppe gemacht? Erstens: Die Mehrheit der Probanden in der Kontrollgruppe erstellte externe Repräsentationen in Form von schriftlichen Rechnungen, Tabellen und Zeichnungen. Bei der Verhältnisaufgabe dominierte die schriftliche Rechnung als externes Repräsentationsformat. Bei der Bewegungsaufgabe kamen neben schriftlichen Rechnungen ebenso häufig Zeichnungen vor. Die am häufigsten verwendete Repräsentationsform für die Kombinatorikaufgaben war eine Tabelle.

Zweitens: Bei den Kombinatorik- und den Bewegungsaufgaben gelang die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Modelle mithilfe selbsterstellter externer Repräsentationen offenbar besser als bei dem Versuch, die Aufgaben ausschließlich mental zu bewältigen. Bei den Kombinatorikaufgaben führte vor allem die Erstellung einer Tabelle zum Erfolg. Allerdings sah diese Tabelle anders aus als die, die in der Experimentalgruppe vorgegeben wurde. Die Probanden erstellten eine Tabelle, die der Logik der paarweisen Auflistung folgte. Bei den Bewegungsaufgaben verhalfen vor allem selbstkonstruierte Zeichnungen zum Lösungserfolg. Diese entsprachen in vielerlei Hinsicht der bereitgestellten Zeichnung in der Experimentalgruppe.

Was hat die Experimentalgruppe gemacht? Die vorgegebenen externen Repräsentationen in der Experimentalgruppe wurden häufig entweder gar nicht oder ‚falsch' genutzt. Nur in 11 % aller Fälle konnte eine ‚richtige' Verwendung der vorgegebenen Zeichnung oder Tabelle erkannt werden. Dies ist eine mögliche Erklärung dafür, warum die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Modelle in der Experimentalgruppe insgesamt nicht besser gelang und leichter empfunden wurde als in der Kontrollgruppe (Befund 1).

An Tabellen wurde häufiger sichtbar gearbeitet als an Zeichnungen. Zugleich wurden die Tabellen aber häufiger ‚falsch' verwendet als Zeichnungen. Mit zunehmendem Grad an Vorstrukturierung stieg die ‚richtige' Verwendung der Zeichnungen – nicht aber der Tabellen. Hierin liegt eine mögliche Erklärung dafür, dass mehr Vorstrukturierung die Lösungsprozesse bei den Zeichnungen, aber nicht bei den Tabellen verbesserte (Befund 3). Insbesondere die Tabelle zur Kombinatorikaufgabe haben die Probanden nicht verstanden: Nur in 4 % der Fälle nutzten die Teilnehmer die Tabelle ‚richtig'. Die entsprechende Zeichnung wurde dagegen in 41 % der Fälle ‚richtig' verwendet. Dies erklärt Befund 2, wonach die Zeichnung die kognitiven Prozesse bei der Kombinatorikaufgabe signifikant besser unterstützte als die Tabelle.

Jedoch konnte auch eine ‚falsche' Nutzung der bereitgestellten Repräsentationen zum richtigen Ergebnis führen, nämlich dann, wenn die Probanden eine gute eigene Strategie hatten. Diese eigene Strategie konnten die Probanden aber nur bei geringer Vorstrukturierung der Repräsentation anwenden. Besonders deutlich wurde dies bei der Kombinatorikaufgabe: Die geringvorstrukturierte Tabelle ließ den Probanden die Freiheit, die von ihnen bevorzugte Lösungsstrategie der paarweisen Auflistung anzuwenden. Diese Freiheit wurde mit zunehmender Vorstrukturierung eingeschränkt, was vor allem die mittel-vorstrukturierte Tabelle für die Kinder problematisch machte, da sie einen Interpretations- und Konstruktionsaufwand leisten mussten. Bei hoher Vorstrukturierung verblieb nur der Interpretationsaufwand. Dies könnte erklären, warum bei den Kombinatorikaufgaben wenig Vorstrukturierung zu besseren Ergebnissen führte als ein mittlerer Grad der Vorstrukturierung und zu gleich guten Ergebnissen wie ein hoher Grad.

6 Diskussion

Das Diskussionskapitel gliedert sich in zwei Abschnitte. In Abschnitt 6.1 werden die Ergebnisse der Forschungsfragen 1 und 2 jeweils zusammengefasst, vor dem Hintergrund der theoretischen Annahmen interpretiert und im Hinblick auf die im Theorieteil referierten empirischen Untersuchungen eingeordnet. Abschnitt 6.2 diskutiert kritisch die vorliegende Studie hinsichtlich inhaltlicher und methodischer Einschränkungen und gibt schließlich einen Ausblick auf weitere Forschungslinien.

6.1 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

6.1.1 Forschungsfrage 1

Verbessern und erleichtern bereitgestellte vorstrukturierte externe Repräsentationen die Konstruktion und Nutzung aufgabenadäquater mentaler Modelle beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben oder sollen Problemlöser ihre eigenen externen Repräsentationen erstellen?

Es wurde angenommen, dass die Vorgabe einer externen Repräsentation die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells verbessert und erleichtert. Dies sollte sich sowohl in der Situation des Arbeitens mit bereitgestellten Repräsentationen (Annahme 1a) als auch in der Situation einer nachfolgenden Bearbeitung strukturgleicher Aufgaben ohne bereitgestellte Repräsentationen (Annahme 1b) zeigen. Insbesondere Kinder mit geringerem Vorwissen (Annahme 1c) und geringerer Lesefähigkeit (Annahme 1d) sollten von der Bereitstellung einer externen Repräsentation profitieren. Hingegen wurde angenommen, dass die kognitiven Prozesse unabhängig von den allgemeinen kognitiven Fähigkeiten (Annahme 1e) und den Rechenfähigkeiten (Annahme 1f) durch die Vorgabe von Lösungshilfen verbessert und erleichtert werden.

Die Ergebnisse der empirischen Untersuchung unterstützten die Annahmen nicht. Die bereitgestellten Tabellen und Zeichnungen erhöhten weder Lösungserfolg und Aufgabenverständnis – welche als Indikatoren für eine Verbesserung bei der mentalen Modellkonstruktion und -nutzung erachtet wurden –, noch verringerten sie die wahrgenommene Schwierigkeit, die erbrachte Anstrengung und die Bearbeitungsdauer – welche als Indikatoren für eine Erleichterung bei der Konstruktion und Nutzung eines mentalen Modells betrachtet wurden. Dies traf sowohl auf die Situation des *Arbeitens mit* diesen vorgegebenen Repräsentationen (Annahme

1a) als auch – vor diesem Hintergrund wenig verwunderlich – auf die Transfersituation, die das *Lernen von* zuvor bereitgestellten Repräsentationen erfasste (Annahme 1b), zu.

Unabhängig davon, ob Repräsentationen zur Bearbeitung der problemhaltigen Textaufgaben bereitgestellt wurden oder nicht, waren die Lösungsraten für die Kombinatorik- und Bewegungsaufgaben im Treatment- und Transfertest höher als im Vortest. Dies lässt auf einen allgemeinen Lerneffekt bei diesen Problemtypen schließen. Tendenziell war dieser Effekt in der Kontrollgruppe sogar ausgeprägter – wenn auch statistisch nicht signifikant. Probanden der Kontrollbedingung, die im Treatment-Test mit 75 % der Fälle deutlich häufiger eigene externe Repräsentationen erstellten als Schüler in der Experimentalgruppe mit 21 %, erzielten im Transfertest bei der Kombinatorik- und der Bewegungsaufgabe höhere Lösungsraten. Stern et al. (2003) berichteten einen ähnlichen Befund, wonach Probanden, die selbst aktiv externe Repräsentationen erstellten, einen größeren Lernerfolg zeigten als solche, die externe Repräsentationen nur betrachteten. Mit aller Vorsicht unterstützen die Ergebnisse der vorliegenden Studie daher mehr die konstruktivistische als die instruktionalistische Sichtweise zur Rolle von externen Repräsentationen beim Problemlösen. Vergleichbar mit Befunden von Csíkos et al. (2012) und van Dijk et al. (2003) hatten Schüler, die ihre Lösungsstrategien ausgehend von ihren eigenen externen Repräsentationen elaborieren konnten, zumindest bei den Bewegungs- und Kombinatorikaufgaben tendenziell einen größeren Lernerfolg als Kinder, die bereitgestellte Lösungshilfen als Ausgangspunkt erhielten.

Für die Bewegungsaufgaben ist der Schluss auf einen Lerneffekt allerdings mit Vorsicht zu ziehen. Das im Vortest verwendete Problem („Ameisenaufgabe“) unterschied sich von den übrigen Bewegungsaufgaben dahingehend, dass sich die Ameise erstens nicht auf einer Geraden bewegte, sondern ein Quadrat abschritt. Zweitens verwendete die Aufgabe 3- statt 2-stellige Zahlen. Obwohl weder die Pilotierung (siehe Kapitel 5.1) noch Cochrans Q-Test zur Überprüfung der Aufgabenschwierigkeit in der experimentellen Hauptuntersuchung einen signifikanten Schwierigkeitsunterschied für die „Ameisen-“ und „Schneckenaufgabe“ zeigten, kann nicht ausgeschlossen werden, dass die „Ameisenaufgabe“ aufgrund der zwei genannten Abweichungen eine zusätzliche Schwierigkeit mit sich brachte. Der Anstieg in den Lösungsraten wäre dann auf die geringere Schwierigkeit der „Schnecken-“, „Koala-“ und „Krebsaufgabe“ zurückzuführen und nicht auf einen Lerneffekt. Eine Replikations- oder Folgestudie sollte vergleichbare Aufgabenschwierigkeiten noch besser sicherstellen oder die Aufgaben konsequent über alle Messzeitpunkte hinweg ausbalancieren.

Die Probanden der Experimentalgruppe unterschieden sich auch in ihren Urteilen zur wahrgenommenen Schwierigkeit und Anstrengung sowie in der Bearbeitungsdauer nicht von den Probanden der Kontrollgruppe. Die Bereitstellung vorgefertigter Strukturen in der Experimentalgruppe sollte den Konstruktionsaufwand verringern und die kognitive Belastung insgesamt reduzieren. Offenbar verlangten die vorgefertigten Repräsentationen den Probanden jedoch eine so große Interpretationsleistung ab, dass dieser kognitive Aufwand die durch den verringerten Konstruktionsaufwand genommene Belastung voll aufwog. Dies steht im Gegensatz zu einem Befund von Leutner, Leopold und Sumfleth (2009), wonach Probanden, die selbst ein Bild zu einem Lerninhalt zeichneten, eine höhere kognitive Belastung empfanden und weniger lernten als solche, die aufgefordert wurden, lediglich mental ein Bild zu entwerfen. Anders als bei Leutner et al. (2009) mussten die Teilnehmer der vorliegenden Studie in der Experimentalbedingung jedoch auch eine von außen vorgegebene Repräsentation zusätzlich zum Aufgabentext interpretieren, statt ‚nur' ausgehend von den eigenen Gedanken ein mentales Bild konstruieren.

Aufgabenspezifische Effekte. Die bereitgestellten externen Repräsentationen verbesserten und erleichterten unabhängig vom Aufgabentyp weder Konstruktion noch Nutzung aufgabenadäquater mentaler Modelle. Eine Ausnahme bildete die Bewegungsaufgabe hinsichtlich der Bearbeitungsdauer: Ging diese sowohl in der Kontroll- als auch in der Experimentalgruppe im Zeitverlauf insgesamt zurück, so war dieser Rückgang in der Experimentalgruppe besonders bei den Bewegungsaufgaben ausgeprägt, wenn externe Repräsentationen als Hilfen bereitstanden (Treatment-Test). Offensichtlich beschleunigten insbesondere bei diesem Problemtyp die Tabelle und Zeichnung die kognitiven Prozesse. Dies erscheint insofern nicht weiter beachtlich, da dieser Aufgabentyp erforderte, eine große Menge an Informationen gleichzeitig im Arbeitsgedächtnis zu halten und aufeinander zu beziehen. Dies gelang mit vorgefertigten externen Strukturen offensichtlich schneller als wenn diese Strukturen – etwa in Form einer Tabelle oder Zeichnung – selbst konstruiert werden mussten. Jedoch bleibt die Frage, warum dies nicht auch auf die vorgefertigten Repräsentationen bei den anderen Aufgabentypen zutraf. Was war es, was die Tabelle und die Zeichnung bei der Bewegungsaufgabe für die Probanden offensichtlich effizienter machte als bei den anderen Aufgaben? Um dieser Frage weiter nachzugehen, könnten qualitative Ansätze wie Interviewstudien mit Schülern oder die Aufforderung zum lauten Denken beim Bearbeiten der Aufgabe ebenso verfolgt werden wie weitere experimentelle Herangehensweisen etwa unter Verwendung von Eyetracking-Verfahren.

Effekte von Schülermerkmalen. Anders als angenommen profitierten weder Kinder, die ein geringeres Vorwissen mitbrachten als ihre Mitschüler, noch Kinder mit geringerer Lesefähigkeit stärker von der Bereitstellung externer Repräsentationen als Schüler mit höherem Vorwissen und besseren Lesefähigkeiten. Vielmehr weisen die Ergebnisse darauf hin, dass die Bereitstellung von externen Repräsentationen dem Lernen unter Umständen sogar abträglich zu sein scheint: Kinder, deren kognitive Fähigkeiten geringer als die ihrer Mitschüler waren, verschlechterten sich im Transfertest gegenüber dem Treatment-Test deutlicher als ihre Mitschüler. In der vorliegenden Untersuchung wurden die Hilfestellungen für die Schüler abrupt weggenommen. Ein langsameres Fading-out des „Scaffoldings“ wäre sicher gerade für Kinder mit geringeren kognitiven Fähigkeiten angemessener gewesen.

Der gleiche Effekt trat auch bei Schülern mit geringeren Rechenfähigkeiten auf. Dies ist insofern bemerkenswert, da zahlreiche Untersuchungen konsistent zeigten, dass nicht das korrekte Ausführen der mathematischen Operationen, sondern vielmehr die Konstruktion eines aufgabenadäquaten mentalen Modells und darauf basierend die Ableitung eines mathematischen Modells entscheidend für den Lösungserfolg ist (z. B. Mayer & Hegarty, 1996; Verschaffel et al., 2000). Eine Erklärung für das hier gefundene Ergebnis kann im verwendeten Instrument zur Messung der Rechenfähigkeit vermutet werden. Die Subskala Ergänzungsaufgaben des Heidelberger Rechentests (HRT) enthielt Aufgaben wie „10 + 1 = 9 + __“. Das Lösen solcher Gleichungen erfordert mehr als das reine Anwenden arithmetischer Prozeduren. Die Skala hat folglich offenbar (auch) etwas gemessen, was durchaus in die Richtung der Konstruktion eines mentalen Modells zu gehen scheint. Der Schüler musste das Prinzip der Gleichung verstehen, also dass zwei Seiten ins Gleichgewicht zu bringen waren. Damit geht eine räumliche Dimension einher. Diese Vermutung müsste allerdings überprüft werden, etwa indem in einer Replikationsstudie Aufgaben als Indikator der Rechenfähigkeit herangezogen werden, die nur eine ‚simple‘ Ausführung arithmetischer Prozeduren erfordern, wie „10 + 1 = __“.

Gründe für die Wirkungslosigkeit bereitgestellter Repräsentationen. Es kann festgehalten werden: Anders als bei Fagnant und Vlassis (2013) haben die bereitgestellten Repräsentationen die mentale Modellbildung und -nutzung offensichtlich nicht verbessert und – mit Ausnahme der Bewegungsaufgaben – nicht erleichtert. Dieses Ergebnis reiht sich ein in die Befunde zahlreicher Untersuchungen, die ebenfalls keinen oder sogar einen negativen Effekt vorgegebener Repräsentationen – meist Zeichnungen – für mathematisches Problemlösen berichten (Beitzel et al., 2011; Berends & van Lieshout, 2009; de Bock et al., 1998; de Bock et al., 2003; Dewolf et al., 2014; Elia et al., 2007). Einige Autoren erklären die ausgebliebene Bildwirkung über einen Redundanzeffekt, da die Probanden zur Lösung der (meist einfachen) Aufgaben zusätzlich bildliche Informationen verarbeiten mussten, ohne diese benötigt zu haben (Beitzel et al., 2011; Berends & van Lieshout, 2009; Elia et al., 2007). In der vorliegenden Studie erscheint ein Redundanzeffekt als Erklärungsansatz jedoch unwahrscheinlich, da es sich um für Viertklässler schwierige problemhaltige Textaufgaben handelte, die in der Regel ohne Hilfsmittel in Form von externen Repräsentationen nicht zu bewältigen waren. Die Lösungsrate von unter 30 % im Vortest bekräftigt die Problemhaltigkeit der Aufgaben. Ein anderes Erklärungsmuster für den nicht vorhandenen Effekt von Bildern lautet, dass die Probanden bereitgestellte Zeichnungen häufig nicht beachten und nutzen (de Bock et al., 1998; Dewolf, van Dooren, Hermens & Verschaffel, 2015; Dewolf, van Dooren, Kellen et al., 2012; Elia et al., 2007). Eine Eyetracking-Studie von Dewolf et al. (2015) zeigte, dass Probanden beim Bearbeiten von Textaufgaben so gut wie gar nicht auf bereitgestellte Illustrationen schauten. In der vorliegenden Studie wurden daher ganz bewusst Repräsentationen vorgegeben, die (zum Teil) eine weitere Bearbeitung durch den Problemlöser erforderten, was deren Wahrnehmung und vor allem Nutzung erhöhen sollte.

Warum zeigten die bereitgestellten Repräsentationen alles in allem dennoch keine Wirkung? Es sind mindestens zwei Gründe denkbar. Erstens: Die angebotenen Tabellen und Zeichnungen wurden auch in der vorliegenden Studie nicht oder ‚falsch' genutzt. Zweitens: Die Kontrollgruppe war im Vergleich zur Experimentalgruppe stärker.

Nutzung der bereitgestellten Repräsentationen. Die Prozessdaten der Aufgabenbearbeitungen ließen in 54 % der Fälle eine Nutzung in Form von Ergänzungen und Bearbeitungen der Tabellen und Zeichnungen mit einem Stift erkennen. Dies stellte gegenüber der experimentellen Vorstudie mit 43 % sichtbarer Nutzung eine leichte Steigerung dar. Umgekehrt betrachtet deutet dieser Befund jedoch darauf hin, dass 46 % der Schüler die angebotenen Hilfen zwar vielleicht im Sinne einer ersten Orientierungsgrundlage (Galperin, 1980), nicht aber aktiv als Denkwerkzeuge für das Problemlösen verwendet haben dürften. Fast die Hälfte der Probanden nutzte die Tabellen und Zeichnungen nicht, um Gedanken zu speichern und weiterzuentwickeln (Schnotz et al., 2011). Auch die zu elaborierenden Repräsentationen mit einem geringen oder mittleren Grad an Vorstrukturierung wurden in 46 % bzw.bzw. 36 % der Fälle nicht ergänzt oder anderweitig sichtbar bearbeitet. Es kann festgehalten werden: Bei einem nicht zu unterschätzenden Anteil der Aufgaben nutzten die Teilnehmer die bereitgestellten Hilfen nicht aktiv – sie traten in keinen kommunikativen Prozess mit sich selbst, indem sie Zeichenproduzent und -empfänger zugleich wurden (Schnotz et al., 2011).

Ein Grund dafür, warum die Probanden die bereitgestellten Repräsentationen nicht aktiv als Werkzeuge nutzten, mag darin liegen, dass sie keinen Bedarf für die Verwendung einer Tabelle oder einer Zeichnung sahen. In 49 % der Fälle, in denen die Teilnehmer die vorgegebene Repräsentation als nicht hilfreich beurteilten, gaben sie an, sie seien in der Lage gewesen, die Aufgabe auch ohne die bereitgestellte Tabelle oder Zeichnung zu lösen. Zu einer ähnlichen Erkenntnis kamen auch Elia et al. (2007) in einer Studie zur Wirkung bereitgestellter Bilder bei Textaufgaben: „… a number of students, particularly third and second graders, may have already rejected the need to use a mental aid for the numerical processing of the problem solution (Ernest, 1985) involving numbers not exceeding 20" (S. 670). Dass Problemlöser eine Repräsentation nicht nutzen, wenn sie keinen Bedarf sehen, steht in Übereinstimmung mit dem ITPC-Modell von Schnotz und Bannert (2003), das von einer kognitiven Ökonomie bei der Nutzung unterschiedlicher externer Repräsentationen ausgeht (Schnotz, 2014). Gelingt die mentale Modellbildung (vermeintlich) über einen der beiden Kanäle, wird die andere Verarbeitungsroute nicht oder nur oberflächlich genutzt (Schnotz, 2014; Schnotz & Bannert, 1999). Waren die Probanden in der vorliegenden Studie der Ansicht, die Aufgabe nach dem Lesen des Aufgabentextes ausreichend verstanden zu haben, dürften sie vielfach direkt ein mathematisches Modell aufgestellt und ausgeführt haben und die zusätzliche Informationsquelle zur mentalen Modellkonstruktion ignoriert oder aufgrund des unzureichenden mentalen Modells ‚falsch' verwendet haben. Sowohl Hochpöchler et al. (2012) als auch Zhao, Schnotz und Gaschler (2014) berichten als Ergebnis von Eyetracking-Studien zur Text-Bild-Integration, dass die textliche Information der initialen Modellbildung diente und das Bild fragenspezifisch und selektiv nach Bedarf genutzt wurde. In der vorliegenden Studie dürfte das über den Aufgabentext konstruierte mentale Modell vielfach unzureichend oder falsch gewesen sein; die Probanden haben dies jedoch nicht bemerkt. Damit Schüler ein falsches oder unvollständiges mentales Modell erkennen, benötigen sie metakognitives Wissen, metakognitive Erfahrungen und metakognitive Fähigkeiten (Efklides, 2008), die insbesondere für die Lösung problemhaltiger Textaufgaben wichtig erscheinen (Groß, 2013) und die als trainierbar gelten (Desoete, 2007). Metakognitive Erfahrungen könnten z. B. bei der Bearbeitung von Textaufgaben am Computer oder Tablet-PC über ein softwaregesteuertes unmittelbares Feedback erzielt werden. Beachtet z. B. ein Problemlöser bei den Vergleichsaufgaben nur eine Bedingung und verletzt die andere, könnte die Software einen Warnhinweis bringen, der den Schüler mit der Unmöglichkeit seiner Lösung konfrontiert.

Ein weiterer Grund, warum die bereitgestellten Hilfen vielfach nicht genutzt wurden, dürfte darin liegen, dass die Probanden Schwierigkeiten bei der Interpretation der vorgefertigten Repräsentationen hatten. Dafür sprechen einerseits die Selbstaussagen der Probanden und andererseits die hohe, beobachtete Fehlerquote bei der Nutzung der Repräsentationen. In 45 % der Fälle, in denen die Teilnehmer die bereitgestellte Repräsentation als nicht hilfreich bewerteten, gaben sie an, diese nicht verstanden zu haben. Wurde die Repräsentation erkennbar genutzt, konnte in 29 % der Fälle eine ‚richtige' Verwendung – das heißt eine im intendierten Sinn vervollständigende Ergänzung der Tabelle oder Zeichnung – festgestellt werden. Prozentuiert auf alle Aufgabenbearbeitungen der Experimentalgruppe im Treatment-Test bedeutet dies, dass nur in 11 % der Fälle eine ‚richtige' Verwendung der vorgegebenen Repräsentation zu beobachten war.

Ein Grund für die fehlerhafte Verwendung der Tabellen und Zeichnungen kann an einer misslungenen mentalen Integration der Informationen aus dem Aufgabentext und der bereitgestellten externen Repräsentation liegen. Stehen sowohl textliche als auch bildliche Informationsquellen zur Verfügung und wird zuerst der Text gelesen – was in der vorliegenden Studie die Regel gewesen sein dürfte –, entsteht aufgrund der allgemeinen Ausdrucksstärke textlicher Beschreibungen ein mentales Modell, das mit hoher Wahrscheinlichkeit in vielen Punkten von dem zu integrierenden Bild abweicht, da das Bild viel spezifischer ist als der Text (Schnotz, 2014). Dies kann zu Konflikten bei der Text-Bild-Integration führen und geht mit einer größeren kognitiven Belastung einher. Laut Schnotz (2014) kann es daher besser sein, dem Lerner zuerst das Bild zu zeigen. Vor diesem Hintergrund wäre eine abgewandelte Wiederholung der Studie interessant, die zuerst die Zeichnung zeigt und nachfolgend den Aufgabentext und die Zeichnung nebeneinanderstellt. Dann sollten sich ein besseres Aufgabenverständnis und eine häufigere und adäquatere Nutzung der Zeichnungen zeigen. Auch wäre eine Eyetracking-Studie aufschlussreich, mit der gezeigt werden könnte, in welcher Reihenfolge Viertklässler wie viel Aufmerksamkeit einerseits dem Aufgabentext und andererseits den bereitgestellten Repräsentationen zukommen lassen. Verschaffel et al. (1992) demonstrieren (neben anderen Autoren), dass auch mit Grundschülern Eyetracking-Verfahren durchführbar sind.

Wem es gelang, die bereitgestellten Repräsentationen richtig zu interpretierten, der konnte sie auch ‚richtig' nutzen und hatte einen höheren Lösungserfolg. Die Daten zeigen einen deutlichen Zusammenhang von ‚richtiger' Nutzung und Lösungserfolg. Dies deutet darauf hin, dass eine Bereitstellung von vorgefertigten Hilfsmitteln nicht an sich und automatisch zu schlechteren Ergebnissen führen muss als schülergenerierte externe Repräsentationen, was für die instruktionalistische Sichtweise auf Repräsentationen beim mathematischen Problemlösen spricht. Jedoch müssen die Kinder den vorgegebenen Strukturen Sinn entnehmen können, was vermutlich ein Training dieser Repräsentationsformen erfordert. Diverse Studien berichten positive Trainingseffekte für die erfolgreiche Nutzung vordefinierter externer Repräsentationen beim mathematischen Problemlösen (Bovenmeyr Lewis, 1989; Ng & Lee, 2009; Wolters, 1983). Allerdings muss einschränkend gesagt werden, dass die Probanden der vorliegenden Studie vielleicht eine richtige Verwendung der Repräsentation zeigten, weil sie die Aufgabe auch ohne das Hilfsmittel bereits verstanden haben (van Essen & Hamaker, 1990). Die ‚richtige' Verwendung der Repräsentation hätte in diesem Fall nicht zum Verständnis der Aufgabe beigetragen, sondern das Verständnis der Aufgabe die ‚richtige' Verwendung der Repräsentation ermöglicht. Gegen diese Sichtweise spricht jedoch die Tatsache, dass die Kinder nicht explizit aufgefordert wurden, die bereitgestellte Repräsentation zu nutzen. Wenn sie die Aufgabe auch so hätten lösen können, hätten sie den je nach Vorstrukturierungsgrad mehr oder weniger zu leistenden Konstruktionsaufwand vermutlich aus Gründen der kognitiven Ökonomie nicht erbracht. Mit großer Sicherheit haben die bereitgestellten Hilfen die Denkprozesse zumindest unterstützt und die Lösungsfindung befördert.

Kontrollgruppe. Erbrachte der Vergleich von Experimental- und Kontrollgruppe keinen Effekt für vorgegebene Repräsentationen, weil die Kontrollgruppe leistungsstärker war als die Experimentalgruppe? Gegen diese Vermutung sprechen erstens die Vergleichbarkeit der beiden Gruppen hinsichtlich kontrollierter Drittvariablen und zweitens die Analyse der Lösungsprozesse in der Kontrollgruppe. Experimental- und Kontrollgruppe unterschieden sich hinsichtlich der Lese- und Rechenfähigkeit und auch bezüglich des durchschnittlichen Alters sowie der Geschlechterzusammensetzung nicht signifikant voneinander. Einzig bei der allgemeinen kognitiven Fähigkeit wichen die Gruppen geringfügig voneinander ab – jedoch zugunsten der Experimentalgruppe. Die Analyse der Problemlöseprozesse zeigte: Bei 75 % der Aufgabenbearbeitungen im

Treatment-Test fanden sich in der Kontrollgruppe externe Repräsentationen, was auf den ersten Blick vergleichsweise viel zu sein scheint: Elia et al. (2009) berichten rund 50 % der Fälle, bei denen Grundschüler ihre Gedanken während des Lösens problemhaltiger Textaufgaben externalisierten. Jedoch gab es in der vorliegenden Studie keinen Zusammenhang zwischen dem Erstellen externer Repräsentationen und dem Lösungserfolg. Die Analyse der vorliegenden Prozessdaten zeigte auf den zweiten Blick, dass mit 35 % schriftlichen Rechnungen der Großteil der erstellten Repräsentationen der Ausführung eines mathematischen Modells diente, das vielfach auf der ‚falschen' internen Problemrepräsentation basierte. Externalisierungen zur Repräsentationen der Problemsituation waren weitaus seltener: Nur bei jeder fünften Aufgabenbearbeitung in der Kontrollgruppe fand sich eine Zeichnung. Doch auch dieser Anteil ist vergleichsweise hoch: De Bock et al. (2003) berichten von 10 % der Schüler, die zum mathematischen Problemlösen spontan eine Zeichnung erstellten, bei de Bock et al. (1998) und Fagnant und Vlassis (2013) waren es jeweils sogar nur 2 %. Auch fanden sich in der vorliegenden Studie unter allen erstellten Zeichnungen keine rein dekorativen Bilder, was vor dem Hintergrund diverser Studienergebnisse bemerkenswert ist (Diezmann & English, 2001; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; van Garderen & Montague, 2003). Einerseits kann die Kontrollgruppe vor diesem Hintergrund als vergleichsweise leistungsstark angesehen werden. Dies mag daran liegen, dass die Schüler nach Angaben der Lehrkräfte der teilnehmenden Klassen regelmäßig im Unterricht mit Zeichnungen, Tabellen und anderen Hilfsmitteln zur Lösung von Textaufgaben in Berührung kamen: Fast alle Lehrkräfte gaben im Fragebogen an, bei Textaufgaben Zeichnungen und Skizzen einzusetzen. Jedoch bleibt dann die Frage, warum die Probanden der Experimentalgruppe nicht ebenso von diesen Erfahrungen profitieren konnten. Andererseits muss festgehalten werden: Gemessen an der insgesamt vergleichsweise hohen Zahl an Externalisierungen gelang es nur wenigen Schülern der Kontrollgruppe, effektive externe Repräsentation zu erstellen. Einschränkend ist zu sagen, dass die Kontrollgruppe nur 40 Probanden enthielt.

Fazit. Den Grundschülern gelang es offenbar nur unzureichend – und zum Teil sahen sie auch gar keine Notwendigkeit –, ihre Gedanken an den bereitgestellten Repräsentationen zu externalisieren und lösungsrelevant weiterzuentwickeln. Dieser Befund deckt sich mit Ergebnissen früherer Untersuchungen, wonach Grundschüler bei der Bearbeitung von (problemhaltigen) Textaufgaben ihre kognitiven Prozesse häufig weder spontan (Elia et al., 2009; Groß, 2013; Hohn, 2012) noch nach expliziter Aufforderung externalisierten (de Bock et al., 2003). Die vorliegende Studie zeigt: Auch bei vorgefertigten Hilfsmitteln, die je nach Grad der Vorstrukturierung mehr oder weniger Elaboration benötigten, gelang die Externalisierung nicht immer oder nur unzureichend. Der Lösungserfolg bei einer ‚richtigen' Verwendung der Hilfsmittel spricht jedoch dafür, dass die bereitgestellten Repräsentationen das Potenzial boten, die Konstruktion und Nutzung mentaler Modelle zu verbessern und zu erleichtern, dieses Potenzial aber nicht ausgeschöpft werden konnte. Die als externe Werkzeuge gedachten Repräsentationen waren für viele Schüler nicht selbsterklärend. Sie konnten auf die bereitgestellten Informationen häufig nicht in der beabsichtigten Weise zugreifen. Die vorgegebenen Strukturen waren den Kindern nicht vertraut, sodass sie zu viel Interpretationsleistung erbringen mussten, die wiederum häufig erfolglos blieb. Um die Strukturen vertrauter zu machen und damit den Interpretationsaufwand zu verringern bzw.bzw. zu automatisieren, scheint ein Training der Repräsentationsformen oder ein korrektives Lehrerfeedback zu Fehlern bei der Verwendung der Zeichnungen und Tabellen nötig.

Jedoch wissen auch Lehrkräfte nicht immer, welches Repräsentationsformat für ein vorliegendes Problem das geeignetste ist. Einer Untersuchung von Boonen (2015) zufolge zeigten Lehrkräfte eine eingeschränkte Flexibilität in der Verwendung von Repräsentationen dergestalt, dass sie die Wahl der externen Repräsentation von persönlichen Präferenzen statt von Merkmalen der Aufgabe abhängig machten. Dieser Befund weist auf die Wichtigkeit hin, der Thematik von externen Repräsentationen als Denkwerkzeuge für mathematisches Problemlösen in der Lehrerausbildung und in Lehrertrainings einen zentralen Stellenwert zukommen zu lassen.

6.1.2 Forschungsfrage 2

Welche externe Repräsentationsform und welcher Grad der Vorstrukturierung verbessern und erleichtern die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr?

Erstens wurde angenommen (Annahme 2a), dass die Probanden bei der Vorgabe der Zeichnungen häufiger zur richtigen Lösung kommen und ein größeres Aufgabenverständnis zeigen als beim Angebot der Tabellen (Effektivität). Weiter sollte die richtige Lösung bei Bereitstellung einer Zeichnung einfacher (wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung) und schneller (Bearbeitungsdauer) erreicht werden als bei Vorgabe einer Tabelle (Effizienz). Zweitens wurde angenommen (Annahme 2b), dass mit zunehmender Vorstrukturierung der Repräsentation höhere Lösungsraten und ein besseres Aufgabenverständnis erzielt (Effektivität) und die richtige Lösung einfacher (wahrgenommene Schwierigkeit und Anstrengung) und schneller (Bearbeitungsdauer) gefunden wird (Effizienz). Die Annahmen 2a und 2b fanden teilweise Unterstützung durch die Daten. Insgesamt blieben die Ergebnisse sehr heterogen.

Zeichnung oder Tabelle? Die Bereitstellung einer Zeichnung verbesserte, wie angenommen, erstens die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells mehr als es eine Tabelle vermochte, was sich in höheren Lösungsraten zeigte. Jedoch war dieser Effekt abhängig vom Grad der Vorstrukturierung und vom Aufgabentyp. Zweitens ermöglichten die vorgefertigten Zeichnungen eine effizientere Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells als die Tabellen.

Bei geringer Vorstrukturierung machte es keinen Unterschied für den Lösungserfolg, ob eine Zeichnung oder eine Tabelle bereitgestellt wurde. Erst bei mittlerer und hoher Vorstrukturierung waren die Zeichnungen wie angenommen den Tabellen offensichtlich zur Konstruktion und Nutzung eines adäquaten mentalen Modells überlegen. Dies kann in Übereinstimmung mit dem ITPC-Modell (Schnotz & Bannert, 2003) erklärt werden. Die Zeichnungen – zumindest bei den Kombinatorik- und den Bewegungsaufgaben – bildeten erst ab dem mittleren Grad der Vorstrukturierung die Problemstruktur vollständig ab, die dann über den visuellen Verarbeitungskanal durch Strukturabbildungsprozesse direkt in ein mentales Modell übertragen werden konnte. Diese spezifische Stärke einer Zeichnung für Problemlösen (Larkin & Simon, 1987; Schnotz et al., 2011) war erst ab dem mittleren Vorstrukturierungsgrad gegeben.

In den Prozessdaten zur Nutzung der externen Repräsentationen spiegelt sich die Stärke der Zeichnungen für das Problemlösen wider: Die Probanden verwendeten mittel- und hoch-vorstrukturierte Zeichnungen signifikant häufiger ‚richtig' als die entsprechenden Tabellen. Die Teilnehmer erkannten in aller Regel, dass die hoch-vorstrukturierten Zeichnungen vollständig waren und fügten keine weiteren Elemente hinzu. Bei den mittel-vorstrukturierten Zeichnungen ergänzten die Probanden eher zu wenige als zu viele Elemente, was aber nicht zwangsläufig zur falschen Lösung führen musste. Womöglich sahen die Probanden vielfach einfach keine Notwendigkeit, die auf der Struktur anzuwendenden Prozeduren an der externen Repräsentation zu vollziehen, sondern arbeiteten intern auf der entsprechenden Struktur des mentalen Modells. Hingegen ergänzten die Versuchsteilnehmer an den bereitgestellten Tabellen häufig zu viele Elemente, was fast zwangsläufig zur falschen Lösung führte. An den bereitgestellten Tabellen bei den Verhältnis- und Bewegungsaufgaben kann einerseits kritisiert werden, dass sie mehr vorgegebene Zeilen hatten als zur Lösung der Aufgaben notwendig waren. Dies ließ die Tabellen auch im höchsten Grad der Vorstrukturierung ‚künstlich' unfertig erscheinen und verwirrte die Teilnehmer womöglich. Um zu prüfen, ob die überflüssigen Zeilen die korrekte Verwendung der Tabellen und damit verbunden die richtige Lösung der Aufgaben erschwerten, sollten in einer Replikationsstudie Tabellen bereitgestellt werden, die nur so viele Zeilen wie benötigt vorgeben.

Andererseits steht gerade dieser Befund in Einklang mit dem ITPC-Modell und unterstützt die Annahme, wonach ein mentales Modell besser mithilfe einer Zeichnung als mit einer Tabelle konstruiert werden kann. Im Gegensatz zu den Tabellen, die mit Symbolen und einer im Vergleich zum modellierten Gegenstand arbiträren Struktur die Problemsituation repräsentierten, zeigten die Zeichnungen die jeweilige Situation modellhaft. In der mittleren und hohen Ausarbeitung war die Struktur vollständig vorgegeben und konnte über den visuellen Verarbeitungskanal direkt in ein mentales Modell der Problemsituation überführt werden. Auf dieser der Situation analogen Struktur waren fehlerhafte Prozeduren unwahrscheinlicher als bei der Tabelle, deren Informationen über den verbalen Kanal zunächst in Form von Propositionen verarbeitet werden mussten und dann in ein (häufig unvollständiges oder fehlerhaftes) mentales Modell mündeten. Die Zeichnungen dürften insofern die mentale Modellbildung und -nutzung unterstützt haben, wohingegen die Probanden die Tabellenstruktur nur dann sinnvoll verwenden konnten, wenn sie die Problemsituation bereits über den Aufgabentext adäquat mental repräsentiert hatten. Wenn ein aufgabenadäquates mentales Modell vorlag, dann konnten die Probanden sowohl die Zeichnungen als auch die Tabellen effektiv nutzen.

Aggregiert über alle Vorstrukturierungsgrade war der Unterschied in den Lösungsraten zwischen Tabelle und Zeichnung jedoch nur bei den Kombinatorikaufgaben statistisch signifikant. Dies lag daran, dass die bei allen Aufgabentypen beobachtete ‚falsche' Verwendung der Tabellen bei diesem Problemtyp besonders dramatisch war: Die Probanden ergänzten lediglich in 4 % der Fälle die richtige Anzahl an Elementen bzw.bzw. erkannten, dass bei hohem Grad an Vorstrukturierung die Lösung ohne weitere Bearbeitung der Tabelle abgelesen werden konnte. Hingegen nutzten 41 % der Teilnehmer die Zeichnung in der beabsichtigten Weise. Die spezifische Struktur der Kombinatoriktabelle war den Viertklässlern offenbar zu fremd. Dies deckt sich mit Befunden von Fagnant und Vlassis (2013), in deren Studie die Probanden bei Vorgabe eines Matrixdiagramms – was einer Tabellenstruktur entspricht – die schlechtesten Ergebnisse erreichten.

Die Zeichnungen erhöhten zwar die Chance, die richtige Lösung zu finden, garantierten dies aber keineswegs. Zu einem ähnlichen Befund kamen auch Hohn (2012) und Pantziara et al. (2009). Auch Beitzel et al. (2011) sowie Berends und van Lieshout (2009) fanden keinen positiven Effekt bereitgestellter bildlicher Repräsentationen und begründeten dies mit der zusätzlichen kognitiven Belastung („extraneous load") durch die Bilder, die von den Probanden zur Lösung der Aufgaben offensichtlich nicht benötigt wurden. In der vorliegenden Studie war dies umgekehrt der Fall: Bei Bereitstellung der Zeichnungen berichteten die Teilnehmer wie erwartet insgesamt weniger wahrgenommene Schwierigkeit und erbrachte Anstrengung als bei Vorgabe der Tabellen. Auch war die Bearbeitungsdauer der Aufgaben wie angenommen bei den bereitgestellten Zeichnungen kürzer als bei den Tabellen. Dieser Befund steht in Übereinstimmung mit dem ITPC-Modell, wonach ein mentales Modell leichter mithilfe einer depiktionalen als mit einer deskriptionalen Repräsentation konstruiert werden kann (Schnotz et al., 2011). Um die aufgabenspezifische Nutzungseffizienz (Paas & van Merriënboer, 1993; Schnotz & Bannert, 1999) der verwendeten Tabellen und Zeichnungen zu beurteilen, wurden jedoch nur die richtig gelösten Aufgaben betrachtet – also nur solche, bei denen die Probanden erfolgreich ein aufgabenadäquates mentales Modell konstruiert und genutzt haben. In diesen Fällen kamen die Probanden zwar auch schneller zur Lösung, jedoch beurteilten sie die Schwierigkeit der Aufgaben und die investierte Anstrengung während der Bearbeitung bei vorgegebenen Zeichnungen nicht anders als bei bereitgestellten Tabellen. Umgekehrt betrachtet heißt das: Vor allem Probanden, denen die aufgabenadäquate mentale Modellkonstruktion und -nutzung nicht gelang, empfanden die Aufgaben bei bereitgestellten Zeichnungen leichter und haben weniger Anstrengung für die Bearbeitung erbracht als bei Tabellen. Dies lässt auf eine durch die Zeichnungen beförderte „Verstehens-Illusion“ (Glenberg & Langston, 1992) schließen, die wiederum eine oberflächliche Verarbeitung des Aufgabentextes nach sich zog (Schnotz, 2014). Entsprechende Befunde haben etwa Mayer und Gallini (1990), Schnotz und Bannert (1999) oder Wilkin (1997) berichtet. Wilkin (1997) argumentiert, dass die Diagramme den nützlichen Selbsterklärungseffekt (Chi, Bassok, Lewis, Reimann & Glaser, 1989) bei den Probanden – insbesondere mit geringem Vorwissen – behindern können. Die Zeichnungen der vorliegenden Studie machten in diesen Fällen wie bei Dewolf et al. (2014) nicht auf das Problematische der Aufgaben aufmerksam (Reiser, 2004), sondern bewirkten gerade das Gegenteil. Warum Zeichnungen bei manchen Schülern eine tiefe und bei anderen eine oberflächliche Verarbeitung bewirkten, muss weiter experimentell – etwa mit einem Eyetracking-Verfahren – untersucht werden. Feststeht: Auch die Zeichnungen waren trotz ihrer inferenziellen Stärke für viele Schüler offenbar nicht selbsterklärend. Auch haben die Probanden die bereitgestellten Zeichnungen signifikant seltener aktiv bearbeitet als die Tabellen. Entweder sahen sie dazu keine Notwendigkeit (siehe oben) oder das Bearbeiten von Zeichnungen stellte womöglich einen ‚Verstoß‘ gegen implizite Klassenraumnormen und von den Schülern tief verinnerlichte ‚Spielregeln‘ bei Textaufgaben dar (de Bock et al., 2003; Verschaffel et al., 2000) – etwa die Vorstellung, dass ein Bild nur zum Anschauen ist und zur Lösung immer schriftlich gerechnet werden muss. Ohne auf eine empirische Evidenz für deutschsprachige Schulbücher zurückgreifen zu können, kann dennoch vermutet werden, dass Grundschüler in ihren Schulbüchern wesentlich mehr dekorative Zeichnungen finden als solche, die eine bearbeitbare Struktur bieten und als Denkwerkzeug gedacht sind. Eine Studie für die in Luxemburg am häufigsten verwendeten Mathematikbücher weist in diese Richtung (Fagnant & Burton, 2009). Eine entsprechende systematische Inhaltsanalyse der in Deutschland verwendeten Schulbücher für den Mathematikunterricht in Grundschulen könnte interessante Aufschlüsse geben. Qualitative Interviews mit Grundschülern könnten tiefere Einblicke in die von den Schülern verinnerlichten ‚Spielregeln‘ geben. Vieles spricht jedenfalls dafür, dass Grundschüler wenig Erfahrung mit schematischen Zeichnungen haben und folglich erst lernen müssen, solche Zeichnungen zu nutzen, sie zu ergänzen oder zu erstellen. Die Ergebnisse der vorliegenden Studie unterstreichen die Forderungen einer frühzeitigen „Diagram Literacy“ als allgemeinen Unterrichtsbestandteil (Diezmann & English, 2001; Greeno & Hall, 1997; Heinze, Star & Verschaffel, 2009; Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, 2005; van Garderen & Montague, 2003).

Wie viel Vorstrukturierung? Wie angenommen war ein hoher Grad an Vorstrukturierung für die Konstruktion und Nutzung eines aufgabenadäquaten mentalen Modells am besten geeignet, was sich in einer höheren Lösungsrate und einem besseren Aufgabenverständnis niederschlug. Dieser Befund spricht für die instruktionalistische Sichtweise. Jedoch war dieser Effekt abhängig von der Repräsentationsform und vom Aufgabentyp. Auch führte ein hoher Grad an Vorstrukturierung wie erwartet zu einer als geringer wahrgenommenen Schwierigkeit, jedoch nicht zu einer kürzeren Bearbeitungsdauer. Bei erfolglosen Problemlösern war die Bearbeitungsdauer bei hoher Vorstrukturierung sogar länger als bei wenig Vorgabe.

Bei den Zeichnungen stiegen die Lösungsraten mit zunehmendem Grad der Vorstrukturierung, nicht aber bei den bereitgestellten Tabellen. Eine Erklärung liegt in der Verwendung der Repräsentationen (siehe vorherigen Abschnitt): Die Zeichnungen wurden mit zunehmender Vorstrukturierung häufiger ‚richtig' verwendet, die Tabellen hingegen wurden auch bei steigender Vorstrukturierung weiterhin häufig ‚falsch' genutzt. Der mittlere Grad führte bei den Tabellen sogar zu den geringsten Lösungsraten.

In Hinblick auf den Aufgabentyp führte der höchste Grad der Vorstrukturierung insbesondere bei den Verhältnis-, aber auch bei den Bewegungsaufgaben (wenn auch statistisch nicht signifikant) zum größten Lösungserfolg. Dies spricht für eine instruktionalistische Herangehensweise beim Einsatz von Repräsentationen im Unterricht. Bei den Kombinatorikaufgaben war es jedoch genau umgekehrt: Die Probanden kamen bei geringer Vorstrukturierung am häufigsten zu der richtigen Lösung. Zwar unterschieden sich auch bei den Kombinatorikaufgaben die Lösungsraten bezüglich der drei Strukturierungsstufen nicht signifikant, dennoch erscheint dieses Ergebnis bemerkenswert.

Die Analyse der Lösungsprozesse zeigte: Weniger vorgegebene Struktur ließ den Probanden die Freiheit, ihre eigene Strategie anzuwenden. Für die Lösung der Kombinatorikaufgaben hatten die Kinder bereits eine effektive Strategie, indem sie die möglichen Kombinationen paarweise auflisteten. Die gering-vorstrukturierte Tabelle (und auch Zeichnung) erlaubte es, diese Strategie anzuwenden. Die Teilnehmer haben die Repräsentation dann zwar nicht in der intendierten Weise ausgearbeitet (zeigten also eine ‚falsche' Nutzung), waren mit ihrem Vorgehen aber oftmals erfolgreich. In diesem Fall schadete die Vorgabe von mehr Struktur dem Problemlösen, weil sie nicht der intuitiven Vorgehensweise der Kinder entsprach. Dies wurde sehr deutlich an der mittel-vorstrukturierten Tabelle. Objektiv betrachtet sollten die Probanden mit dieser hochstandardisierten Tabellenform effizienter kombinieren können, da nur noch fünf Markierungen vorzunehmen waren. Tatsächlich konfligierte diese abstrakte Struktur jedoch mit der intuitiven Vorgehensweise der Schüler. Sie mussten gleichzeitig einen Interpretations- und Konstruktionsaufwand leisten, wobei die Interpretation nicht gelang. Die Struktur löste vielmehr den Automatismus aus, alle leeren Zellen zu füllen, statt die Logik der Tabelle zu erfassen. Die ‚Gestalt' der Tabelle (Struktur der Repräsentation) triggert die falsche Prozedur (Ohlsson, 1984a). „ … [external representations] can anchor cognitive behavior. That is, the physical structures in external representations constrain the range of possible cognitive actions in the sense that some actions are allowed and others prohibited" (Zhang, 1997, S. 183). Wie effektiv die eigenen Strategien der Kinder sein können, zeigt die in der Mathematikdidaktik vielbeachtete, qualitative Untersuchung „Mathematics in the Streets and Schools“ von Nunes Carraher, Carraher und Schliemann (1985) eindrucksvoll am Beispiel von fünf brasilianischen Kindern. Als Straßenverkäufer wendeten die Kinder ihre eigenen effektiven Rechenstrategien an, im schulischen Kontext mit seinen standardisierten Rechenmethoden scheiterten sie hingegen. In einer ähnlichen Richtung berichteten Deliyianni, Monoyiou, Elia, Georgiou und Zannettou (2009), wie Kindergartenkinder Routine- und Problemaufgaben noch deutlich kreativer (und bildlicher) lösten als Erstklässler, bei denen bereits symbolische Repräsentationen und standardisierte Verfahren dominierten. Insgesamt erscheint es daher sinnvoller, effektive Schülerrepräsentationen als Ausgangspunkt weiterer Instruktionen und Trainings zu nutzen, als direkt standardisierte Repräsentationsformen zu vermitteln. Reiser (2004) hält fest:

> Designs have to strive for an optimal balance between connecting with students' intuitive strategies on one hand and requiring students to work within disciplinary frameworks on the other. Attempts to provide structure may focus attention and highlight critical features, but the problematizing is only effective if the students can make the connections in bridging from their own intuitive strategies to the structures enforced by the tool. (S. 298)

Dieser Befund spricht für eine sorgfältig ausgewogene Mischung konstruktivistischer und instruktionalistischer Methoden, bei denen Kinder einerseits ihre eigenen Repräsentationen entwickeln können und nur dann Hilfe erhalten, wenn sie diese tatsächlich brauchen und auch nur so viel wie unbedingt nötig. Dies erfordert von der Lehrkraft jedoch, treffsicher diagnostizieren zu können, ob und wie viel Hilfe jeder einzelne Schüler benötigt. Selbsterstellte Schülerzeichnungen zu mathematischen Textaufgaben können ein solches Diagnoseinstrument darstellen. Sie können der Lehrkraft gegebenenfalls eine Einschätzung über das jeweilige Aufgabenverständnis des Schülers ermöglichen und dabei helfen, Fehlkonzepte zu identifizieren (Schwamborn, Mayer et al., 2010). Die dahingehende Urteilsfähigkeit von Lehrkräften könnte in einer experimentellen Studie getestet werden, in der sorgfältig manipulierte vermeintliche Schülerzeichnungen, in denen sich ein unterschiedlich ausgeprägtes Aufgabenverständnis ausdrückt, Lehrern zur Beurteilung vorgelegt werden. In einer denkbaren Unterrichtssequenz, die ein instruktionalistisches und ein konstruktivistisches Vorgehen miteinander kombiniert, könnte der Lehrer im ersten Schritt die Lösung eines Problems einmal als „worked-example“ vorführen. Im zweiten Schritt sollten die Schüler ein vergleichbares Problem selbst bearbeiten und zum Zeichnen aufgefordert werden. Diese Zeichnungen müssten im dritten Schritt von der Lehrkraft in Hinblick auf das sich darin ausdrückende Aufgabenverständnis beurteilt werden, um im vierten Schritt jedem Schüler die für ihn entsprechende Hilfe bereitstellen zu können. Auch eine solche Unterrichtssequenz könnte experimentell überprüft werden. Denkbar wäre auch ein softwaregestütztes adaptives Feedback bei einer Bearbeitung der Aufgaben am Computer (Schnotz & Cade, 2014).

Fazit. Wie angenommen eigneten sich die Zeichnungen insgesamt besser zur Lösung der problemhaltigen Textaufgaben. Jedoch waren auch die Zeichnungen nicht selbsterklärend und konnten eine Verstehens-Illusion befördern. Beide Befunde sprechen für die frühe Förderung einer „diagram literacy" bereits in der Grundschule, die Kinder nicht nur mit dem Lesen von Diagrammen, Grafiken und Tabellen vertraut macht, sondern den Schülern auch vermittelt, an diesen externen Repräsentationen Gedanken nachzuvollziehen und zu entwickeln (Diezmann, 2005). Für die Unterrichtspraxis bedeutet dies u. a., dass Bilder in Schulbüchern und auf Arbeitshilfen benötigt werden, die nicht nur ‚schmückenden' Charakter haben, sondern eine Struktur bieten, auf der die Schüler problemlösende Prozeduren anwenden können.

Mehr Struktur vorzugeben schien insgesamt besser als weniger Struktur vorzugeben, aber garantierte noch nicht die richtige Entnahme der Information und Elaboration der (externen) Repräsentation, vor allem nicht bei einer Tabelle (deskriptives Format). Haben die Kinder aber bereits eine eigene effektive Strategie zur Lösung des Problems, so darf die vorgegebene Struktur mit diesem Zugang nicht in Konflikt stehen. Ist dies – wie bei der Kombinatorikaufgabe – der Fall, ist weniger vorgegebene Struktur oder gar keine Vorgabe hilfreicher. Auch können keine pauschalen Aussagen wie „je geringer das Vorwissen, desto mehr Struktur vorgeben" getroffen werden. Die vorliegenden Daten deuten eher darauf hin, dass gerade schwache Schüler mit vorgefertigten Strukturen ohne Instruktionen und Lehrerrückmeldungen Interpretationsprobleme hatten: Viel Vorstrukturierung machte das Problemlösen subjektiv leichter, aber nicht immer besser und auch nicht schneller. Reiser (2014) betont:

> For structure to be useful, learners must be able to recognize and use the distinctions presented. Calling students' attention to and requiring use of unfamiliar strategies may work against the system's usefulness for guiding students' investigations. It may require additional reasoning steps that work counter to the structures intended to be useful. Or, if the strategies are unfamiliar enough and students cannot make the connections to their own ways of thinking, they may use the systems' structuring improperly or superficially. (S. 296)

6.2 Inhaltliche und methodische Begrenzungen der Studie und Ausblick

6.2.1 Begrenzungen

Es sind mindestens zwei inhaltliche Begrenzungen der Studie zu bedenken. Erstens wurden mit den Kombinatorik-, Vergleichs- und Bewegungsaufgaben nur drei Typen problemhaltiger Textaufgaben untersucht. Es bleibt offen, inwiefern die Ergebnisse auf andere (problemhaltige) Textaufgaben übertragen werden können. Zukünftige Studien sollten daher weitere Problemtypen als Untersuchungsgegenstand berücksichtigen. Eine zweite Einschränkung bildet die homogene Altersgruppe. Kommende Studien könnten unterschiedliche Altersgruppen einschließen, um entwicklungsspezifische Fragestellungen aufnehmen zu können (Hohn, 2012).

Methodische Begrenzungen sind mindestens fünf zu nennen. Erstens konnte die Nutzung einer vorgegebenen Repräsentation nur über das Vorliegen sichtbarer Stiftspuren operationalisiert werden. Eine (vorgesehene) Nutzung der Repräsentation kann aber auch dann vorliegen, wenn die bereitgestellte Struktur mental genutzt wurde. Um auch die mentale Nutzung zu erfassen, müssten Verfahren wie das Eyetracking oder die Methode des lauten Denkens (Ericsson & Simon, 1980) – idealerweise in Kombination – eingesetzt werden. Die Methode des lauten Denkens bringt jedoch zwei Schwierigkeiten mit sich: Erstens sind Ergebnisse experimenteller Studien zur Reaktivität der Methode widersprüchlich (Knoblich & Rhenius, 1995). Es finden sich sowohl Ergebnisse, wonach ein gleichzeitiges Verbalisieren beim Problemlösen die primär ablaufenden kognitiven Prozesse nicht beeinflusst. Ebenso gibt es Befunde, wonach lautes Denken die eigentliche Aufgabenbearbeitung positiv befördert oder aber Ressourcen bindet und mit lösungsrelevanten Kognitionen interferiert und sich somit negativ in der Problemlösung und Bearbeitungsdauer niederschlägt (für eine Übersicht siehe Knoblich & Rhenius, 1995). Zweitens kann bezweifelt werden, dass insbesondere Grundschüler immer vollständigen Zugang zu ihren kognitiven Prozessen haben und in der Lage sind, diese zu verbalisieren (Rasch, 2001): „Das kindliche Denken leistet häufig mehr, als die kindliche Sprache zu leisten imstande ist" (Rasch, 2001, S. 21). In der vorliegenden Studie sollte die Aufgabenbearbeitung in der Testsituation der ‚natürlichen' Bearbeitung solcher Aufgaben im Unterricht so nahe wie möglich sein, weshalb auf die Aufforderung zum lauten Denken verzichtet wurde. Eyetracking-Verfahren erlauben zwar die Aufzeichnung der Blickbewegungen beim Lesen des Aufgabentextes und der bereitgestellten Tabellen und Zeichnungen – jedoch müssen die Aufgaben in der Regel auf einem Bildschirm präsentiert werden, was die handschriftliche Bearbeitung der Aufgabe bzw.bzw. die handschriftliche Elaboration der Tabellen und Zeichnungen ausschließt. Alternativ müsste auf mobile Systeme – wie etwa Eyetracking-Brillen – zurückgegriffen werden.

Zweitens wurde die kognitive Belastung nur subjektiv durch die Selbstaussagen der Probanden gemessen. Dies ist zwar üblich und erprobt (Gopher & Braune, 1984; Hendy et al., 1993), dennoch sollten zukünftige Studien prüfen, ob die Single-Item-Skalen zur wahrgenommenen Schwierigkeit und zur erbrachten Anstrengung bei Viertklässlern tatsächlich valide Instrumente zur Messung der kognitiven Belastung darstellen. Hierzu könnten etwa ‚objektive' physiologische Verfahren wie Pulsmessungen oder Pupillometrie ergänzend zu den subjektiven Maßen herangezogen werden oder alternativ auch Secondary-Task-Methoden verwendet werden (Sweller et al., 1998).

Drittens: Offensichtlich hat die Skala zur Messung des metakognitiven Wissens und der metakognitiven Fähigkeiten der Schüler nicht funktioniert. Die Schüler zeigten eine ausgeprägte Zustimmungstendenz zu allen erwünschten Verhaltensweisen wie etwa zu überprüfen, ob sie irgendwo einen Fehler gemacht haben. Zukünftige Studien könnten daher weniger auf subjektive Auskünfte der Schüler (oder Lehrer) setzen und vielmehr aus objektiv beobachtbaren Prozessdaten auf die metakognitiven Fähigkeiten rückschließen. Wenn etwa nach der Niederschrift des Ergebnisses eine kontrollierende Rechnung erstellt und ein (falsches) Ergebnis verworfen wird, kann dies als Indikator für die metakognitive Dimension ‚Kontrolle' herangezogen werden. Sicher stößt aber auch eine reine Beobachtung schnell an Grenzen und müsste gegebenenfalls mit Selbstauskünften der Schüler während des Bearbeitungsprozesses verknüpft werden, z. B. direkt nach dem Lesen des Aufgabentextes, während und nach Abschluss der Bearbeitung. Fragen wie „Worum geht es in der Aufgabe?" oder „Was mache ich gerade?" scheinen allerdings insofern problematisch, da sie metakognitives Verhalten nicht nur messen, sondern unter Umständen hervorrufen und befördern dürften.

Viertens: Die Bearbeitungsdauer, die jeder Proband bei jeder Aufgabe aufbrachte, war schwierig zu bestimmen. Der elektronische Stift zeichnete einen fortlaufenden Time-Code für die Bearbeitungsdauer eines Aufgabenheftes mit drei Aufgaben auf. Die jeweilige Bearbeitungsdauer für eine Aufgabe musste aus den Videos des Schreibprozesses manuell codiert werden. Da die Probanden trotz gegenteiliger Instruktion vereinzelt zwischen den drei Aufgaben im Heft hin- und hergesprungen sind oder die Aufgaben in einer anderen Reihenfolge bearbeiteten, konnten Start- und Endzeitpunkt der Bearbeitung nicht immer zweifelsfrei nachvollzogen und codiert werden. Dies führte zu fehlenden Werten, was wiederum zur Folge hatte, dass aufgrund des Within-Subjects-Designs eine vergleichsweise große Anzahl an Probanden eine unvollständige Messwertreihe hatte und nicht für die Analyse herangezogen werden konnte. Vor diesem Hintergrund wäre ein computergestütztes Procedere hilfreich, das die Aufgaben nacheinander in der vorgesehenen Reihenfolge zeigt und ein Hin-und-Her-Blättern der Probanden verhindert.

Mit Blick auf das in der vorliegenden Studie verwendete experimentelle Design muss fünftens festgehalten werden, dass für den Faktor Grad der Vorstrukturierung nur eingeschränkt Analysen durchgeführt werden konnten und die Aussagen über Lerneffekte bei unterschiedlicher Vorstrukturierung daher begrenzt bleiben müssen. Der Grad der Vorstrukturierung wurde „within-subjects“ manipuliert: Jeder Proband erhielt während der Intervention sowohl gering-, mittel- als auch hoch-vorstrukturierte Repräsentationen. Eine Between-Subjects-Testung, bei der eine Gruppe während der Intervention nur mit gering-vorstrukturierten Repräsentationen gearbeitet hätte, eine zweite Gruppe nur mit dem mittleren und die dritte Gruppe nur mit dem hohen Grad der Vorstrukturierung, hätte erstens erlaubt, Effekte unterschiedlicher Vorstrukturierungsgrade auf das Lernen (Transfertest) zu betrachten. Zweitens hätten in einem solchen Design auch Interaktionen von Schülermerkmalen mit jeweils einem Grad der Vorstrukturierung untersucht werden können. Allerdings hätte ein solches Design eine wesentlich höhere Fallzahl an Probanden verlangt, was im Rahmen der vorliegenden Studie aus finanziellen und praktischen Gründen nicht realisierbar war.

6.2.2 Ausblick

Ein zentraler Befund der vorliegenden Studie war, dass Schüler ihre Gedanken auch an bereitgestellten Repräsentationen, die größtenteils eine weitere Elaboration verlangten, nicht oder nur unzureichend externalisierten, was mit einem geringen Lösungserfolg einherging. Es wurden zwei mögliche Gründe für diesen Befund diskutiert. Erstens: Die Schüler haben die bereitgestellten Tabellen und Zeichnungen nicht verstanden und daher nicht (adäquat) genutzt. Zweitens: Die Schüler sahen keine Notwendigkeit, ihre Gedanken zu externalisieren. Beiden Gründen sollte in der zukünftigen Forschung vertiefend nachgegangen werden. Erstens sollte folglich die kognitive Dimension eingehender beleuchtet werden: Was genau haben die Schüler nicht verstanden? An welcher Stelle im Prozess der Text-Bild-Integration treten welche Probleme auf? Dafür sind Verfahren notwendig, die noch stärker als in der vorliegenden Studie den Prozess der Aufgabenbearbeitung untersuchen. Dies können wie bereits mehrfach erwähnt zum einen Eyetracking-Verfahren und zum anderen qualitative Methoden wie Lösungsinterviews oder lautes Denken sein. Zweitens sollten Faktoren wie Klassenklima, explizite und implizite Erwartungen der Lehrkräfte und von den Schülern antizipierte Erwartungen berücksichtigt werden (De Bock et al., 2003), um das von Verschaffel et al. (2000) als „word-problem-game“ bezeichnete Phänomen in Hinblick auf die Verwendung von externen Repräsentationen weiter zu erforschen. „Scaffolded tools can create opportunities, but whether learners capitalize on these opportunities depends on the expectations and practices established in the classroom” (Reiser, 2004, S. 298). Um dahingehend mehr zu lernen, sind ebenfalls qualitative Methoden wie Interviews mit Schülern und Lehrkräften möglich. Auch denkbar sind experimentelle Designs, die als unabhängige Variable die Erwartungen der Schüler (kurzfristig) zu manipulieren versuchen und die Verwendung oder Verwendungsabsicht externer Repräsentationen als abhängige Variable misst. Die Erwartungen könnten womöglich experimentell manipuliert werden, indem unterschiedliche Vorstellungen darüber, was einen ‚guten' Matheschüler auszeichnet, induziert werden.

Im Zusammenhang mit dem Befund, dass die Schüler vielfach nicht in der Lage waren, die bereitgestellten Repräsentationen angemessen zu verwenden, wurde vermutet, dass ein Training zur Verwendung der Zeichnungen und Tabellen notwendig wäre. Ob und in welcher Form ein Training positive Effekte erbringt, kann und sollte empirisch überprüft werden. Gerade vor dem Hintergrund der Debatte um konstruktivistische oder instruktionalistische Methoden zur Vermittlung und Förderung von Repräsentationskompetenz scheint es lohnend, Trainingsverfahren experimentell zu variieren. Ausgangspunkt der einen Trainingsgruppe könnten spontane Schülerrepräsentationen sein, die in einem folgenden Repräsentationstraining weiterentwickelt werden (Csíkos et al., 2012; Sturm, 2015). Ausgangspunkt der anderen Trainingsgruppe wären standardisierte Repräsentationsformen, deren Verwendung bzw.bzw. Erstellung die Probanden dieser Gruppe in einem Training lernen und üben würden (Bovenmeyr Lewis, 1989; Ng & Lee, 2009). Ein solches Vorgehen würde den direkten Vergleich zwischen der eher konstruktivistischen mit der eher instruktionalistischen Trainingsmethode erlauben. Dies wäre insofern ein Gewinn, da bisherige Studien zum Training der Repräsentationskompetenz nach Kenntnisstand des Autors immer nur eine der beiden ‚Richtungen' trainierten und diese mit einer Kontrollgruppe kontrastierten, die ‚normalen' Unterricht bzw. kein Treatment erhielt. Auch wäre eine Adaption der vorliegenden Studie interessant, die konkrete Gegenstände als externe Repräsentationen bereitstellt (z. B. echte Karten für die „Kartenaufgabe" oder Playmobil-Figuren für die „Handschlagaufgabe"). Carbonneau, Marley und Selig (2013) berichten in einer Metastudie mittlere bis zum Teil große Effekte für das Operieren mit konkreten Gegenständen gegenüber einer rein symbolischen Vermittlung mathematischer Inhalte. Zur Erforschung entwicklungsspezifischer Fragestellungen, aber auch längerfristiger Trainingseffekte könnten neben Querschnittsstudien mit unterschiedlichen Altersgruppen auch längsschnittliche Designs etwa über den gesamten Zeitraum der Grundschule oder länger verfolgt werden.

Literaturverzeichnis

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction, 16* (3), 183–198.

Anand, P. G. & Ross, S. M. (1987). Using computer-assisted instruction to personalize arithmetic materials for elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 79* (1), 72–78.

Atkinson, R. C. & Shiffrin, R. M. (1971). The Control of Short-Term Memory. *Scientific American, 225* (2), 82–90.

Ayres, P. (2006). Using subjective measures to detect variations of intrinsic cognitive load within problems. *Learning and Instruction, 16* (5), 389–400.

Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: Clarendon Press.

Baddeley, A. D. (1990). *Human memory: Theory and practice*. Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.

Bakeman, R. & Gottman, J. M. (1997). *Observing interaction. An introduction to sequential analysis* (2. Aufl.). New York: Cambridge University Press.

Baltes-Götz, B. (2015). *Generalisierte lineare Modelle und GEE-Modelle in SPSS Statistics*. (Hg. von Zentrum für Informations-, Medien- und Kommunikationstechnologie (ZIMK) an der Universität Trier). Verfügbar unter https://www.uni-trier.de/fileadmin/urt/doku/gzlm_gee/gzlm_gee.pdf (letzter Zugriff am 29.11.2015).

Becker, P., Schaller, S. & Schmidtke, A. (1980). *Coloured Progressive Matrices*. Weinheim: Beltz-Test.

Beckmann, S. (2004). Solving Algebra and Other Story Problems with Simple Diagrams: a Method Demonstrated in Grade 4–6 Texts Used in Singapore. *The Mathematics Educator, 14* (1), 42–46.

Beitzel, B. D., Staley, R. K. & DuBois, N. F. (2011). The (in)effectiveness of visual representations as an aid to solving probability word problems. *Effective Education, 3* (1), 11–22.

Bell, A., Swan, M. & Taylor, G. (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. *Educational Studies in Mathematics, 12* (4), 399–420.

Berends, I. E. & van Lieshout, E. C. (2009). The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction, 19* (4), 345–353.

Bernardo, A. B. (1999). Overcoming Obstacles to Understanding and Solving Word Problems in Mathematics. *Educational Psychology, 19* (2), 149–163.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? In: C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics – ICTMA 12* (S. 222–231). Cambridge: Woodhead Publishing.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects: State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22* (1), 37–68.

de Bock, D., Verschaffel, L., Janssens, D., van Dooren, W. & Claes, K. (2003). Do realistic contexts and graphical representations always have a beneficial impact on students' performance? Negative evidence from a study on modelling non-linear geometry problems. *Learning and Instruction, 13* (4), 441–463.

de Bock, D., Verschaffel, L. & Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics, 35* (1), 65–83.

Boonen, A. J., van Wesel, F., Jolles, J. & van der Schoot, M. (2014). The role of visual representation type, spatial ability, and reading comprehension in word problem solving: An item-level analysis in elementary school children. *International Journal of Educational Research, 68,* 15–26.

Boonen, Anton J. H. (2015). *Comprehend, Visualize & Calculate. Solving mathematical word problems in contemporary math education*. Amsterdam: Ipskamp Drukkers.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM, 38* (2), 86–95.

Bovenmeyr Lewis, A. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 81* (4), 521–531.

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Duran, R., Reed, B. S. et al. (1997). Learning by Understanding: The Role of Multiple Representations in Learning Algebra. *American Educational Research Journal, 34* (4), 663–689.

Briars, D. J. & Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and instruction, 1* (3), 245–296.

Bruder, R. & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht* (Scriptor Praxis – Mathematik). Berlin: Cornelsen Scriptor.

Bühler, K. (1907). Tatsachen und Probleme zu einer Psychologie der Denkvorgänge. *Archiv für Psychologie, 9,* 297–365.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C. & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology, 105* (2), 380–400.

Carney, R. N. & Levin, J. R. (2002). Pictorial Illustrations stille improve Students learning from text. *Educational Psychology Review, 14* (1), 5–26.

Carpenter, T. P., Hiebert, J. & Moser, J. M. (1981). Problem Structure and First-Grade Children's Initial Solution Processes for Simple Addition and Subtraction Problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 12* (1), 27–39.

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and substraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education, 15* (3), 179–202.

Charles, R. I., Lester, F. K. & O'Daffer, P. G. (1987). *How to evaluate progress in problem solving* (NCTM how to – series). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Chi, M., Bassok, M., Lewis, M. W., Reimann, P. & Glaser, R. (1989). Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science, 13* (2), 145–182.

Clark, R. E. (2009). How Much and What Type of Guidance is Optimal for Learning from Instruction? In S. Tobias & T. M. Duffy (Hrsg.), *Constructivist instruction. Success or failure?* (S. 158–183). London: Routledge.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. Aufl.). Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.

Cooper, G. & Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer. *Journal of Educational Psychology, 79* (4), 347–362.

de Corte, E., Verschaffel, L. & de Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77* (4), 460–470.

Cox, R. (1997). Representation interpretation versus representation construction: a controlled study using switchERII. In B. Du Boulay & R. Mizoguchi (Hrsg.), *Artificial intelligence in education: Knowledge and media in learning systems (Proceedings of the 8th World Conference of the Artificial Intelligence in Education Society)* (S. 434–444). Amsterdam: IOS Press.

Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction, 9* (4), 343–363.

Cox, R. & Brna, P. (1995). Supporting the Use of External Representations in Problem Solving: the Need for Flexible Learning Environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education, 6,* 239–302.

Csíkos, C., Szitányi, J. & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics, 81* (1), 47–65.

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20* (4), 405–438.

Dahl, T. (1971). *Toward an Evaluative Methodology for Criterion-Referenced Measures: Objective-Item Congruence.* Paper presented at the Annual C.E.R.A. Convention, San Diego, California, April 29 and 30, 1971, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 052253), Verfügbar unter http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED052253.pdf (zuletzt abgerufen am 28.11.2015).

Davis-Dorsey, J., Ross, S. M. & Morrison, G. R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology, 83* (1), 61–68.

Dedekind, B. (IPN, Hrsg.). (2012). *„Darstellen in der Mathematik" als Kompetenz aufbauen.* Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen, Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) an der Universität Kiel, Verfügbar unter http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Dedekind.pdf (zuletzt abgerufen am 28.11.2015).

Deliyianni, E., Monoyiou, A., Elia, I., Georgiou, C. & Zannettou, E. (2009). Pupils' visual representations in standard and problematic problem solving in mathematics: their role in the breach of the didactical contract. *European Early Childhood Education Research Journal, 17* (1), 95–110.

DeLoache, J. S., Uttal, D. H. & Pierroutsakos, S. L. (1998). The development of early symbolization: educational implications. *Learning and Instruction, 8* (4), 325–339.

Desoete, A. (2007). Evaluating and improving the mathematics teaching-learning process through metacognition. *Electronic Journal of research in educational psychology, 5* (3), 705–730.

Dewolf, T., van Dooren, W., Ev Cimen, E. & Verschaffel, L. (2014). The Impact of Illustrations and Warnings on Solving Mathematical Word Problems Realistically. *The Journal of Experimental Education, 82* (1), 103–120.

Dewolf, T., van Dooren, W., Hermens, F. & Verschaffel, L. (2012). *Do students look at illustrations when solving mathematical word problems? An eye tracking study. Expert meeting on Mathematical Thinking and Learning, Leuven, 10th February 2012*. KU Leuven.

Dewolf, T., van Dooren, W., Hermens, F. & Verschaffel, L. (2015). Do students attend to representational illustrations of non-standard mathematical word problems, and, if so, how helpful are they? *Instructional Science, 43* (1), 147–171.

Dewolf, T., van Dooren, W., Kellen, A. & Verschaffel, L. (2012). The Influence of Narrative and Depictive Elements in Solving Mathematical Word Problems Realistically. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 11* (1–2), 17–33.

Diezmann, C. (2005). Assessing Primary Students' Knowledge of Networks, Hierarchies and Matrices using Scenario-Based Tasks. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce et al. (Hrsg.), *Building Connections: Research, Theory and Practice. Proceedings of the Annual Conference held at RMIT, Melbourne, 7th-9th July, 2005, Volume 1* (S. 289–296). Sydney: MERGA Inc.

Diezmann, C. & English, L. D. (2001). Promoting the Use of Diagrams as Tools for Thinking. In A. Cuoco & F. R. Curcio (Hrsg.), *The roles of representation in school mathematics* (S. 77–89). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Diezmann, C. (2002). Enhancing students' problem solving through diagram use. *Australian Primary Mathematics Classroom, 7* (3), 4–8.

van Dijk, I. M. A. W., van Oers, B. & Terwel, J. (2003). Providing or designing? Constructing models in primary maths education. *Learning and Instruction, 13* (1), 53–72.

van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.

van Dijk, I. M. A. W., van Oers, B., Terwel, J. & van den Eeden, P. (2003). Strategic Learning in Primary Mathematics Education: Effects of an Experimental Program in Modelling. *Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice, 9* (2), 161–87.DiSessa, A. A. (2004). Metarepresentation: Native Competence and Targets for Instruction. *Cognition and instruction, 22* (3), 293–331.

Duncker, K. (1974). *Zur Psychologie des produktiven Denkens* (3. Aufl.). Berlin: Springer.

Dunlap, W. P., Cortina, J. M., Vaslow, J. B. & Burke, M. J. (1996). Meta-analysis of experiments with matched groups or repeated measures designs. *Psychological Methods, 1* (2), 170–177.

Eck, C., Garcke, H. & Knabner, P. (2011). *Mathematische Modellierung* (2., überarb. Aufl.). Berlin: Springer.

Edens, K. & Potter, E. (2008). How Students „Unpack" the Structure of a Word Problem: Graphic Representations and Problem Solving. *School Science and Mathematics, 108* (5), 184–196.

Efklides, A. (2008). Metacognition. *European Psychologist, 13* (4), 277–287.

Elia, I., Bell, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM, 41* (5), 605–618.

Elia, I., Gagatsis, A. & Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction, 17* (6), 658–672.

Elia, I. & Philippou, G. (2004). The functions of pictures in problem solving. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Hrsg.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 2, S. 327–334). Bergen: University College.

Ericsson, K. A. & Simon, H. A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological Review, 87* (3), 215–251.

van Essen, G. & Hamaker, C. (1990). Using self-generated drawings to solve arithmetic word problems. *Journal of Educational Research, 83* (6), 301–312.

Fagnant, A. & Burton, R. (2009). Développement de compétences et résolution de problèmes en mathématiques à l'école primaire: pratiques déclarées des enseignants et pratiques projetées des futurs enseignants [Skills development and problem solving in mathematics in primary school: practices reported by teachers and practices planned by future teachers]. *Scientia Paedagogica Experimentalis, 46* (2), 293–318.

Fagnant, A. & Vlassis, J. (2013). Schematic representations in arithmetical problem solving: Analysis of their impact on grade 4 students. *Educational Studies in Mathematics, 84* (1), 149–168.

Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (2. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Frensch, P. A. & Funke, J. (Hrsg.). (1995). *Complex problem solving. The European perspective*. Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.

Funke, J. (2003). *Problemlösendes Denken*. Stuttgart: Kohlhammer.

Galperin, P. J. (1980). *Zu Grundfragen der Psychologie* (Beiträge zur Psychologie, Bd. 4). Berlin: Volk und Wissen.

van Garderen, D. & Montague, M. (2003). Visual-Spatial Representation, Mathematical Problem Solving, and Students of Varying Abilities. *Learning Disabilities Research and Practice, 18* (4), 246–254.

Garofalo, J. & Lester, F. K. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education, 16* (3), 163–176.

Gibb, G. E. (1956). Children's Thinking in the Process of Subtraction. *The Journal of Experimental Education, 25* (1), 71–80.

Glenberg, A. M. & Langston, W. E. (1992). Comprehension of illustrated text: Pictures help to build mental models. *Journal of memory and language, 31* (2), 129–151.

Goldin, G. A. & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe (Hrsg.), *Theories of mathematical learning* (S. 397–430). Mahwah, NJ: L. Erlbaum Associates.

Gopher, D. & Braune, R. (1984). On the Psychophysics of Workload: Why Bother with Subjective Measures? *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, 26* (5), 519–532.

Goschke, T. (2002). Volition und kognitive Kontrolle. In J. Müsseler & W. Prinz (Hrsg.), *Allgemeine Psychologie* (S. 271–335). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Gravemeijer, K. P. E. (1997). Instructional design for reform in mathematics education. In M. Beishuizen, K. P. E. Gravemeijer & Ernest C. D. M. van Lieshout (Hrsg.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures.* Utrecht: CD-ß Press.

Greeno, J. G. & Hall, R. P. (1997). Practicing Representation: Learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan, 78* (5), 361–367.

Groß, J. (2013). *Analyse von Lösungsprozessen beim Bearbeiten problemhaltiger Textaufgaben durch Grundschulkinder*. Dissertation, Universität Koblenz-Landau. Landau.

Grossen, B. & Carnine, D. (1990). 1989 Winner of CLD's Award for Outstanding Research: Diagramming a Logic Strategy: Effects on Difficult Problem Types and Transfer. *Learning Disability Quarterly, 13* (3), 168.

Haffner, J. (2005). *Heidelberger Rechentest: HRT 1–4 . Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter, Manual*. Göttingen: Hogrefe.

Hall, V. C., Bailey, J. & Tillman, C. (1997). Can student-generated illustrations be worth ten thousand words? *Journal of Educational Psychology, 89* (4), 677–681.

Hegarty, M. & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology, 91* (4), 684–689.

Heinze, A., Star, J. R. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM, 41* (5), 535–540.

Hembree, R. (1992). Experiments and Relational Studies in Problem Solving: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education, 23* (3), 242–273.

Hendy, K. C., Hamilton, K. M. & Landry, L. N. (1993). Measuring Subjective Workload: When Is One Scale Better Than Many? *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society, 35* (4), 579–601.

Hochpöchler, U., Schnotz, W., Rasch, T., Ullrich, M., Horz, H., McElvany, N. et al. (2012). Dynamics of mental model construction from text and graphics. *European Journal of Psychology of Education*, *28*, 1105–1126.

Hohn, K. (2012). *Gegeben, gesucht, Lösung? Selbstgenerierte Repräsentationen bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben*. Dissertation, Universität Koblenz-Landau. Landau.Verfügbar unter https://kola.opus.hbz-nrw.de/frontdoor/index/index/year/2012/docId/687 (letzter Zugriff am 29.11.2015).

Hussy, W. (1984). *Denkpsychologie I. Geschichte, Begriffs- und Problemlöseforschung, Intelligenz: Ein Lehrbuch*. Stuttgart: Kohlhammer.

Huynh, H. & Feldt, L. S. (1976). Estimation of the Box Correction for Degrees of Freedom from Sample Data in Randomized Block and Split-Plot Designs. *Journal of Educational Statistics, 1* (1), 69.

Issing, L. J. & Klimsa, P. (Hrsg.). (2002). *Information und Lernen mit Multimedia und Internet. Lehrbuch für Studium und Praxis* (Beltz PVU, 3., vollst. überarb. Aufl.). Weinheim [u. a.]: Beltz PVU.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models. Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness* (Cognitive science series, Bd. 6). Cambridge, MA: Harvard University Press.

de Jong, T. (2005). The Guided Discovery Principle in Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 215–228). Cambridge: Cambridge University Press.

Kalyuga, S., Chandler, P. & Sweller, J. (1999). Managing split-attention and redundancy in multimedia instruction. *Applied Cognitive Psychology, 13* (4), 351–371.

Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review, 92* (1), 109–129.

Kintsch, W. & van Dijk, Teun A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review, 85* (5), 363–394.

Kirschner, P. A., Sweller, J. & Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational Psychologist, 41* (2), 75–86.

Klahr, D. & Nigam, M. (2004). The equivalence of learning paths in early science instruction: effect of direct instruction and discovery learning. *Psychological Science, 15* (10), 661–667.

Knoblich, G., Ohlsson, S., Haider, H. & Rhenius, D. (1999). Constraint Relaxation and Chunk Decomposition in Insight Problem Solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 25* (6), 1534–1555.

Knoblich, G., Ohlsson, S. & Raney, G. E. (2001). An eye movement study of insight problem solving. *Memory and Cognition, 29* (7), 1000–1009.

Knoblich, G. & Öllinger, M. (2006). Einsicht und Umstrukturierung beim Problemlösen. In J. Funke (Hrsg.), *Denken und Problemlösen* (S. 3–86). Göttingen: Hogrefe.

Knoblich, G. & Rhenius, D. (1995). Zur Reaktivität lauten Denkens beim komplexen Problemlösen. *Zeitschrift für Experimentelle Psychologie, 42* (3), 419–454.

Knowlton, J. Q. (1966). On the Definition of „Picture". *AV Communication Review, 14* (2), 157–183.

Larkin, J. H. & Simon, H. A. (1987). Why a Diagram is (Sometimes) Worth Ten Thousand Words. *Cognitive Science, 11* (1), 65–100.

Lenhard, W. & Schneider, W. (2006). *ELFE 1-6. Ein Leseverständnistest für Erst- bis Sechstklässler*. Göttingen: Hogrefe.

Lesgold, A., de Good, H. & Levin, J. (1977). Pictures and young children's prose learning: A supplementary report. *Journal of Literacy Research, 9* (4), 353–360.

Lesgold, A. M., Levin, J. R., Shimron, J. & Guttmann, J. (1975). Pictures and young children's learning from oral prose. *Journal of Educational Psychology, 67* (5), 636–642.

Leutner, D., Leopold, C. & Sumfleth, E. (2009). Cognitive load and science text comprehension: Effects of drawing and mentally imagining text content. *Computers in Human Behavior, 25* (2), 284–289.

Levie, W. H. & Lentz, R. (1982). Effects of text illustrations: A review of research. *ECTJ, 30* (4), 195–232.

Lewis, A. B. & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 79* (4), 363–371.

Liang, K.-Y. & Zeger, S. L. (1986). Longitudinal Data Analysis Using Generalized Linear Models. *Biometrika, 73* (1), 13–22.

Mandler, J., Seegmiller, D. & Day, J. (1977). On the coding of spatial information. *Memory & Cognition, 5* (1), 10–16.

Mayer, R. E. (1983). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: W. H. Freeman.

Mayer, R. E. (1997). Multimedia learning: Are we asking the right questions? *Educational Psychologist, 32* (1), 1–19.

Mayer, R. E. (1999). Designing Instruction for Constructivist Learning. In C. M. Reigeluth (Hrsg.), *A new paradigm of instructional theory* (Bd. 2, S. 141–159). Mahwah, NJ [u. a.]: L. Erlbaum Associates.

Mayer, R. E. (2004). Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning? The case for guided methods of instruction. *The American psychologist, 59* (1), 14–19.

Mayer, R. E. (Hrsg.). (2005a). *The Cambridge handbook of multimedia learning*. Cambridge: Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (2005b). Cognitiye Theory of Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 31–48). Cambridge: Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (2005c). Principles für Reducing Extraneüus Processing in Multimedia Learning: Coherence, Signaling, Redundancy, Spatial Contiguity, and Temporal Contiguity Principles. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 183–200). Cambridge: Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (2008). *Learning and instruction* (2. Aufl.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Merrill Prentice Hall.

Mayer, R. E. (2009). Contructivism as a Theory of Learning Versus Constructivism as a Prescription for Instruction. In S. Tobias & T. M. Duffy (Hrsg.), *Constructivist instruction. Success or failure?* (S. 184–200). London: Routledge.

Mayer, R. E. (Hrsg.). (2014). *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (2. Aufl.). Cambridge: Cambridge University Press.

Mayer, R. E. & Gallini, J. K. (1990). When is an illustration worth ten thousand words? *Journal of Educational Psychology, 82* (4), 715–726.

Mayer, R. E. & Hegarty, M. (1996). The Process of Understanding Mathematical Problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Hrsg.), *The nature of mathematical thinking* (S. 29–53). Mahwah, NJ: L. Erlbaum Associates.

Mayer, R. E., Heiser, J. & Lonn, S. (2001). Cognitive constraints on multimedia learning: When presenting more material results in less understanding. *Journal of Educational Psychology, 93* (1), 187–198.

Mayer, R. E. & Moreno, R. (2003). Nine Ways to Reduce Cognitive Load in Multimedia Learning. *Educational Psychologist, 38* (1), 43–52.

van Meter, P. (2001). Drawing construction as a strategy for learning from text. *Journal of Educational Psychology, 93* (1), 129–140.

van Meter, P. & Garner, J. (2005). The Promise and Practice of Learner-Generated Drawing: Literature Review and Synthesis. *Educational Psychology Review, 17* (4), 285–325.

Mihalca, L., Mengelkamp, C., Schnotz, W. & Paas, F. (2015). Completion problems can reduce the illusions of understanding in a computer-based learning environment on genetics. *Contemporary Educational Psychology, 41,* 157–171.

Myatt, B. & Carter, J. M. (1979). Picture preferences of children and young adults. *Educational Communication and Technology Journal, 27* (1), 45–53.

Myers, A. & Hansen, C. H. (2012). *Experimental psychology* (7. Aufl.). Belmont, CA: Thomson/Wadsworth.

Nesher, P., Hershkovitz, S. & Norvotna, J. (2003). Situation model, text base and what else? Factors affecting problem solving. *Educational Studies in Mathematics, 52* (2), 151–176.

Ng, E. L. & Lee, K. (2009). The Model Method: Singapore Children's Tool for Representing and Solving Algebraic Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 40* (3), 282–313.

Novick, L. R. & Hurley, S. M. (2001). To Matrix, Network, or Hierarchy: That Is the Question. *Cognitive Psychology, 42* (2), 158–216.

Nunes Carraher, T., Carraher, D. W. & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology, 3* (1), 21–29.

Ohlsson, S. (1984a). Information-processing Explanations of insight and related phenomena. *Scandinavian Journal of Psychology, 25* (2), 117–129.

Ohlsson, S. (1984b). Restructuring revisited. *Scandinavian Journal of Psychology, 25* (1), 65–78.

Öllinger, M., Jones, G. & Knoblich, G. (2006). Heuristics and representational change in two-move matchstick arithmetic tasks. *Advances in cognitive psychology, 2* (4), 239–253.

Olson, D. R. (1977). The languages of instruction: On the literate bias of schooling. In R. C. Anderson, R. J. Spiro & W. E. Montague (Hrsg.), *Schooling and the acquisition of knowledge* (S. 65–69). Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates; Distributed by the Halsted Press Division of Wiley.

Paas, F., Tuovinen, J. E., Tabbers, H. & van Gerven, P. W. M. (2003). Cognitive Load Measurement as a Means to Advance Cognitive Load Theory. *Educational Psychologist, 38* (1), 63–71.

Paas, F. & van Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of Worked Examples and Transfer of Geometrical Problem-Solving Skills: A Cognitive-Load Approach. *Journal of Educational Psychology, 86* (1), 122–133.

Paas, F. G. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology, 84* (4), 429–434.

Paas, F. G. W. C. & van Merriënboer, J. J. G. (1993). The Efficiency of Instructional Conditions: An Approach to Combine Mental Effort and Performance Measures. *Human Factors, 35* (4), 737–743.

Paivio, A. (1986). *Mental representations. A dual coding approach* (Bd. 9). New York: Oxford University Press; Clarendon Press.

Palmer, S. E. (1978). Fundamental Aspects of Cognitive Representation. In E. Rosch (Hrsg.), *Cognition and categorization* (S. 259–303). Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.

Pantziara, M., Gagatsis, A. & Elia, I. (2009). Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems. *Educational Studies in Mathematics, 72* (1), 39–60.

Pea, R. D. (2004). The Social and Technological Dimensions of Scaffolding and Related Theoretical Concepts for Learning, Education, and Human Activity. *The Journal of the Learning Sciences, 13* (3), 423–451.

Peirce, C. S. (1931–1958). *Collected writings, 8 vols.* (HG. von C. Hartshorne , P. Weiss & A. W Burks). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Peterson, D. (1996). *Forms and representation. An interdisciplinary theme for cognitive science*. Oxford: Intellect.

Petko, D., Waldis, M., Pauli, Ch. & Reusser, K. (2003). Methodologische Überlegungen zur videogestützten Forschung in der Mathematikdidaktik. Ansätze der TIMMSS 1999 Video Studie und ihrer schweizerischen Erweiterung. *ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik International Reviews on Mathematical Education, 35* (6), 265–280.

PISA Konsortium. (2012). *Erfassung fächerübergreifender Problemlösekompetenzen in PISA* (OECD PISA, Hrsg.). Verfügbar unter https://www.mpib-berlin.mpg.de/Pisa/Problemloesen.pdf (letzter Zugriff am 26.10.2015).

Pollak, H. O. (1969). How Can We Teach Applications of Mathematics? *Educational Studies in Mathematics, 2* (2/3), 393–404.

Pólya, G. (1949). *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*. Bern: A. Francke AG.

Prenzel, M., Sälzer, C., Klieme, E. & Köller, O. (Hrsg.). (2013). *Pisa 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland*. Münster: Waxmann.

Radatz, H. & Schipper, W. (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.

Rasch, R. (2001). *Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Eine Studie zu Herangehensweisen von Grundschulkindern an anspruchsvolle Textaufgaben und Schlussfolgerungen für eine Unterrichtsgestaltung, die entsprechende Lösungsfähigkeiten fördert*. Hildesheim: Franzbecker.

Rasch, R. (2003). *42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren*. Seelze-Velber: Kallmeyer.

Reed Woleck, K. (2001). Listen to Their Pictures. An Investigation of Children's Mathematical Drawings. In A. Cuoco & F. R. Curcio (Hrsg.), *The roles of representation in school mathematics* (S. 215–227). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Reiser, B. J. (2004). Scaffolding Complex Learning: The Mechanisms of Structuring and Problematizing Student Work. *The Journal of the Learning Sciences, 13* (3), 273–304.

Renkl, A. (2005). The Worked-Out Examples Principle in Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 229–245). Cambridge: Cambridge University Press.

Resnick, L. B. & Ford, W. W. (1978). The analysis of tasks for instruction: An information-processing approach. In A. C. Catania & T. A. Brigham (Hrsg.), *Handbook of applied behavior analysis. Social and instructional processes.* New York: Irvington Publishers; Distributed by Halsted Press.

Reuter, T., Schnotz, W. & Rasch, R. (2015). Drawings and Tables as Cognitive Tools for Solving Non-Routine Word Problems in Primary School. *American Journal of Educational Research, 3* (11), 1187–1197.

Riley, M. S. (1981). *Conceptual and procedural knowledge in development*. Unpublished Master's thesis, University of Pittsburgh. Pittsburgh.

Riley, M. S. & Greeno, J. G. (1988). Developmental Analysis of Understanding Language about Quantities and of Solving Problems. *Cognition and instruction, 5* (1), 49–101.

Riley, M. S., Greeno, J. G. & Heller, J. I. (1983). Development of Childrens's Problem-Solving Ability in Arithmetic. In H. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of mathematical thinking* (S. 153–198). New York: Academic Press.

Robinson, D. H. & Schraw, G. (1994). Computational Efficiency through Visual Argument: Do Graphic Organizers Communicate Relations in Text Too Effectively? *Contemporary Educational Psychology, 19* (4), 399–415.

Rosenshine, B. (2009). The Empirical Support for Direct Instruction. In S. Tobias & T. M. Duffy (Hrsg.), *Constructivist instruction. Success or failure?* (S. 201–220). London: Routledge.

Rost, D. H. (Hrsg.). (2006). *Handwörterbuch pädagogische Psychologie* (3. Aufl.). Weinheim [u. a.]: Beltz, PVU.

Salomon, G., Perkins, D. N. & Globerson, T. (1991). Partners in cognition: Extending human intelligence with intelligent technologies. *Educational Researcher, 20,* 2–9.

Schell, L. M. & Burns, P. C. (1962). Pupil performance with three types of subtraction situations. *School Science and Mathematics, 62* (3), 208–214.

Schneeberger, M. (2009). *Verstehen und Lösen von mathematischen Textaufgaben im Dialog. Der Erwerb von Mathematisierkompetenz als Initiation in eine spezielle Diskurspraxis* (Bd. 529). Univ. Dissertation Zürich, 2007. Münster: Waxmann.

Schnotz, W. (1994). *Aufbau von Wissensstrukturen. Untersuchungen zur Kohärenzbildung beim Wissenserwerb mit Texten*. Weinheim: Beltz.

Schnotz, W. (2002a). Towards an Integrated View of Learning From Text and Visual Displays. *Educational Psychology Review, 14* (1), 101–120.

Schnotz, W. (2002b). Wissenserwerb mit Texten, Bildern und Diagrammen. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Information und Lernen mit Multimedia und Internet. Lehrbuch für Studium und Praxis* (3. vollst. überarb. Aufl., S. 65–82). Weinheim [u. a.]: Beltz PVU.

Schnotz, W. (2006). Visuelles Lernen. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch pädagogische Psychologie* (3. Aufl., S. 853–859). Weinheim [u. a.]: Beltz, PVU.

Schnotz, W. (2009). *Pädagogische Psychologie kompakt* [Neuausg.]. Weinheim [u. a.]: Beltz, PVU.

Schnotz, W. (2014). Integrated Model of Text and Picture Comprehension. In R. E. Mayer (Hrsg.), *Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (2. Aufl., S. 72–103). Cambridge: Cambridge University Press.

Schnotz, W., Baadte, C., Müller, A. & Rasch, R. (2011). Kreatives Problemlösen mit bildlichen und beschreibenden Repräsentationen. In K. Sachs-Hombach & R. Totzke (Hrsg.), *Bilder – Sehen – Denken. Zum Verhältnis von begrifflich-philosophischen und empirisch-psychologischen Ansätzen in der bildwissenschaftlichen Forschung* (S. 204–252). Köln: Herbert von Halem Verlag.

Schnotz, W. & Bannert, M. (1999). Einflüsse der Visualisierungsform auf die Konstruktion mentaler Modelle beim Text- und Bildverstehen. *Zeitschrift für Experimentelle Psychologie, 46* (3), 2 17 -236.

Schnotz, W. & Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representation. *Learning and Instruction, 13* (2), 141–156.

Schnotz, W. & Cade, W. (2014). Adaptive multimedia environments. In R. Sottilare, A. Graesser, X. Hu & B. Goldberg (Hrsg.), *Design Recommendations for Adaptive Intelligent Tutoring Systems: Volume 2 – Adaptive Instructional Strategies* (Volume 2, S. 283–295). Orlando, FL: U.S. Army Research Laboratory.

Schnotz, W., Fries, S. & Horz, H. (2009). Motiviational aspects of cognitive load theory. In M. Wosnitza, S. A. Karabenick, A. Efklides & P. Nenninger (Hrsg.), *Contemporary motivation research. From global to local perspectives* (S. 69–96). Cambridge: Hogrefe & Huber Publishers.

Schnotz, W. & Kürschner, C. (2007). A Reconsideration of Cognitive Load Theory. *Educational Psychology Review, 19* (4), 469–508.

Schnotz, W. & Kürschner, C. (2008). External and internal representations in the acquisition and use of knowledge: visualization effects on mental model construction. *Instructional Science, 36* (3), 175–190.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Schwamborn, A., Mayer, R. E., Thillmann, H., Leopold, C. & Leutner, D. (2010). Drawing as a generative activity and drawing as a prognostic activity. *Journal of Educational Psychology, 102* (4), 872–879.

Schwamborn, A., Thillmann, H., Leopold, C., Sumfleth, E. & Leutner, D. (2010). Der Einsatz von vorgegebenen und selbst generierten Bildern als Textverstehenshilfe beim Lernen aus einem naturwissenschaftlichen Sachtext. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 24* (3), 221–233.

Schwamborn, A., Thillmann, H., Opfermann, M. & Leutner, D. (2011). Cognitive load and instructionally supported learning with provided and learner-generated visualizations. *Computers in Human Behavior, 27* (1), 89–93.

Schwartz, D. L., Lindgren, R. & Lewis, S. (2009). Constructivism in an Age of Non-Construcivist Assessments. In S. Tobias & T. M. Duffy (Hrsg.), *Constructivist instruction. Success or failure?* (S. 34–61). London: Routledge.

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)*. München, Neuwied: Luchterhand. Verfügbar unter http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Deutsch-Primar.pdf (letzter Zugriff am 26.10.2015).

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.). (2005). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)*. München, Neuwied: Luchterhand.

Shores, J. & Underhill, R. G. (1976). *An analysis of kindergarten and first-grade children's addition and subtraction problem-solving modeling and accuracy.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, California, April 19-23, 1976, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 121626).

Snow, R. E. (1989). Aptitude-treatment interaction as a framework of research in individual differences in learning. In P. L. Ackerman, R. J. Sternberg & R. Glaser (Hrsg.), *Learning and Individual Differences* (S. 13–59). New York: Freeman.

Stern, E. (1993). What Makes Certain Arithmetic Word Problems Involving the Comparison of Sets So Difficult for Children? *Journal of Educational Psychology, 85* (1), 7–23.

Stern, E. (1998). *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter*. Lengerich: Pabst.

Stern, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 137–149). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Stern, E., Aprea, C. & Ebner, H. G. (2003). Improving cross-content transfer in text processing by means of active graphical representation. *Learning and Instruction, 13* (2), 191–203.

Sturm, N. (2015). *Der Einfluss eines Trainings auf die Generierung und Nutzung externer Repräsentationen beim Lösen problemhaltiger Textaufgaben* (Arbeitstitel). Unveröffentlichte Dissertation, Universität Koblenz-Landau. Landau.

Sweller, J. (1988a). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12* (2), 257–285.

Sweller, J. (1988b). Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive Science, 12* (2), 257–285.

Sweller, J. (2005). Implications of Cognitive Load Theory for Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 19–30). Cambridge: Cambridge University Press.

Sweller, J. (2009). What Human Cognitive Architecture Tells Us About Constructivism. In S. Tobias & T. M. Duffy (Hrsg.), *Constructivist instruction. Success or failure?* (S. 127–143). London: Routledge.

Sweller, J. & Cooper, G. A. (1985). The Use of Worked Examples as a Substitute for Problem Solving in Learning Algebra. *Cognition and instruction, 2* (1), 59–89.

Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G. & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review, 10* (3), 251–296.

Tabachnick, B. G. & Fidell, L. S. (2010). *Using multivariate statistics* (5. Aufl., Pearson internat. ed., [Nachdr.]. Boston, MA: Pearson/Allyn and Bacon.

Thevenot, C. (2010). Arithmetic word problem solving: Evidence for the construction of a mental model. *Acta Psychologica, 133* (1), 90–95.

Tobias, S. & Duffy, T. M. (Hrsg.) (2009). *Constructivist instruction. Success or failure?* London: Routledge.

Travers, R. M. & Alvarado, V. (1970). The design of pictures for teaching children in elementary school. *AV Communication Review, 18,* 47–64.

Vekiri, I. (2002). What is the value of graphical displays in learning? *Educational Psychology Review, 14* (3), 261–312.

Verschaffel, L., de Corte, E., Lasure, S., van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to Solve Mathematical Application Problems: A Design Experiment With Fifth Graders. *Mathematical Thinking and Learning, 1* (3), 195–229.

Verschaffel, L., de Corte, E. & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology, 84* (1), 85–94.

Verschaffel, L., Greer, B. & de Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse [Netherlands]: Swets & Zeitlinger Publishers.

Vigotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K. & Nurmi, J. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology, 28* (4), 409–426.

Wickelgren, W. A. (1974). *How to Solve Problems: Elements of a Theory of Problems and Problem Solving*. New York: W. H. Freeman.

Wilkin, B. (1997). Learning from explanations: diagrams can „inhibit" the self-explanation effect. *Reasoning with diagrammatic representations II: Papers from the 1997 Fall Symposium* (S. 136–143). Menlo Park, CA: AAAI Press.

Willis, G. B. & Fuson, K. C. (1988). Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology, 80* (2), 192–201.

Winter, H. (1992). *Sachrechnen in der Grundschule. Problematik des Sachrechnens; Funktionen des Sachrechnens; Unterrichtsprojekte* (2. Aufl.). Frankfurt am Main: Cornelsen Scriptor.

Wittrock, M. C. (1992). Generative Learning Processes of the Brain. *Educational Psychologist, 27* (4), 531–541.

Wolters, Miriam A. D. (1983). The part-whole schema and artithmetical problems. *Educational Studies in Mathematics, 14* (2), 127–138.

Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The Role of Tutoring in Problem Solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17* (2), 89–100.

Zhang, J. (1997). The Nature of External Representations in Problem Solving. *Cognitive Science, 21* (2), 179–217.

Zhao, F., Schnotz, W. & Gaschler, R. (2014). Eye Tracking Indicators of Reading Approaches in Text-Picture Comprehension. *Frontline Learning Research, 2* (5), 46–66.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass mir die geltende Promotionsordnung des Fachbereichs 8 (Psychologie) der Universität Koblenz-Landau, Campus Landau, bekannt ist. Ich habe diese Dissertation selbst angefertigt und habe alle von mir benutzten Hilfsmittel und Quellen in meiner Arbeit angegeben. Alle den benutzten Quellen wörtlich oder sinngemäß entnommenen Stellen sind als solche einzeln kenntlich gemacht. Die Hilfe eines Promotionsberaters habe ich nicht in Anspruch genommen.

Damaris Hagen, Anna Schmid und Sonja Swidersky haben mich entgeltlich als studentische Hilfskräfte bei der Datenerhebung, -eingabe und -codierung unterstützt. Kelly Rosch hat mich entgeltlich als DAAD-Forschungspraktikantin im Rahmen des RISE-Programms bei der Datencodierung unterstützt. Darüber hinaus hat Sonja Swidersky eine Arbeitsversion der Dissertationsschrift unentgeltlich gelesen und mich auf formale und inhaltliche Unstimmigkeiten hingewiesen. Dr. Christine Bähr-Bermes hat die finale Version der Dissertationsschrift hinsichtlich Orthografie, Grammatik, Zeichensetzung, Silbentrennung, formale Vereinheitlichung von Schreibweisen, Hinweise zu stilistischen Textmerkmalen (wie etwa Satzbau und Wortwahl) und einer Überprüfung der Umbrüche entgeltlich lektoriert. Darüber hinaus haben keine weitere Dritte unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen von mir für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Auch habe ich diese Arbeit noch nicht als Prüfungsarbeit für eine staatliche oder andere wissenschaftliche Prüfung vorgelegt und weder die gleiche noch eine in wesentlichen Teilen ähnliche oder eine andere Abhandlung bei einer anderen Hochschule bzw. anderen Fakultät als Dissertation eingereicht. Teile der Dissertationsschrift wurden von mir als Erstautor bereits veröffentlicht: (1) Reuter, T., Schnotz, W. & Rasch, R. (2015). Drawings and Tables as Cognitive Tools for Solving Non-Routine Word Problems in Primary School. *American Journal of Educational Research, 3* (11), 1187–1197. (2) Reuter, T., Schnotz, W., Rasch, R. (2014). Does Representation matter? Teacher-provided Tables and Drawings as Cognitive Tools for Solving Non-Routine Word Problems in Primary School. In: Bilsel, A.; Garip, M. U. (Ed.): *Proceedings of the Frontiers in Mathematics and Science Education Research Conference 1-3 May 2014, Famagusta, North Cyprus*, Famagusta: Science and Education Research Group at EMU, 34–43.

Ich versichere, dass die oben gemachten Angaben nach meinem besten Wissen der Wahrheit entsprechen und ich nichts verschwiegen habe.

Ort, Datum, Unterschrift

Danksagung

Eine solche Arbeit ist nicht ohne das Zutun anderer Menschen möglich.

An erster Stelle möchte ich mich bei meinen Betreuern Herrn Professor Dr. Wolfgang Schnotz und Frau Professorin Dr. Renate Rasch bedanken. Sie setzten von Anfang an großes Vertrauen in mich und in den Erfolg meiner Arbeit. Sie ließen mir die nötige Freiheit, meine Ideen umzusetzen, und standen mir gleichzeitig jederzeit nicht nur mit fachlichem Rat zur Seite sondern auch mit ermutigenden Worten, immer dann, wenn ich sie im Laufe der letzten drei Jahre benötigte.

Mein größter Dank gilt meiner Familie – insbesondere meiner wunderbaren Frau. Sie brachte mir ein unerschöpfliches Verständnis entgegen. Sie hörte sich meine Sorgen und Befürchtungen an, sie hielt mir den Rücken frei und unterstützte mich mit ihrer grenzenlosen Liebe. Auch meiner Tochter Emilia und meinem Sohn Gabriel möchte ich danken. Emilia sagte mir, dass sie das Gleiche arbeiten möchte wie ich, wenn sie groß ist. Ich konnte ihr in diesem Moment zwar nicht erklären, was ich den ganzen Tag lang so tue, aber es erfüllte mich mit Freude und machte mich auch ein wenig stolz – und es spornte mich an, diese Arbeit so gut wie möglich zu schreiben! Wenn Gabriel mit seinem Spielzeugauto durch die Wohnung flitzte und Emilia mit mir Bücher las – das waren die Momente, in denen ich abschalten und neue Kraft tanken konnte!

Viele weitere Menschen haben mich in diesen drei Jahren begleitet. Ich möchte mich bei Herrn Professor Dr. Lieven Verschaffel von der Katholieke Universiteit Leuven (Belgien) bedanken, der mir als ‚Critical Friend' mit inhaltlichem Rat zur Seite stand. Auch gilt mein Dank Herrn Professor Dr. Richard E. Mayer von der University of California, Santa Barbara, bei dem ich einen sehr inspirierenden Forschungsaufenthalt verbringen durfte. Der ‚California-Spirit' hat mich lange begleitet und klingt heute noch in mir nach. Danken möchte ich auch meinen studentischen Mitarbeiterinnen Damaris Hagen, Anna Schmid und vor allem Sonja Swidersky. Frau Swidersky hat meine Arbeit fast über die ganzen drei Jahre mit immer gutem Rat und guter Tat begleitet. Vielen Dank auch an Kelly Rosch von der University of Central Florida, die als Undergraduate Student einen Forschungsaufenthalt bei mir machte und mich tatkräftig unterstützte. Bei gutem Pfälzer Wein konnten wir darüber hinaus viele interessante Gespräche über kulturelle Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den USA und Deutschland führen.

Nicht zuletzt gilt mein Dank der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG). Ihre großzügige finanzielle Zuwendung ermöglichte mir neben der Promotion im DFG Graduiertenkolleg „Unterrichtsprozesse" auch die Teilnahme an zahlreichen nationalen und internationalen Konferenzen, Workshops und Summer Schools.

Curriculum Vitae
Timo Reuter

geboren am 12.05.1981

Beruflicher Werdegang

10/2015 – heute	Research Manager Book bei **GfK Entertainment**, Baden-Baden
12/2012 – 09/2015	Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Promovend **DFG Graduiertenkolleg „Unterrichtsprozesse“** an der Universität Koblenz-Landau, Campus Landau
10/2014 – 11/2014	Visiting Researcher am **Department of Psychological & Brain Sciences at the University of California,** Santa Barbara, USA
10/2008 – 11/2012	Projektleiter am **Institut für Lese- und Medienforschung der Stiftung Lesen**, Mainz
05/2007 – 09/2008	Research Consultant bei **smartcon GmbH**, Mainz

Bildungsgang

2001-2007	Studium der **Publizistik** und der **Filmwissenschaft** an der **Johannes Gutenberg-Universität,** Mainz
1993-2000	Gymnasium der **Geschwister Scholl Schule**, Bensheim

Landau, den 28.04.2016

Die Rolle externer Repräsentationen für die Konstruktion und Nutzung mentaler Modelle bei der Lösung problemhaltiger Textaufgaben in der Primarstufe

Anhang zur Dissertationsschrift

Inhaltsverzeichnis Anhang

Tabellenverzeichnis Anhang

1 Tabellenanhang

Tabelle 1

Übersicht der Treatments der explorativen Vorstudie

		Aufgabenheft 1			Aufgabenheft 2			Aufgabenheft 3			Aufgabenheft 4		
Treatment	**1**	V1	K1	B1	V2	K2	B2	V3	K3	B3	V4	K4	B4
	2	K1	B1	V1	K2	B2	V2	K3	B3	V3	K4	B4	V4
	3	B1	V1	K1	B2	V2	K2	B3	V3	K3	B4	V4	K4
	4	V3	K3	B3	V1	K1	B1	V4	K4	B4	V2	K2	B2
	5	K3	B3	V3	K1	B1	V1	K4	B4	V4	K2	B2	V2
	6	B3	V3	K3	B1	V1	K1	B4	V4	K4	B2	V2	K2
	7	V2	K2	B2	V4	K4	B4	V1	K1	B1	V3	K3	B3
	8	K2	B2	V2	K4	B4	V4	K1	B1	V1	K3	B3	V3
	9	B2	V2	K2	B4	V4	K4	B1	V1	K1	B3	V3	K3
	10	V4	K4	B4	V3	K3	B3	V2	K2	B2	V1	K1	B1
	11	K4	B4	V4	K3	B3	V3	K2	B2	V2	K1	B1	V1
	12	B4	V4	K4	B3	V3	K3	B2	V2	K2	B1	V1	K1

V = Verhältnisaufgabe

K = Kombinatorikaufgabe

B = Bewegungsaufgabe

Aufgabenset 1
Aufgabenset 2
Aufgabenset 3
Aufgabenset 4

Tabelle 2

Tetrachorische Korrelationen der Lösungsraten bei den Kombinatorikaufgaben der explorativen Vorstudie

Kombinatorikaufgaben

Aufgabe	Eis	Lego	Handschläge	Telefonleitungen
Eis	—	.481*		
Lego		—	.487*	
Handschläge			—	.628**
Telefonleitungen				—

Bemerkung: * = $p < .05$, ** = $p < .01$, *** = $p < .001$

Tabelle 3

Tetrachorische Korrelationen der Lösungsraten bei den Vergleichssaufgaben der explorativen Vorstudie

Verhältnisaufgaben

Aufgabe	Kino	Karten	Alter	Schneebälle
Kino	—	.792**	.582*	.580*
Karten		—	.653*	.877***
Alter			—	.586*
Schneebälle				—

Bemerkung: * = $p < .05$, ** = $p < .01$, *** = $p < .001$

Tabelle 4

Tetrachorische Korrelationen der Lösungsraten bei den Bewegungsaufgaben der explorativen Vorstudie

Bewegungsaufgaben

Aufgabe	Ameise	Züge	Wettlauf	Schnecke
Ameise	—			.688
Züge		—	.815**	
Wettlauf			—	
Schnecke				—

Bemerkung: * = $p < .05$, ** = $p < .01$, *** = $p < .001$

Tabelle 5

Externe Repräsentationen bei den Vergleichsaufgaben der explorativen Vorstudie

	Aufgabe				
	Gesamt (n = 209)	Kino (n = 53)	Karten (n = 52)	Alter (n = 52)	Schneebälle (n = 52)
Art der Repräsentation	%	%	%	%	%
schriftliche Rechnung	31	45	42	15	19
Zeichnung	1	2	0	0	4
Tabelle/Auflistung	10	13	8	10	8
sonstige	0	0	0	0	0
keine	63	49	52	77	73

Tabelle 6

Externe Repräsentationen bei den Kombinatorikaufgaben der explorativen Vorstudie

	Aufgabe				
	Gesamt (n = 209)	Eis (n = 52)	Lego (n = 53)	Handschläge (n = 52)	Telefonleitungen (n = 52)
Art der Repräsentation	%	%	%	%	%
schriftliche Rechnung	7	2	2	13	10
Zeichnung	25	10	15	21	54
Tabelle/Auflistung	26	46	36	21	2
sonstige	1	2	0	4	0
keine	43	40	51	44	35

Tabelle 7

Externe Repräsentationen bei den Bewegungsaufgaben der explorativen Vorstudie

	Aufgabe				
	Gesamt (n = 209)	Ameise (n = 52)	Züge (n = 52)	Wettlauf (n = 52)	Schnecke (n = 53)
Art der Repräsentation	%	%	%	%	%
schriftliche Rechnung	14	0	25	8	25
Zeichnung	14	25	12	10	11
Tabelle/Auflistung	7	4	2	4	17
sonstige	< 1	0	2	0	0
keine	67	71	60	79	57

Tabelle 8

Zusammenhang von Verwendung einer externen Repräsentation und Lösungserfolg nach Aufgaben in der explorativen Vorstudie

Aufgabe	ϕ	*p*
Gesamt	**.185**	**< .001**
Kino (n = 53)	.058	n.s.
Karten (n = 52)	.161	n.s.
Alter (n = 52)	.002	n.s.
Schneebälle (n = 52)	.113	n.s.
Eis (n = 52)	.105	n.s.
Lego (n = 53)	.116	n.s.
Handschläge (n = 52)	.151	n.s.
Telefonleitungen (n = 52)	.576	< .001
Ameise (n = 52)	.135	n.s.
Züge (n = 52)	.189	n.s.
Wettlauf (n = 52)	.404	< .05
Schnecke (n = 53)	-.022	n.s.

Tabelle 9

Effekte des GEE-Modells für die wahrgenommene Schwierigkeit in der experimentellen Vorstudie

		wahrgenommene Schwierigkeit ($n_S = 68$) ($n_F = 408$)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	0.037	.848
(B) Grad der Vorstrukturierung	4	4.885	.299
(C) Aufgabentyp	2	73.623	< .001
A x B	4	0.498	.974
A x C	2	0.245	.885
B x C	8	6.500	.591
A x B x C	8	4.861	.772

Tabelle 10

Effekte des GEE-Modells für die wahrgenommene Anstrengung in der experimentellen Vorstudie

		wahrgenommene Anstrengung ($n_S = 68$) ($n_F = 408$)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	0.075	.784
(B) Grad der Vorstrukturierung	4	4.670	.323
(C) Aufgabentyp	2	36.669	< .001
A x B	4	1.616	.806
A x C	2	3.220	.200
B x C	8	8.003	.433
A x B x C	8	1.450	.994

Tabelle 11

Effekte des GEE-Modells für die Bearbeitungsdauer in der experimentellen Vorstudie

		Bearbeitungsdauer ($n_S = 68$) ($n_F = 408$)	
Faktor	*Df*	Wald-χ^2	*p*
(A) Repräsentation	1	0.000	.987
(B) Grad der Vorstrukturierung	4	1.265	.867
(C) Aufgabentyp	2	52.995	< .001
A x B	4	2.862	.581
A x C	2	5.263	.072
B x C	8	5.791	.671
A x B x C	8	4.101	.848

Tabelle 12

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Vorstudie für den Faktor Repräsentation auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 408)

	Repräsentation					
	Tabelle			Zeichnung		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*
Lösungsrate [a]	226	0.16		182	0.16	
Wahrgenommene Schwierigkeit [b]	219	2.18	1.10	179	2.19	1.04
Wahrgenommene Anstrengung [c]	219	2.32	1.11	178	2.38	1.08
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	160	151.4	157.2	146	160.4	156.5

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben,
[b] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 13

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Vorstudie für den Faktor Aufgabentyp auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 408)

	Aufgabentyp								
	Kombinatorik			Verhältnis			Bewegung		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	(*SD*)	*n*	*M*	(*SD*)	*n*	*M*	(*SD*)
Lösungsrate [a]	136	0.13	0.34	136	0.21	0.41	136	0.14	0.39
Wahrgenommene Schwierigkeit [b]	135	1.69	0.81	130	2.33	1.10	133	2.54	1.10
Wahrgenommene Anstrengung [c]	134	1.96	0.96	130	2.45	1.12	133	2.63	1.10
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	113	94	105	104	169	150	89	218	189

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 14

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Vorstudie für den Faktor Grad der Vorstrukturierung (n = 408)

	Grad der Vorstrukturierung														
	Stufe 1 (gering)			Stufe 2			Stufe 3			Stufe 4			Stufe 5 (hoch)		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*
Lösungsrate [a]	82	0.21		82	0.18		80	0.09		82	0.17		82	0.15	
Wahrgenommene Schwierigkeit [b]	80	2.28	1.07	82	2.26	1.16	79	2.00	0.97	77	2.19	1.01	80	2.19	1.13
Wahrgenommene Anstrengung [c]	80	2.45	1.08	81	2.35	1.13	79	2.16	1.04	77	2.35	1.04	80	2.42	1.16
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	62	161.8	176.5	64	146.4	133.0	56	153.9	178.1	64	148.1	136.3	60	169.2	161.4

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 15

Item-Charakteristiken der „Attitude Inventory Items Scale“

Item	*min*	*max*	*M*	*SD*	*Schiefe*	*Kurtosis*	*p (K-S-Test)*	*Schwierigkeit (Dahl)*	*part-whole-corr*	*Cronbachs Alpha*
Ich habe bessere Lösungsideen bei kniffligen Textaufgaben als meine Mitschüler	1	4	2,26	0,854	0,122	-0,634	0,000	32	0,513	0,797
Ich kann Textaufgaben lösen, die viele in meiner Klasse nicht können	1	4	2,38	0,864	0,095	-0,593	0,000	34	0,498	0,797
Wenn ich etwas angefangen habe, bringe ich es auch zu Ende	1	4	3,42	0,721	-1,079	0,748	0,000	60	0,438	0,802
Egal wie knifflig eine Textaufgabe ist – ich versuche es	1	4	3,46	0,709	-1,218	1,181	0,000	62	0,459	0,801
Ich bin gut bei kniffligen Textaufgaben	1	4	2,8	0,863	-0,49	-0,228	0,000	45	0,701	0,784
Egal ob in der Schule oder zu Hause: Gibt es ein Problem, finde ich eine Lösung	1	4	3,34	0,708	-0,871	0,543	0,000	59	0,360	0,804
Ich arbeite so lange an einer Textaufgabe, bis ich mit dem Ergebnis völlig zufrieden bin	1	4	2,96	1,028	-0,503	-0,981	0,000	49	0,489	0,796
Ich kann auch sehr schwere Textaufgaben lösen	1	4	2,76	0,906	-0,384	-0,536	0,000	44	0,308	0,807
Ich mag Textaufgaben	1	4	2,87	1,078	-0,54	-0,966	0,000	47	0,643	0,787
Ich lasse knifflige Textaufgaben einfach aus	1	4	2,26	0,822	-0,033	-0,708	0,000	43	0,412	0,802
Textaufgaben, die ich nicht gleich verstehe, finde ich blöd	1	4	1,82	0,943	0,831	-0,405	0,000	55	0,242	0,811
Ist eine Aufgabe zu schwer, gehe ich zur nächsten	1	4	2,79	0,985	-0,553	-0,62	0,000	30	0,305	0,808
Bei kniffligen Textaufgaben brauche ich Hilfe	1	4	2,52	0,797	-0,442	-0,34	0,000	37	0,401	0,802
Textaufgaben sind zu schwer für mich	1	4	2,11	0,825	-0,033	-1,16	0,000	47	0,432	0,800
Bei Textaufgaben fühle ich mich unwohl	1	4	1,99	0,954	0,349	-1,207	0,000	50	0,421	0,801
Ich werde ungeduldig, wenn ich nicht gleich auf die Lösung komme	1	4	2,16	0,963	0,29	-0,937	0,000	46	0,238	0,812
Ich schreibe einfach irgendeine Antwort hin, um nicht lange nachdenken zu müssen	1	3	1,27	0,596	2,081	3,145	0,000	68	0,009	0,817
Bei Textaufgaben gehöre ich zu den Besten in meiner Klasse	1	4	2,41	0,928	-0,083	-0,871	0,000	35	0,484	0,797
Bei kniffligen Textaufgaben versinke ich in meinen Gedanken	1	4	2,33	1,092	0,213	-1,247	0,000	33	0,048	0,825
Auch wenn ich eine Textaufgabe nicht lösen kann – ich finde es toll zu probieren	1	4	3,29	0,847	-0,914	-0,13	0,000	57	0,265	0,809

Tabelle 16

Exploratorische Faktorenanalyse der „Attitude Inventory Items Scale“

Item	Faktor 1	Faktor 2
Ich habe bessere Lösungsideen bei kniffligen Textaufgaben als meine Mitschüler	0,723	
Ich kann Textaufgaben lösen, die viele in meiner Klasse nicht können	0,682	
Wenn ich etwas angefangen habe, bringe ich es auch zu Ende	0,658	
Egal wie knifflig eine Textaufgabe ist – ich versuche es	0,567	
Ich bin gut bei kniffligen Textaufgaben	0,553	0,501
Egal ob in der Schule oder zu Hause: Gibt es ein Problem, finde ich eine Lösung	0,551	
Ich arbeite so lange an einer Textaufgabe, bis ich mit dem Ergebnis völlig zufrieden bin	0,547	
Ich kann auch sehr schwere Textaufgaben lösen	0,540	
Ich mag Textaufgaben	0,516	
Ich lasse knifflige Textaufgaben einfach aus		-0,407
Textaufgaben, die ich nicht gleich verstehe, finde ich blöd		-0,454
Ist eine Aufgabe zu schwer, gehe ich zur nächsten		-0,456
Bei kniffligen Textaufgaben brauche ich Hilfe		-0,488
Textaufgaben sind zu schwer für mich		-0,503
Bei Textaufgaben fühle ich mich unwohl		-0,596
Ich werde ungeduldig, wenn ich nicht gleich auf die Lösung komme		-0,647
Ich schreibe einfach irgendeine Antwort hin, um nicht lange nachdenken zu müssen		
Bei Textaufgaben gehöre ich zu den Besten in meiner Klasse		
Bei kniffligen Textaufgaben versinke ich in meinen Gedanken		
Auch wenn ich eine Textaufgabe nicht lösen kann – ich finde es toll zu probieren		

Bemerkung: Dargestellt sind Faktorladungen > .1 bzw. < -.1

Tabelle 17

Item-Charakteristiken der "Retrospective Metacognitive Questionnaire Child Scale"

Item	*min*	*max*	*M*	*SD*	*Schiefe*	*Kurtosis*	*p (K-S-Test)*	*Schwierigkeit (Dahl)*	*part-whole-corr*	*Cronbachs Alpha*
Wenn ich fertig bin, überprüfe ich, ob ich irgendwo einen Fehler gemacht habe	1	4	2,94	1,014	-0,524	-0,887	0,000	48	0,549	0,785
Bevor ich anfange, überlege ich erst, wie ich Schritt für Schritt zum Ziel kommen kann	1	4	2,67	0,933	-0,26	-0,73	0,000	42	0,622	0,781
Noch bevor ich rechne, kann ich schon einschätzen, ob ich zum richtigen Ergebnis kommen werde oder nicht	1	4	2,7	0,961	-0,252	-0,839	0,000	42	0,563	0,785
Ich prüfe bei jedem Schritt, ob ich richtig gerechnet habe	1	4	2,89	0,947	-0,456	-0,692	0,000	47	0,456	0,792
Ich kann Mitschülern gut erklären, wie ich eine Aufgabe gelöst habe	1	4	2,84	0,902	-0,358	-0,615	0,000	46	0,493	0,790
Bevor ich genau rechne, schätze ich, was ungefähr heraus kommen müsste	1	4	2,67	1,016	-0,424	-0,883	0,000	42	0,297	0,802
Ich lese mir eine Textaufgabe mehrmals durch, bevor ich mit der Rechnung beginne	1	4	3,02	0,992	-0,647	-0,666	0,000	50	0,306	0,802
Bei neuen Textaufgaben überlege ich, wie ich bei ähnlichen Aufgaben gerechnet habe	1	4	2,93	0,91	-0,596	-0,317	0,000	48	0,496	0,791
Ich mache mir eine Zeichnung	1	4	2,26	0,956	0,072	-1,037	0,000	32	0,559	0,785
Ich rechne einfach darauf los, ohne viel nachzudenken	1	4	2,37	1,18	0,176	-1,471	0,000	41	0,292	0,804
Bevor ich anfange, überlege ich, ob die Textaufgabe schwer oder leicht ist	1	4	2,52	1,017	-0,11	-1,07	0,000	38	0,575	0,783
Ich schreibe auf, was gegeben und gesucht ist	1	4	2,25	1,108	0,259	-1,295	0,000	31	0,542	0,785
Ich unterstreiche die wichtigen Informationen	1	4	2,3	0,976	-0,037	-1,138	0,000	33	0,532	0,787
Bei schwierigen Aufgaben arbeite ich besonders sorgfältig	1	4	3,22	0,77	-0,809	0,416	0,000	56	0,151	0,809
Wenn ich nicht weiter komme, probiere ich einen anderen Weg	1	4	3,22	0,813	-0,96	0,628	0,000	56	0,011	0,815
Ich lese den Text vollständig durch	2	4	3,89	0,359	-3,574	13,394	0,000	72	0,099	0,808
Ich lasse mir Zeit zu entscheiden, ob ich die Zahlen plus, minus, mal oder durch rechnen muss	1	4	3,08	0,893	-0,734	-0,16	0,000	52	0,094	0,812
Ich schreibe jeden Schritt meines Lösungswegs sorgfältig auf	1	4	2,7	1,034	-0,257	-1,067	0,000	43	0,195	0,809

Tabelle 18

Exploratorische Faktorenanalyse der „Retrospective Metacognitive Questionnaire Child Scale“

Item	Faktor 1	Faktor 2
Wenn ich fertig bin, überprüfe ich, ob ich irgendwo einen Fehler gemacht habe	0,788	
Bevor ich anfange, überlege ich erst, wie ich Schritt für Schritt zum Ziel kommen kann	0,668	
Noch bevor ich rechne, kann ich schon einschätzen, ob ich zum richtigen Ergebnis kommen werde oder nicht	0,614	
Ich prüfe bei jedem Schritt, ob ich richtig gerechnet habe	0,59	
Ich kann Mitschülern gut erklären, wie ich eine Aufgabe gelöst habe	0,547	
Bevor ich genau rechne, schätze ich, was ungefähr heraus kommen müsste	0,488	
Ich lese mir eine Textaufgabe mehrmals durch, bevor ich mit der Rechnung beginne	0,475	
Bei neuen Textaufgaben überlege ich, wie ich bei ähnlichen Aufgaben gerechnet habe	0,468	
Ich mache mir eine Zeichnung	0,432	
Ich rechne einfach darauf los, ohne viel nachzudenken		0,417
Bevor ich anfange, überlege ich, ob die Textaufgabe schwer oder leicht ist		-0,426
Ich schreibe auf, was gegeben und gesucht ist		-0,626
Ich unterstreiche die wichtigen Informationen		-0,73
Bei schwierigen Aufgaben arbeite ich besonders sorgfältig		
Wenn ich nicht weiter komme, probiere ich einen anderen Weg		
Ich lese den Text vollständig durch		
Ich lasse mir Zeit zu entscheiden, ob ich die Zahlen plus, minus, mal oder durch rechnen muss		
Ich schreibe jeden Schritt meines Lösungswegs sorgfältig auf		

Bemerkung: Dargestellt sind Faktorladungen > .1 bzw. < -.1

Tabelle 19

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptuntersuchung für die Dreifachinteraktion Test-Zeitpunkt x Aufgabentyp x Lösungshilfe

	Vortest				*Treatment-Test*				*Transfertest*			
	Experimental-gruppe		Kontroll-gruppe		Experimental-gruppe		Kontroll-gruppe		Experimental-gruppe		Kontroll-gruppe	
Abhängige Variablen	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)	*M*	(*SD*)
Lösungsrate [a]	0.25	(0.26)	0.29	(0.29)	0.36	(0.25)	0.37	(0.28)	0.32	(0.29)	0.39	(0.27)
Kombinatorik	0.31	(0.46)	0.30	(0.46)	0.32	(0.38)	0.46	(0.46)	0.44	(0.49)	0.59	(0.50)
Verhältnis	0.36	(0.48)	0.43	(0.50)	0.39	(0.42)	0.37	(0.43)	0.35	(0.48)	0.32	(0.48)
Bewegung	0.08	(0.27)	0.14	(0.35)	0.37	(0.35)	0.26	(0.37)	0.17	(0.37)	0.24	(0.44)
Aufgabenverständnis [b]	1.41	(0.71)	1.58	(0.80)	1.82	(0.60)	1.88	(0.69)	1.67	(0.74)	1.87	(0.74)
Kombinatorik	1.60	(1.25)	1.89	(1.15)	1.95	(0.81)	2.11	(0.92)	2.06	(1.01)	2.41	(0.99)
Verhältnis	1.97	(1.08)	1.97	(1.14)	1.94	(0.94)	2.05	(0.93)	1.78	(1.17)	1.78	(1.23)
Bewegung	0.66	(0.97)	0.86	(1.11)	1.79	(0.84)	1.65	(0.82)	1.17	(1.12)	1.43	(1.17)
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	2.30	(0.52)	2.17	(0.58)	2.03	(0.48)	1.94	(0.52)	1.92	(0.58)	1.67	(0.58)
Kombinatorik	1.88	(0.80)	1.81	(0.93)	1.61	(0.54)	1.67	(0.66)	1.51	(0.63)	1.52	(0.60)
Verhältnis	1.99	(0.80)	1.86	(0.85)	2.19	(0.74)	1.90	(0.64)	2.00	(0.86)	1.76	(0.70)
Bewegung	3.04	(0.72)	2.81	(0.68)	1.93	(0.58)	1.90	(0.60)	2.31	(0.92)	1.95	(0.92)
Wahrgenommene Anstrengung [d]	2.72	(0.65)	2.68	(0.76)	2.43	(0.65)	2.43	(0.80)	2.28	(0.77)	2.17	(0.96)
Kombinatorik	2.39	(0.89)	2.38	(0.92)	2.08	(0.82)	2.19	(0.98)	1.93	(0.91)	2.00	(1.14)
Verhältnis	2.42	(0.92)	2.58	(1.02)	2.54	(0.81)	2.42	(0.93)	2.30	(0.92)	2.17	(1.09)
Bewegung	3.32	(0.66)	3.21	(0.78)	2.35	(0.77)	2.38	(0.82)	2.65	(1.01)	2.50	(1.10)
Bearbeitungsdauer (in Sekunden) [e]	304.3	(138.9)	322.2	(161.5)	171.2	(54.9)	201.6	(85.1)	166.3	(67.9)	167.8	(61.4)
Kombinatorik	219.7	(124.8)	234.5	(177.7)	164.1	(43.3)	132.6	(56.9)	117.7	(89.4)	133.9	(51.2)
Verhältnis	181.4	(107.8)	287.3	(232.8)	164.1	(85.3)	176.5	(102.2)	125.0	(93.5)	123.3	(67.0)
Bewegung	482.8	(304.1)	386.7	(236.8)	231.8	(99.9)	266.8	(177.8)	235.2	(140.2)	262.5	(156.6)

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, n = 102 (Experimentalgruppe) und n = 21 (Kontrollgruppe), [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt, n = 106 (Experimentalgruppe) und n = 24 (Kontrollgruppe), [e] n = 57 (Experimentalgruppe) und n = 16 (Kontrollgruppe)

Tabelle 20

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable Vorwissen (Lösungsrate Vortest) für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.178***		.129***		.049†		.036†		.025	
(A) Score Vortest		.423***		.359***		-.203*		-.190*		-.153
(B) Lösungshilfe		.017		-.015		.074		-.022		-.056
Schritt 2	.000		.000		.000		.001		.010	
(A) Score Vortest		.390**		.337*		-.193		-.272		-.321
(B) Lösungshilfe		.015		-.016		.075		-.032		-.086
A*B		.038		.025		-.011		.090		.197

*p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabelle 21

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable Textverständnis für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.055**		.054**		.009		.000		.063	
(A) Textverständnis		.236**		.231**		.027		-.004		-.248*
(B) Lösungshilfe		.014		-.010		.093		.003		-.073
Schritt 2	.000		.004		.000		.000		.002	
(A) Textverständnis		.210		.354*		.033		.041		-.378
(B) Lösungshilfe		.012		.000		.094		.012		-.113
A*B		.028		-.137		-.006		-.046		.139

†p < .10, **p* < .05, ** *p* < .01, *** *p* < .001

Tabelle 22

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable allgemeine kognitive Fähigkeiten (IQ) für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.056**		.096***		.042†		.017		.011	
(A) IQ		.239**		.311***		-.184*		-.131		-.095
(B) Lösungshilfe		-.049		-.092		.119		.019		-.031
Schritt 2	.000		.002		.002		.000		.056†	
(A) IQ		.221		.211		-.279		-.136		-.592†
(B) Lösungshilfe		-.047		-.080		.128		.020		.047
A*B		.020		.111		.103		.006		.544†

†p < .10, **p* < .05, ** *p* < .01, *** *p* < .001

Tabelle 23

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable Rechenfähigkeit für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.208***		.131***		.039†		.025		.065	
(A) Rechenfähigkeit		.456***		.361***		-.160†		-.158†		-.251*
(B) Lösungshilfe		.016		-.014		-.015		-.059		-.027
Schritt 2	.006		.003		.000		.000		.001	
(A) Rechenfähigkeit		.312*		.256†		-.185		-.185		-.309
(B) Lösungshilfe		.013		-.017		-.017		-.059		-.028
A*B		.163		.119		.028		.051		.068

†p < .10, *p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabelle 24

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable Vorwissen (Lösungsrate Vortest) für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Transfertest

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.107***		.106***		.067*		.026		.032	
(A) Lösungsrate Erhebungszeitpunkt 1		.314***		.306***		-.225*		-.159†		-.170
(B) Lösungshilfe		-.073		-.093		.113		.018		-.070
Schritt 2	.010		.000		.003		.002		.035	
(A) Lösungsrate Erhebungszeitpunkt 1		.134		.301*		-.341		-.253		-.261
(B) Lösungshilfe		-.083		-.093		.101		.006		-.086
A*B		.204		.006		.128		.103		.108

*$p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

Tabelle 25

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable Textverständnis für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Transfertest

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.024		.030†		.022		.005		.030	
(A) Textverständnis		.123		.131†		.042		.060		-.162
(B) Lösungshilfe		-.081		-.101		.149		.054		-.077
Schritt 2	.001		.004		.001		.000		.002	
(A) Textverständnis		.068		.257		-.049		.103		-.031
(B) Lösungshilfe		-.086		-.090		.133		.063		-.036
A*B		.062		-.139		.094		-.044		-.140

†p < .10, *p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabelle 26

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable allgemeine kognitive Fähigkeiten (IQ) für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Transfertest

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.020		.051**		.072**		.025		.003	
(A) IQ		.109		.188*		-.234**		-.156†		-.011
(B) Lösungshilfe		-.111		-.157*		.171†		.060		-.055
Schritt 2	.015		.017†		.002		.002		.011	
(A) IQ		-.138		-.079		-.145		-.059		-.236
(B) Lösungshilfe		-.082		-.125		.163†		.048		-.019
A*B		.273		.295†		-.097		-.105		.247

†p < .10, *p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabelle 27

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Repräsentation und der Moderator-Variable Rechenfähigkeit für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Transfertest

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.120***		.147***		.024		.013		.013	
(A) Rechenfähigkeit		.335***		.368***		-.062		-.105		-.098
(B) Lösungshilfe		-.073		-.092		.139		.032		-.050
Schritt 2	.037**		.009		.003		.001		.000	
(A) Rechenfähigkeit		-.028		.186		.051		-.155		-.133
(B) Lösungshilfe		-.082		-.096		.144		.027		-.051
A*B		.411**		.205		-.125		.055		.041

†p < .10, *p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabelle 28

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Zeichnung und der Moderator-Variable Vorwissen (Lösungsrate Vortest) für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.138***		.124***		.019		.022		.030	
(A) Score Vortest		.370***		.351***		.134		.145		-.076
(B) Lösungshilfe		.056		.048		-.027		.055		-.161
Schritt 2	.000		.001		.001		.003		.015	
(A) Score Vortest		.339*		.305*		.184		.253		-.276
(B) Lösungshilfe		.054		.046		-.022		.068		-.197
A*B		.036		.053		-.055		-.118		.235

*$p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

Tabelle 29

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Zeichnung und der Moderator-Variable Textverständnis für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.035*		.055**		.004		.001		.029	
(A) Textverständnis		.185*		.234**		-.043		-.013		-.060
(B) Lösungshilfe		.053		.055		-.047		.030		-.165
Schritt 2	.000		.002		.000		.000		.008	
(A) Textverständnis		.183		.323†		-.032		-.038		-.326
(B) Lösungshilfe		.052		.062		-.045		.025		-.249
A*B		.002		-.099		-.012		.026		.284

†p < .10, **p* < .05, ** *p* < .01, *** *p* < .001

Tabelle 30

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Zeichnung und der Moderator-Variable allgemeine kognitive Fähigkeiten (IQ) für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.022		.044*		.027		.010		.038	
(A) IQ		.149†		.210**		.162†		.092		-.122
(B) Lösungshilfe		.005		-.014		-.063		.028		-.142
Schritt 2	.000		.000		.002		.000		.036	
(A) IQ		.193		.191		.266		.127		-.511
(B) Lösungshilfe		.000		-.011		-.073		.024		-.079
A*B		-.048		.021		-.113		-.038		.436

†$p < .10$, *$p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

Tabelle 31

Hierarchische multiple Regressionen mit dem Prädiktor Zeichnung und der Moderator-Variable Rechenfähigkeit für die abhängigen Variablen Lösungsrate, Aufgabenverständnis, Wahrgenommene Schwierigkeit, Wahrgenommene Anstrengung und Bearbeitungsdauer im Treatment-Test

	Lösungsrate (n = 181)		Aufgaben-verständnis (n = 181)		Wahrgenommene Schwierigkeit (n = 123)		Wahrgenommene Anstrengung (n = 130)		Bearbeitungsdauer (n = 69)	
Prädiktor	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β	ΔR^2	β
Schritt 1	.168***		.120***		.029		.028		.088*	
(A) Rechenfähigkeit		.409***		.346***		.166†		.164†		-.254*
(B) Lösungshilfe		.055		.047		-.030		.052		-.138
Schritt 2	.005		.004		.000		.000		.004	
(A) Rechenfähigkeit		.271†		.233		.161		.172		-.266
(B) Lösungshilfe		.051		.044		-.030		.053		-.138
A*B		.156		.128		.006		-.009		.014

†p < .10, **p* < .05, ** *p* < .01, *** *p* < .001

Tabelle 32

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptstudie nach Art der Repräsentation auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 931)

	Repräsentation					
	Tabelle			Zeichnung		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*
Lösungsrate [a]	470	0.33	0.47	461	0.40	0.49
Aufgabenverständnis [b]	465	1.73	1.18	468	1.96	1.11
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	437	2.12	0.92	443	1.97	0.87
Wahrgenommene Anstrengung [d]	444	2.48	0.96	443	2.33	0.96
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	399	199	132	400	163	110

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 33

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptstudie nach Grad der Vorstrukturierung auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 931)

	Grad der Vorstrukturierung								
	gering			mittel			hoch		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*
Lösungsrate [a]	309	0.34	0.47	311	0.31	0.47	311	0.44	0.49
Aufgabenverständnis [b]	311	1.72	1.18	311	1.77	1.14	311	2.04	1.11
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	289	2.19	0.90	292	2.05	0.92	299	1.89	0.84
Wahrgenommene Anstrengung [d]	292	2.46	0.95	298	2.45	0.98	297	2.30	0.94
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	269	176	112	268	169	137	262	198	117

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 34

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptstudie nach Aufgabentyp auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 931)

	Aufgabentyp								
	Kombinatorik			Verhältnis			Bewegung		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	(*SD*)	*n*	*M*	(*SD*)	*n*	*M*	(*SD*)
Lösungsrate [a]	311	0.32	0.47	303	0.40	0.49	317	0.37	0.48
Aufgabenverständnis [b]	311	1.97	1.02	304	1.95	1.14	318	1.62	1.26
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	299	1.67	0.69	286	2.17	0.92	295	2.29	0.94
Wahrgenommene Anstrengung [d]	303	2.11	0.90	289	2.50	0.96	295	2.61	0.95
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	277	132	73	254	159	96	268	252	152

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 35

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptstudie nach Repräsentation und Grad der Vorstrukturierung auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 391)

	Repräsentation																	
	Tabelle									Zeichnung								
	gering			mittel			hoch			gering			mittel			hoch		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	(*SD*)
Lösungsrate [a]	156	0.35	0.48	157	0.25	0.43	157	0.39	0.49	153	0.33	0.47	154	0.38	0.49	154	0.49	0.50
Aufgabenverständnis [b]	155	1.68	1.23	155	1.57	1.15	155	1.94	1.14	156	1.76	1.13	156	1.97	1.10	156	2.14	1.07
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	145	2.28	0.96	144	2.13	0.93	148	1.97	0.84	144	2.11	0.84	148	1.97	0.91	151	1.82	0.83
Wahrgenommene Anstrengung [d]	147	2.50	0.97	149	2.55	0.96	148	2.39	0.94	145	2.41	0.93	149	2.36	0.99	149	2.30	0.94
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	133	179	114	135	194	153	131	224	124	136	174	111	133	145	115	131	172	103

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 36

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptstudie nach Aufgabentyp und Repräsentation auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 931)

	Aufgabentyp																	
	Kombinatorik						Verhältnis						Bewegung					
	Tabelle			Zeichnung			Tabelle			Zeichnung			Tabelle			Zeichnung		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*
Lösungsrate [a]	157	0.22	0.42	154	0.42	0.49	156	0.40	0.49	147	0.39	0.49	157	0.36	0.48	160	0.38	0.49
Aufgabenverständnis [b]	155	1.81	0.99	156	2.12	1.02	155	1.86	1.23	149	2.05	1.02	155	1.52	1.28	163	1.71	1.23
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	149	1.77	0.75	150	1.57	0.61	145	2.27	0.94	141	2.08	0.90	143	2.34	0.96	152	2.25	0.92
Wahrgenommene Anstrengung [d]	152	2.22	0.93	151	1.99	0.85	147	2.55	0.93	142	2.44	0.99	145	2.68	0.96	150	2.55	0.94
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	140	156	83	137	108	50	132	168	106	122	148	84	127	278	164	141	230	136

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 37

Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptstudie nach Aufgabentyp und Grad der Vorstrukturierung auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 931)

	Aufgabentyp																										
	Kombinatorik									Verhältnis									Bewegung								
	gering			mittel			hoch			gering			mittel			hoch			gering			mittel			hoch		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	(*SD*)	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	(*SD*)
Lösungsrate [a]	103	0.37	0.49	105	0.28	0.45	103	0.31	0.47	101	0.36	0.48	103	0.29	0.46	99	0.56	0.50	105	0.29	0.45	103	0.37	0.49	109	0.45	0.50
Aufgabenverständnis [b]	102	1.93	1.08	105	1.93	1.02	104	2.04	0.94	104	1.77	1.20	104	1.79	1.12	96	2.32	0.99	105	1.47	1.21	102	1.58	1.25	111	1.80	1.29
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	97	1.85	0.70	102	1.59	0.68	100	1.59	0.67	94	2.32	0.95	95	2.26	0.91	97	1.95	0.86	98	2.42	0.94	95	2.33	0.97	102	2.14	0.88
Wahrgenommene Anstrengung [d]	98	2.23	0.93	105	1.91	0.80	100	2.18	0.94	96	2.53	0.95	97	2.67	0.90	96	2.29	1.00	98	2.61	0.94	96	2.82	1.00	101	2.42	0.88
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	86	136	58	99	111	70	92	152	83	92	141	86	78	143	79	84	194	113	91	250	137	91	256	183	86	251	130

[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

Tabelle 38

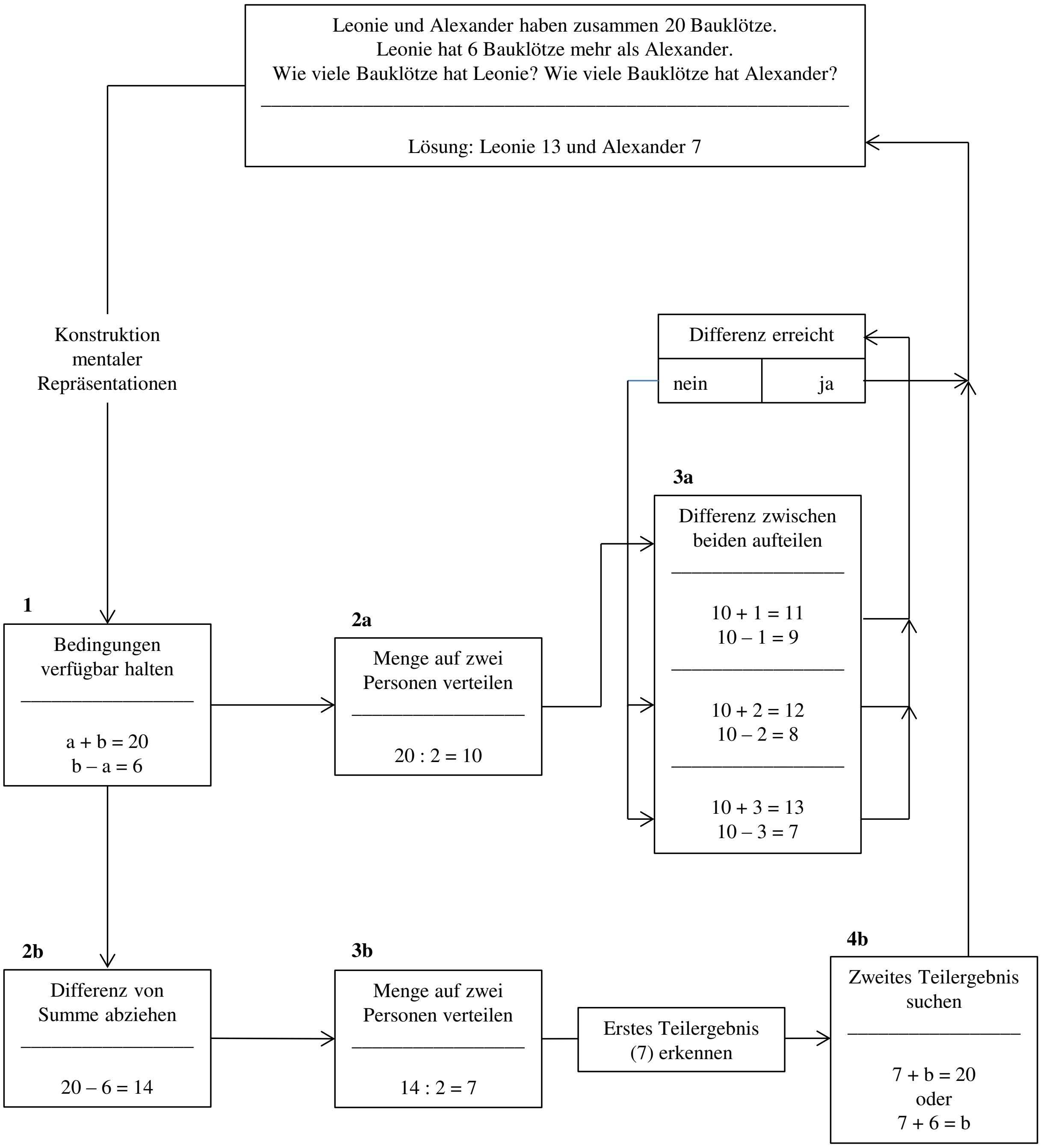
Mittelwerte aller abhängigen Variablen der experimentellen Hauptstudie nach Repräsentation und Grad der Vorstrukturierung nach Aufgabentypen auf Basis der Aufgabenbearbeitungen (n = 931)

	Repräsentation																	
	Tabelle									Zeichnung								
	gering			mittel			hoch			gering			mittel			hoch		
Abhängige Variablen	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	*SD*	*n*	*M*	(*SD*)
Kombinatorik																		
Lösungsrate [a]	51	0.31	0.47	54	0.17	0.38	52	0.19	0.40	52	0.42	0.50	51	0.39	0.49	51	0.43	0.50
Aufgabenverständnis [b]	51	1.78	1.14	52	1.79	0.92	52	1.87	0.93	51	2.08	1.02	53	2.08	1.11	52	2.21	0.94
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	49	2.00	0.76	51	1.65	0.74	49	1.67	0.72	48	1.69	0.59	51	1.53	0.61	51	1.51	0.61
Wahrgenommene Anstrengung [d]	49	2.35	0.99	54	2.02	0.84	49	2.31	0.94	49	2.12	0.86	51	1.80	0.75	51	2.06	0.93
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	43	151	68	51	142	79	46	178	97	43	121	40	48	78	38	46	126	56
Verhältnis																		
Lösungsrate [a]	51	0.39	0.49	51	0.31	0.47	54	0.50	0.51	50	0.32	0.47	52	0.27	0.45	45	0.62	0.49
Aufgabenverständnis [b]	52	1.67	1.31	52	1.67	1.23	51	2.24	1.07	52	1.87	1.09	52	1.90	1.00	47	2.42	0.89
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	46	2.46	1.03	46	2.35	0.88	53	2.04	0.88	48	2.19	0.87	49	2.18	0.95	44	1.84	0.83
Wahrgenommene Anstrengung [d]	47	2.60	0.93	47	2.72	0.85	53	2.36	0.98	49	2.47	0.98	50	2.62	0.95	43	2.21	1.04
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	47	142	86	39	138	69	46	219	130	45	139	86	39	148	88	38	164	79
Bewegung																		
Lösungsrate [a]	54	0.33	0.48	52	0.27	0.45	51	0.47	0.50	51	0.24	0.43	51	0.47	0.50	58	0.43	0.50
Aufgabenverständnis [b]	52	1.60	1.26	51	1.24	1.23	52	1.73	1.33	53	1.34	1.16	51	1.92	1.20	59	1.86	1.25
Wahrgenommene Schwierigkeit [c]	50	2.38	1.03	47	2.43	0.97	46	2.20	0.86	48	2.46	0.85	48	2.23	0.97	56	2.09	0.90
Wahrgenommene Anstrengung [d]	51	2.57	0.99	48	2.98	0.94	46	2.50	0.89	47	2.66	0.89	48	2.67	1.04	55	2.35	0.87
Bearbeitungsdauer (in Sekunden)	43	247	145	45	302	204	39	283	125	48	252	130	46	211	148	47	224	130

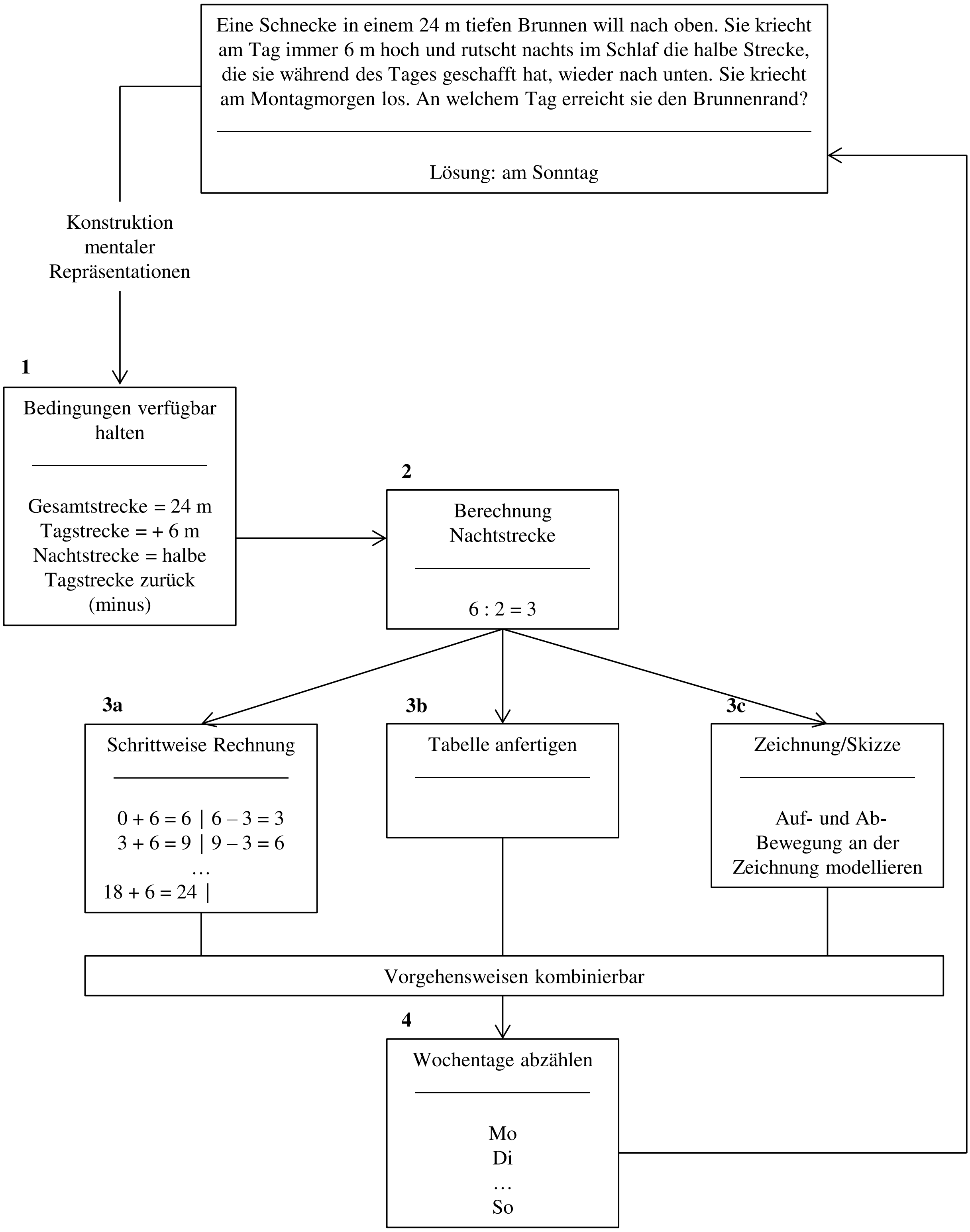
[a] Mittelwert zwischen 0 und 1, d.h. Mittelwert multipliziert mit 100 ergibt den prozentualen Anteil der richtig gelösten Aufgaben, [b] Rating-Skala von 0 = völlig falsches bzw. kein Verständnis bis 3 = völlig richtiges Verständnis, [c] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = sehr leicht bis 4 = sehr schwierig, [d] Selbsteinschätzung der Probanden auf einer Skala von 1 = gar nicht angestrengt bis 4 = sehr angestrengt

2 Instrumente und sonstige Dokumente

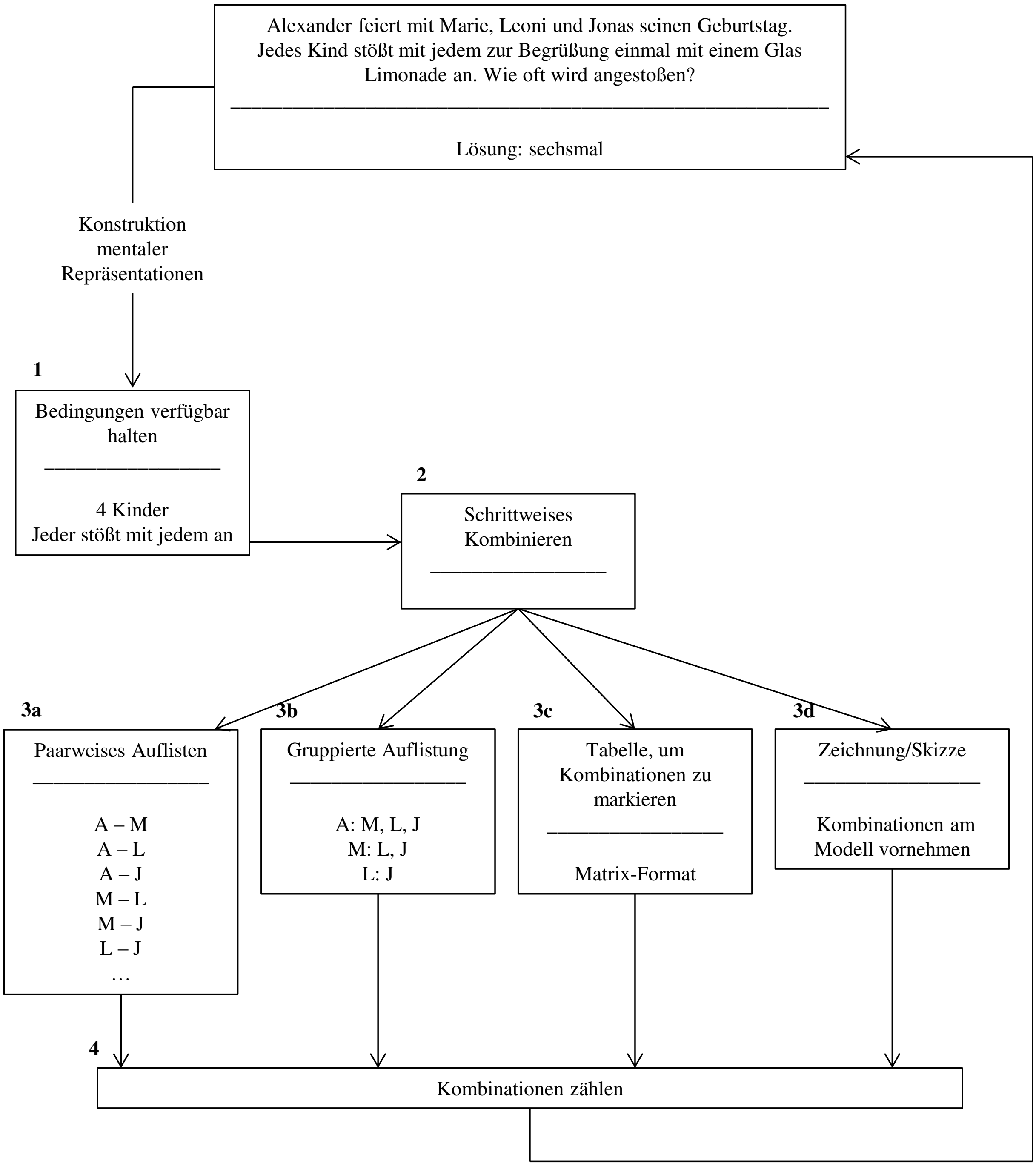
Rationale Aufgabenanalyse für die Vergleichsaufgaben am Beispiel der „Bauklötzeaufgabe“



Rationale Aufgabenanalyse für die Bewegungsaufgaben am Beispiel der „Schneckenaufgabe“



Rationale Aufgabenanalyse für die Kombinatorikaufgaben am Beispiel der „Geburtstagsaufgabe“



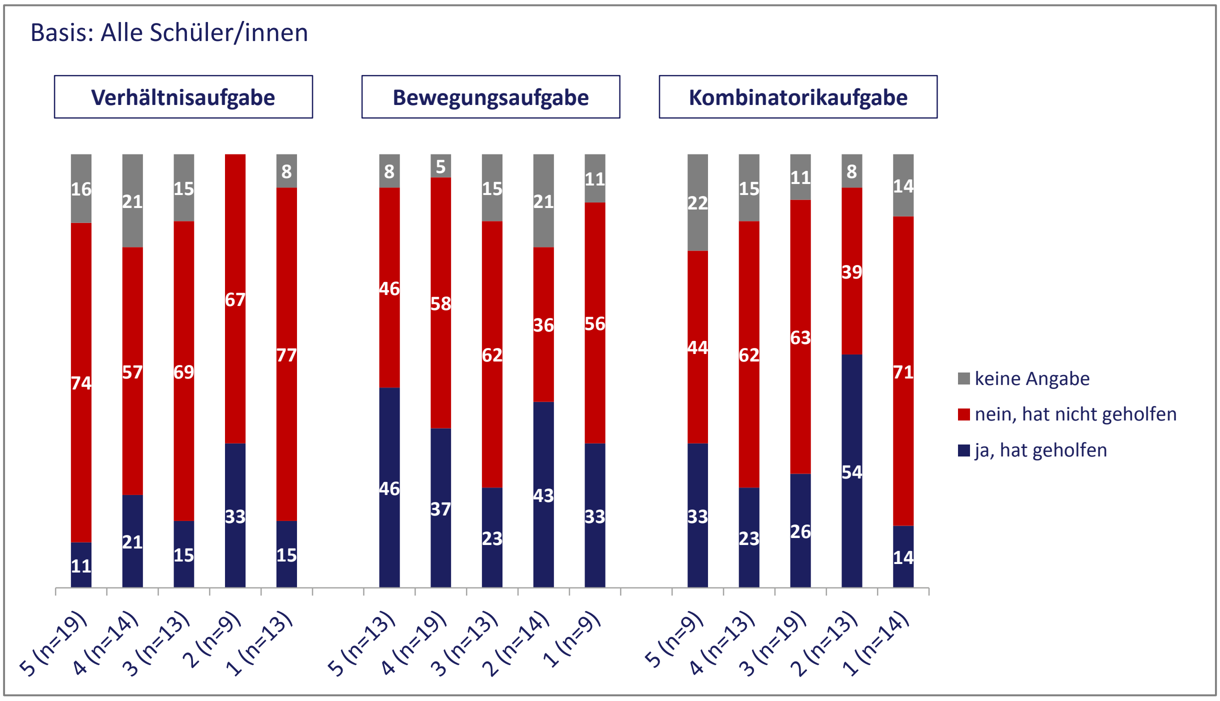


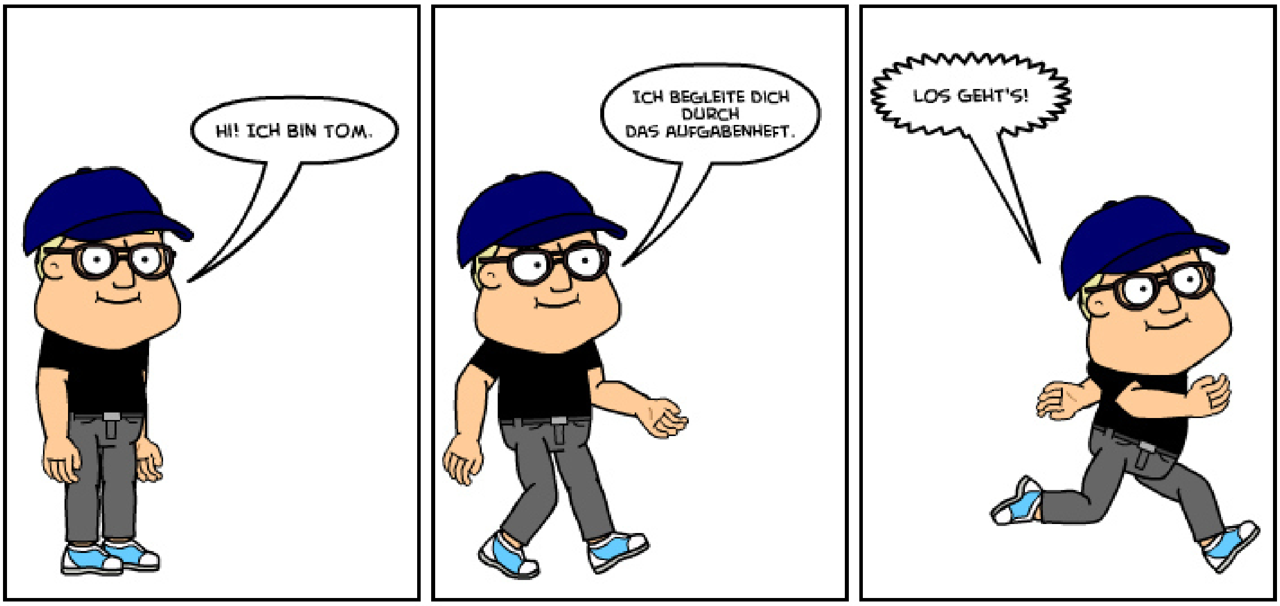
Abbildung 1. Wahrgenommene Hilfe durch die Repräsentation in der experimentellen Vorstudie – Vergleich der Vorstrukturierungsgrade, in Prozent.

Aufgabenheft ohne bereitgestellte Repräsentationen

(Beispiel)

Code: __ __ __ __ K01

AUFGABENHEFT 1



AUFGABE 1

Jonas, Marie, Leoni und Alexander spielen Tischtennis.
Jedes Kind spielt mit jedem anderen Kind ein Spiel.
Wie viele Spiele sind es?

Antwort: Es sind _________________ Spiele.


ICH HABE NOCH EIN PAAR FRAGEN ...

BEANTWORTE BITTE DIE FRAGEN:

1. Wie schwierig oder leicht fandst Du die Aufgabe?

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden …… ☐

4. Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden …… ☐

AUFGABE 2

Der Weg der kleinen Ameise auf dem Quadrat:
Die Seite des Quadrats ist 200 m lang. Tagsüber legt die Ameise genau 200 m zurück. Aber während der Nacht bläst sie ein starker Wind die halbe Strecke, die sie während des Tages zurückgelegt hat, wieder zurück. Am Montagmorgen geht sie los. Sie läuft von A aus über B, C und D wieder nach A. An welchem Tag wird sie A wieder erreichen?

Antwort: Die Ameise erreicht A am ____________________ .


ICH HABE NOCH EIN PAAR FRAGEN ...

BEANTWORTE BITTE DIE FRAGEN:

1. Wie schwierig oder leicht fandst Du die Aufgabe?

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden…… ☐

4. Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden…… ☐

AUFGABE 3

Marie und Leonie haben zusammen 16 Kastanien gesammelt.
Marie hat 4 Kastanien mehr als Leonie.
Wie viele Kastanien hat Marie? Wie viele Kastanien hat Leonie?

Antwort: Marie hat ___________ Kastanien. Leonie hat ___________ Kastanien.

BEANTWORTE BITTE DIE FRAGEN:

1. Wie schwierig oder leicht fandst Du die Aufgabe?

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden …… ☐

4. Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden …… ☐

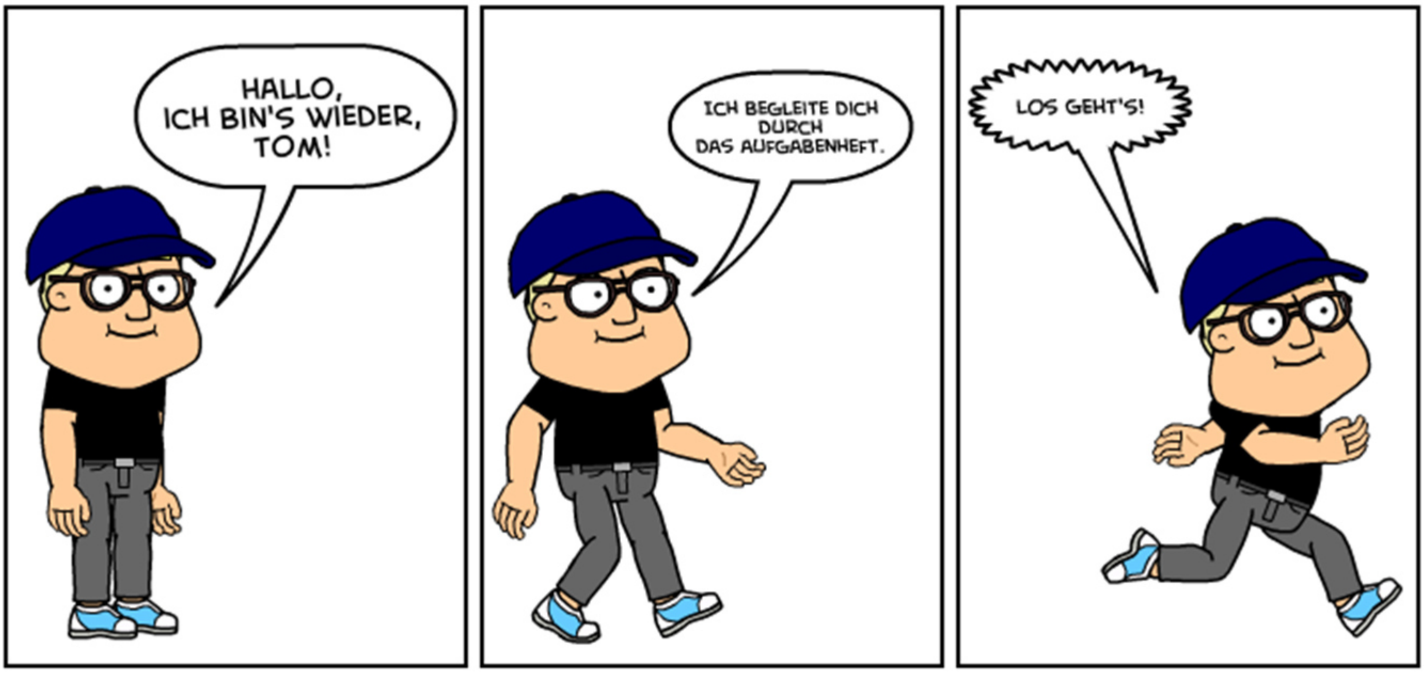
Tabellenheft experimentelle Hauptstudie

(Beispiel)

Code: __ __ __ __

T01

AUFGABENHEFT 2



AUFGABE 1

Alexander feiert mit Marie, Leoni und Jonas seinen Geburtstag.
Jedes Kind stößt mit jedem zur Begrüßung einmal mit einem Glas Limonade an.
Wie oft wird angestoßen?

LÖSUNGSHILFE:
Du kannst die Tabelle nutzen, um die Lösung zu finden.

	Alexander	Marie	Leoni	Jonas
Alexander		Stoß	Stoß	Stoß
Marie			Stoß	Stoß
Leoni				Stoß
Jonas				

Antwort: Es sind ________________ Stöße.

1. **Wie schwierig oder leicht fandest Du die Aufgabe?**

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. **Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?**

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. **Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.**

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden…… ☐

4. **Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?**

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden…… ☐

5. Hat Dir die Tabelle bei der Lösung geholfen?

ja .... ☐ **Warum?**	nein .... ☐ **Warum?** Ich habe die Tabelle nicht verstanden, bin damit nicht klar gekommen..................... ☐ Ich habe die Tabelle nicht gebraucht, konnte die Aufgabe auch so .... ☐ **Anderer Grund:**

6. Bitte sage mir mehr zur Tabelle – kreuze das an, was auf Dich zutrifft.

Ich fand die Tabelle ...

			
gut	☐	☐	schlecht
einfach	☐	☐	schwer
hilfreich	☐	☐	nicht hilfreich
übersichtlich	☐	☐	unübersichtlich
sinnvoll	☐	☐	sinnlos
gewohnt	☐	☐	ungewohnt

7. Die Aufgabe hat mir ...

... Spaß gemacht .... ☐
... keinen Spaß gemacht.......................... ☐

AUFGABE 2

Eine Schnecke in einem 24 m tiefen Brunnen will nach oben. Sie kriecht am Tag immer 6 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die sie während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Sie kriecht am Montagmorgen los.
An welchem Tag erreicht sie den Brunnenrand?

LÖSUNGSHILFE:
Du kannst die Tabelle nutzen, um die Lösung zu finden.

	morgens (Start)	**abends (Ziel)**
Montag	0 m	6 m
Dienstag	3 m	9 m

Antwort: Die Schnecke erreicht den Brunnenrand am ________________________.

1. **Wie schwierig oder leicht fandest Du die Aufgabe?**

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. **Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?**

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. **Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.**

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

4. **Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?**

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

5. Hat Dir die Tabelle bei der Lösung geholfen?

ja .... ☐	nein .... ☐
Warum?	**Warum?**
	Ich habe die Tabelle nicht verstanden, bin damit nicht klar gekommen..................... ☐
	Ich habe die Tabelle nicht gebraucht, konnte die Aufgabe auch so .... ☐
	Anderer Grund:

6. Bitte sage mir mehr zur Tabelle – kreuze das an, was auf Dich zutrifft.

Ich fand die Tabelle ...

			
gut	☐	☐	schlecht
einfach	☐	☐	schwer
hilfreich	☐	☐	nicht hilfreich
übersichtlich	☐	☐	unübersichtlich
sinnvoll	☐	☐	sinnlos
gewohnt	☐	☐	ungewohnt

7. Die Aufgabe hat mir ...

... Spaß gemacht .... ☐
... keinen Spaß gemacht........................... ☐

AUFGABE 3

Leonie und Alexander haben zusammen 20 Bauklötze.
Leonie hat 6 Bauklötze mehr als Alexander.
Wie viele Bauklötze hat Leonie? Wie viele Bauklötze hat Alexander?

LÖSUNGSHILFE:
Du kannst die Tabelle nutzen, um die Lösung zu finden.

Klötze Leonie	Klötze Alexander	Klötze von Leonie und Alexander zusammen	Klötze, die Leonie mehr hat
		20	

Antwort: Leonie hat __________ Bauklötze. Alexander hat __________ Bauklötze.

1. **Wie schwierig oder leicht fandest Du die Aufgabe?**

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. **Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?**

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. **Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.**

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

4. **Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?**

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

5. Hat Dir die Tabelle bei der Lösung geholfen?

ja .... ☐ **Warum?**	nein .... ☐ **Warum?** Ich habe die Tabelle nicht verstanden, bin damit nicht klar gekommen..................... ☐ Ich habe die Tabelle nicht gebraucht, konnte die Aufgabe auch so .... ☐ **Anderer Grund:**

6. Bitte sage mir mehr zur Tabelle – kreuze das an, was auf Dich zutrifft.

Ich fand die Tabelle …

			
gut	☐	☐	schlecht
einfach	☐	☐	schwer
hilfreich	☐	☐	nicht hilfreich
übersichtlich	☐	☐	unübersichtlich
sinnvoll	☐	☐	sinnlos
gewohnt	☐	☐	ungewohnt

7. Die Aufgabe hat mir …

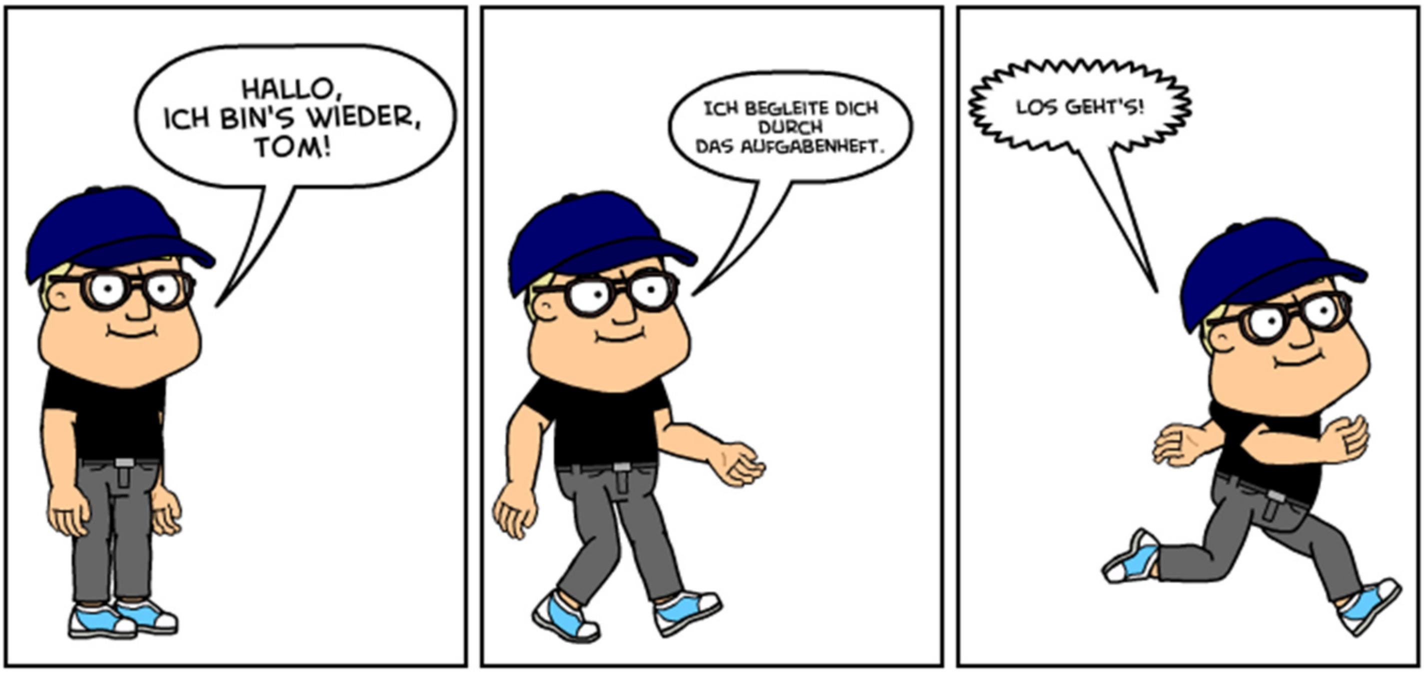
… Spaß gemacht .... ☐
… keinen Spaß gemacht.......................... ☐


SUPER!!!
DU HAST ES GESCHAFFT!
VIELEN DANK!!!

Zeichnungsheft experimentelle Hauptstudie

(Beispiel)

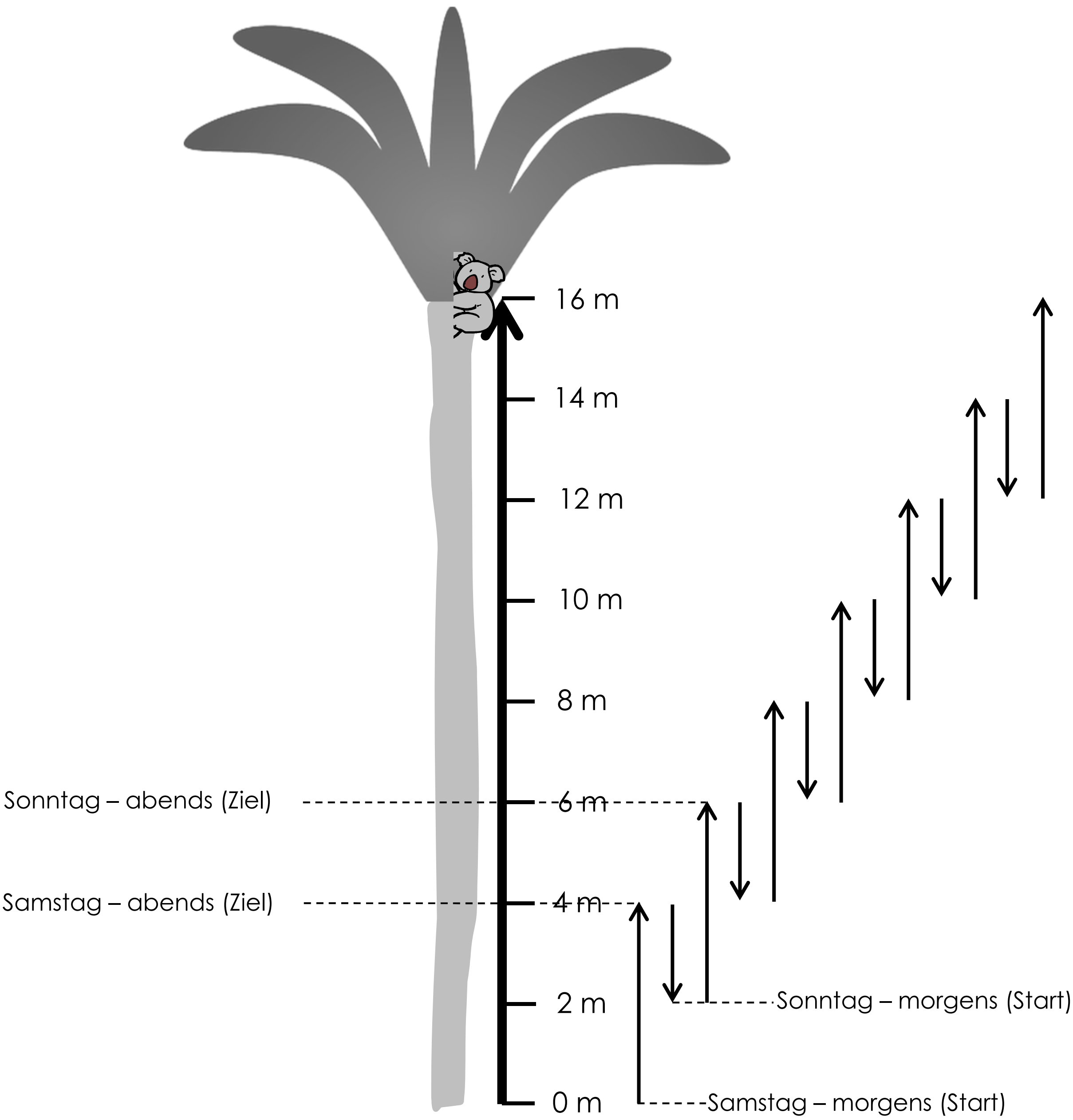
AUFGABENHEFT 2



AUFGABE 1

Ein schläfriger Koalabär klettert an einem 16 m hohen Baumstamm nach oben. Er klettert am Tag immer 4 m hoch und rutscht nachts im Schlaf die halbe Strecke, die er während des Tages geschafft hat, wieder nach unten. Er klettert am Samstagmorgen los.
An welchem Tag erreicht er das Ende des Baumstamms?

LÖSUNGSHILFE:
Du kannst die Zeichnung nutzen, um die Lösung zu finden.



Antwort: Der Koalabär erreicht das Ende des Baumstamms am ______________________.

1. **Wie schwierig oder leicht fandest Du die Aufgabe?**

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. **Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?**

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. **Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.**

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

4. **Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?**

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

5. Hat Dir die Zeichnung bei der Lösung geholfen?

ja .... ☐ **Warum?**	nein .... ☐ **Warum?** Ich habe die Zeichnung nicht verstanden, bin damit nicht klar gekommen...................... ☐ Ich habe die Zeichnung nicht gebraucht, konnte die Aufgabe auch so .... ☐ **Anderer Grund:**

6. Bitte sage mir mehr zur Zeichnung – kreuze das an, was auf Dich zutrifft.

Ich fand die Zeichnung ...

			
gut	☐	☐	schlecht
einfach	☐	☐	schwer
hilfreich	☐	☐	nicht hilfreich
übersichtlich	☐	☐	unübersichtlich
sinnvoll	☐	☐	sinnlos
gewohnt	☐	☐	ungewohnt

7. Die Aufgabe hat mir ...

... Spaß gemacht .... ☐
... keinen Spaß gemacht........................... ☐

AUFGABE 2

Lukas und Jonas haben zusammen 18 „Star Wars“ Sammelkarten.
Lukas hat 4 Karten mehr als Jonas.
Wie viele Karten hat Lukas? Wie viele Karten hat Jonas?

LÖSUNGSHILFE:

Du kannst die Zeichnung nutzen, um die Lösung zu finden.

Antwort: Lukas hat __________ Karten und Jonas hat __________ Karten.

1. **Wie schwierig oder leicht fandest Du die Aufgabe?**

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. **Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?**

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. **Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.**

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden…… ☐

4. **Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?**

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden…… ☐

5. Hat Dir die Zeichnung bei der Lösung geholfen?

ja .... ☐	nein .... ☐
Warum?	**Warum?**
	Ich habe die Zeichnung nicht verstanden, bin damit nicht klar gekommen..................... ☐
	Ich habe die Zeichnung nicht gebraucht, konnte die Aufgabe auch so .... ☐
	Anderer Grund:

6. Bitte sage mir mehr zur Zeichnung – kreuze das an, was auf Dich zutrifft.

Ich fand die Zeichnung ...

	☺	☹	
gut	☐	☐	schlecht
einfach	☐	☐	schwer
hilfreich	☐	☐	nicht hilfreich
übersichtlich	☐	☐	unübersichtlich
sinnvoll	☐	☐	sinnlos
gewohnt	☐	☐	ungewohnt

7. Die Aufgabe hat mir ...

… Spaß gemacht .... ☐
… keinen Spaß gemacht.......................... ☐

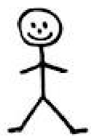
AUFGABE 3

Jonas, Marie, Leoni und Alexander gehen in die Ferien.
Jedes Kind gibt jedem zum Abschied die Hand.
Wie viele Handschläge sind es?

LÖSUNGSHILFE:

Du kannst die Zeichnung nutzen, um die Lösung zu finden.

Jonas



Antwort: Es sind ___________ Handschläge.

1. Wie schwierig oder leicht fandest Du die Aufgabe?

☐ sehr schwierig	☐ eher schwierig	☐ eher leicht	☐ sehr leicht

2. Wie sehr hast Du Dich angestrengt, um die Aufgabe zu lösen?

☐ sehr angestrengt	☐ etwas angestrengt	☐ kaum angestrengt	☐ gar nicht angestrengt

3. Wie viel Zeit hast Du für die Aufgabe gebraucht? Ich meine nicht in Minuten oder Sekunden – kreuze einfach an, ob viel oder wenig Zeit.

☐ sehr viel Zeit	☐ eher viel Zeit	☐ eher wenig Zeit	☐ sehr wenig Zeit

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

4. Was denkst Du: Hast Du die Aufgabe falsch oder richtig gelöst?

☐ ganz sicher falsch	☐ wahrscheinlich falsch	☐ wahrscheinlich richtig	☐ ganz sicher richtig

Ich habe keine Lösung gefunden...... ☐

5. Hat Dir die Zeichnung bei der Lösung geholfen?

ja .... ☐ **Warum?**	nein .... ☐ **Warum?** Ich habe die Zeichnung nicht verstanden, bin damit nicht klar gekommen...................... ☐ Ich habe die Zeichnung nicht gebraucht, konnte die Aufgabe auch so .... ☐ **Anderer Grund:**

6. Bitte sage mir mehr zur Zeichnung – kreuze das an, was auf Dich zutrifft.

Ich fand die Zeichnung ...

	☺	☹	
gut	☐	☐	schlecht
einfach	☐	☐	schwer
hilfreich	☐	☐	nicht hilfreich
übersichtlich	☐	☐	unübersichtlich
sinnvoll	☐	☐	sinnlos
gewohnt	☐	☐	ungewohnt

7. Die Aufgabe hat mir ...

… Spaß gemacht .... ☐
… keinen Spaß gemacht........................... ☐


SUPER!!!
DU HAST ES GESCHAFFT!
VIELEN DANK!!!

Code-Buch zur Codierung des Lösungsprozesses in der experimentellen Hauptstudie

Code Buch

Inhalt

Allgemeine Codes

Technische Variablen

Codierer	Name	
Schule	Name der Schule	**2** GS Laubenheim **3** Präsident Mohr Schule Ingelheim **4** GS Siebeldingen **5** GS Sankt Martin **6** GS Wollmesheimer Höhe Landau
Klasse	Bezeichnung der Klasse	**4** 4a **5** 4b **6** 4c **7** 4d
Code	Vierstellige Identifikationsnummer Proband	
Test-Heft	Nummer des Test-Hefts	
Aufgabe	Aufgabe	**1** Tischtennis **2** Geburtstag **3** Handschläge **4** Spiel --------------------------------------- **5** Kastanien **6** Bauklötze **7** Karten **8** Aufkleber --------------------------------------- **9** Ameise **10** Schnecke **11** Koala **12** Krebs
Repräsentation	Art der bereitgestellten Repräsentation	**0** keine **1** Zeichnung **2** Tabelle
Struktur	Grad der Vorstrukturierung	**0** keine Repräsentation **1** gering **2** mittel **3** hoch

Zeit-Codierung

Zeit 1	Ende der vorausgegangenen Aufgabe	[in Sekunden]

Zeit 2	Beginn der ersten sichtbaren Handlung	[in Sekunden]
Zeit 3	Endgültiges Ergebnis aufgeschrieben	[in Sekunden]

Externe Repräsentationen

Elemente	Anzahl der zur bereitgestellten Repräsentation hinzugefügten Elemente	
Bereitgestellte Repräsentation	Nutzung der bereitgestellten Repräsentation	**1** erste Handlung **1.5** erste Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **2** zweite Handlung **2.5** zweite Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **3** dritte Handlung …
Schriftliche Rechnung	Nutzung einer schriftlichen Rechnung	**1** erste Handlung **1.5** erste Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **2** zweite Handlung **2.5** zweite Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **3** dritte Handlung …
Zeichnung	Nutzung einer selbsterstellten Zeichnung	**1** erste Handlung **1.5** erste Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **2** zweite Handlung **2.5** zweite Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **3** dritte Handlung …

Tabelle	Nutzung einer selbsterstellten Tabelle	**1** erste Handlung **1.5** erste Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **2** zweite Handlung **2.5** zweite Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **3** dritte Handlung …
Text	Nutzung eines selbsterstellten Textes	**1** erste Handlung **1.5** erste Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **2** zweite Handlung **2.5** zweite Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **3** dritte Handlung …
Sonstiges	Nutzung einer sonstigen externen Repräsentation	**1** erste Handlung **1.5** erste Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **2** zweite Handlung **2.5** zweite Handlung gleichzeitig mit einer anderen Handlung ausgeführt **3** dritte Handlung
Dekoration	Dekorative Ausschmückung der externen Repräsentation	**0** nein **1** ja

Prozess-Codierung

Ergebnis	Ergebnis	[Klartext]

Rating

av_score	Score Aufgabenverständnis	*Siehe Erläuterungen*
clar_draw	Akkuratheit der (selbsterstellten) Zeichnung	*Siehe Erläuterungen*
clar_tab	Akkuratheit der (selbsterstellten) Tabelle	*Siehe Erläuterungen*

Sonstige Codes

Erklärung	Erklärung der Lösung	[Klartext]
case	Für Fallstudie in Betracht ziehen	**1** ja

Spezifische Codes für die Kombinatorik-aufgaben

draw	Räumliche Anordnung der Kinder	**1** horizontal **2** vertikal **3** kreisförmig **9** sonstiges
tab	Tabellenform	**1** Kombinationen markieren **2** gruppierte Auflistung **3** verkürzte gruppierte Auflistung **4** paarweise Auflistung

Spezifische Codes für die Bewegungs-aufgaben

chain	Nutzung einer Kettenrechnung	**0** nein **1** ja **2** Ketten- und Einzelschritt-Rechnung

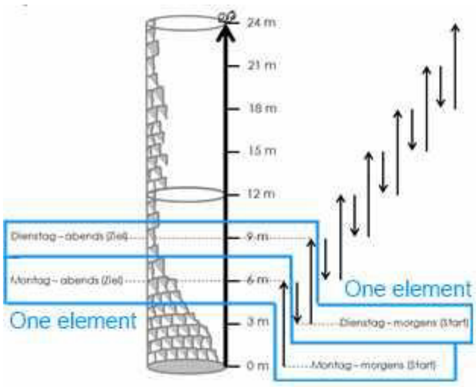
Erläuterungen

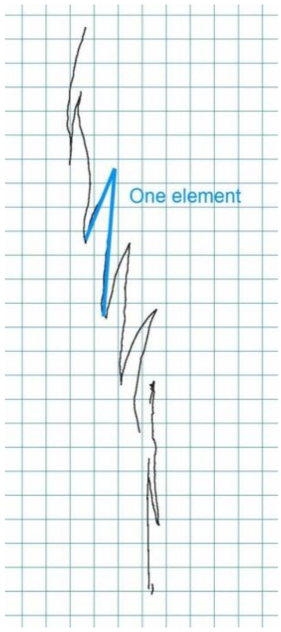
Erklärung zur Codierung der Variable „Elemente“

Als ein Element ist der kleinstmögliche zusammenhängende Schritt definiert, der die vorgegebene Repräsentation wie vorgesehen ergänzt.

Bewegungsaufgabe

- Zeichnung: Alle Beschriftungen und Pfeile, die mit einem Wochentag zusammenhängen, gelten als ein Element. Falls ein Proband bei der hochgradig vortsrukturierten Zeichnung die Wochentage ergänzt, zählt jede Beschriftung als ein Element (Beispiel: Exp1_2_2_4_JOXM).



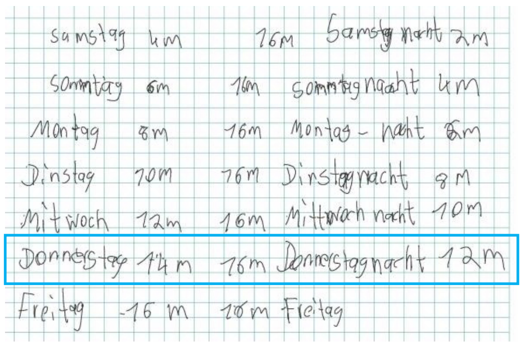


- Tabelle: Jede Zeile zählt als ein Element (Beispiel: Exp_1_2_2_4_OTYX)

	morgens (Start)	abends (Ziel)
Montag	0 m	6 m
Dienstag	3 m	9 m
	6 m	12 m
	9 m	15 m
	12 m	18 m
	15 m	21 m
	18 m	24 m

One element

One element



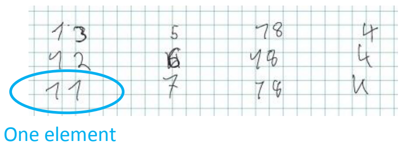
Vergleichsaufgabe

- Zeichnung: Element-Variable nicht codieren; Nutzung wird über Variable „Bereitgestellte Repräsentation" festgehalten
- Tabelle: Jede Zelle zählt als ein Element

Klötze Leonie	Klötze Alexander	Klötze von Leonie und Alexander zusammen	Leonie mehr Klötze als Alexander
10	10	20	0
11	9	20	2
12	8	20	4
13	7	20	6
14	6	20	8
15	5	20	10
16	4	20	12

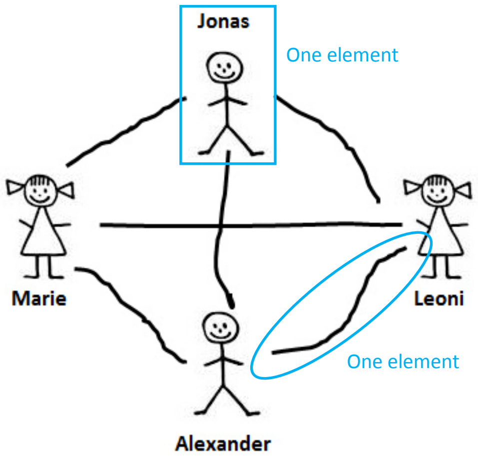
One element

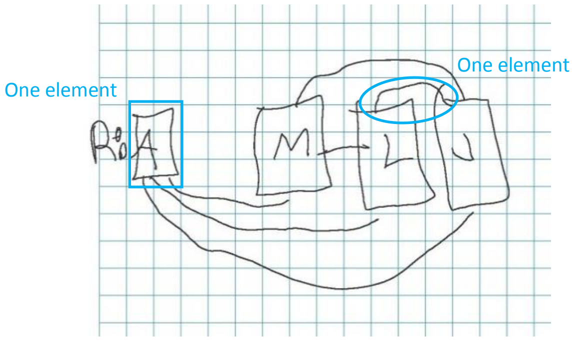
One element



Kombinatorikaufgabe

- Zeichnung: Jede Person zählt als ein Element und jede Verbindungslinie



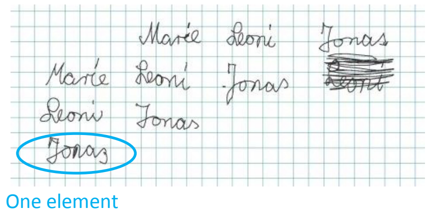


- Tabelle: Jede Zelle zählt als ein Element, unabhängig vom Inhalt (Name, Zahl oder Markierung) und unabhängig vom Grad der Vorstrukturierung

	Jonas	Marie	Leoni	Alexander
Jonas		Handschlag	Handschlag	Handschlag
Marie			Handschlag	Handschlag
Leoni				Handschlag
Alexander				

One element

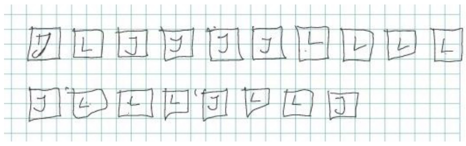
One element



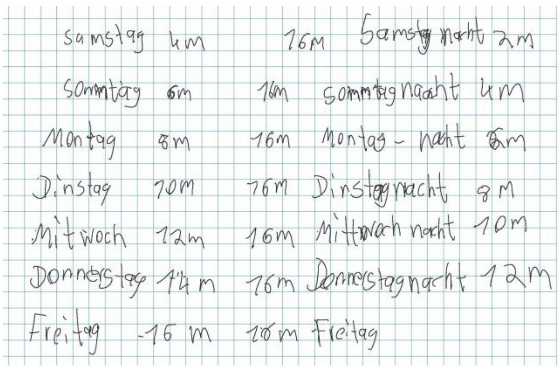
Erklärungen zu den Variablen „Externe Repräsentation".

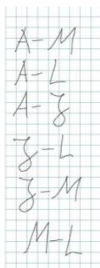
Handlungen, die der Proband wieder durchgestrichen hat wurden dennoch als Teil des Prozesses codiert .

- Selbsterstellte Zeichnung: Eine Zeichnung liegt immer dann vor, wenn eine räumliche Konfiguration und / oder eine Ähnlichkeit oder strukturelle Übereinstimmung mit dem darzustellenden Inhalt gegeben ist. (Beispiele: Exp1_4_6_4_I8QN und Exp1_3_3_6_E43K_T19)

Selbsterstellte Tabelle: Eine Tabelle liegt dann vor, wenn numerische oder verbale Informationen in Form von Spalten und Zeilen strukturiert und einander zugeordnet werden. Ein (beschrifteter) Tabellenkopf ist nicht notwendig, ebenso wenig muss die Tabelle Linien haben. (Beispiel: Exp1_2_4_4_OTYX_T22)





Erläuterung Score Aufgabenverständnis

Bewegungsaufgabe:

- 0 Punkte – leere Seite, kein Ergebnis; Proband missachtet zentrale Bedingungen der Aufgabe, z.B. dass die Schnecke wieder hinunterrutscht (6 + 6 + 6 + 6 = 24, Antwort: vier Tage)
- 1 Punkt – Proband berechnet die Nachtdistanz richtig (z.B. 6 : 2 = 3), aber führt die Auf- und Ab-Bewegungen falsch aus.

- 2 Punkte – Proband führt die Auf- und Ab-Bewegungen richtig aus, beachtet aber nicht, dass die Schnecke am letzten Tag nicht mehr zurückrutscht, sondern ihr Ziel erreicht hat.
- 3 Punkte – Proband kommt zum richtigen Ergebnis. Falsche Ergebnisse aufgrund erkennbarer Flüchtigkeits- oder kleinerer Rechenfehler wurden als richtig gewertet.

Kombinatorikaufgabe:

- 0 Punkte – leere Seite, kein Ergebnis; Proband nennt Zahl aus dem Aufgabentext als Ergebnis (4 Kinder = 4 Handschläge → nicht kombiniert) oder völlig unrealistisches Ergebnis (mehr als 20 Handschläge).
- 1 Punkt – Proband hat erkannt, dass die Kinder miteinander kombiniert werden müssen, rechnet aber „blind“ mit den Zahlen, z.B. 4 x 4 = 16 Handschläge oder 4 + 4 = 8 Handschläge
- 2 Punkte – Proband berücksichtigt bei den Kombinationen, dass die Kinder sich nicht selbst die Hand schütteln, aber kombiniert doppelt (z.B. Leonie – Alexander und Alexander – Leonie), 4 x 3 = 12 Handschläge
- 3 Punkte – Proband kommt zum richtigen Ergebnis. Flüchtigkeitsfehler wurden akzeptiert, wenn aus der Aufgabenbearbeitung das richtige Kombinationsverständnis ersichtlich war, aber die (richtigen) Kombinationen falsch zusammengezählt wurden (z.B. 5 statt 6).

Vergleichsaufgabe:

- 0 Punkte – leere Seite, kein Ergebnis; Proband nennt die zwei Zahlen aus dem Aufgabentext als Ergebnis, addierte die zwei Zahlen aus dem Aufgabentext aufgrund des Signalworts „mehr“, kam zu einem völlig abwegigen Ergebnis.
- 1 Punkt – Proband verteilt die Gesamtmenge gleichmäßig auf die 2 Kinder (z.B. 18 : 2 = 9) oder subtrahierte die Differenz von der Gesamtmenge (z.B. 18 – 4 = 14) und blieb dabei stehen (Ergebnis „9 und 9“ oder „14 und 4“).
- 2 Punkte – Proband verteilt die Differenz auf die beiden Kinder, aber falsch. Typische falsche Ergebnisse sind z.B. „9 und 5“, „13 und 9“ oder „13 und 5“.
- 3 Punkte – Proband kommt zum richtigen Ergebnis. Falsche Ergebnisse aufgrund erkennbarer Flüchtigkeits- oder kleinerer Rechenfehler wurden als richtig gewertet.

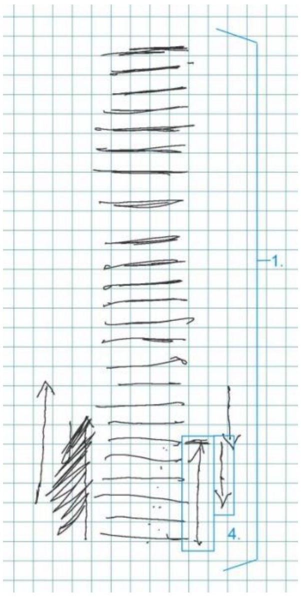
Erläuterung Score Akkuratheit der (selbsterstellten) Repräsentation

Inwieweit drückt sich das Aufgabenverständnis in der externen Repräsentation aus?

Bewegungsaufgabe:

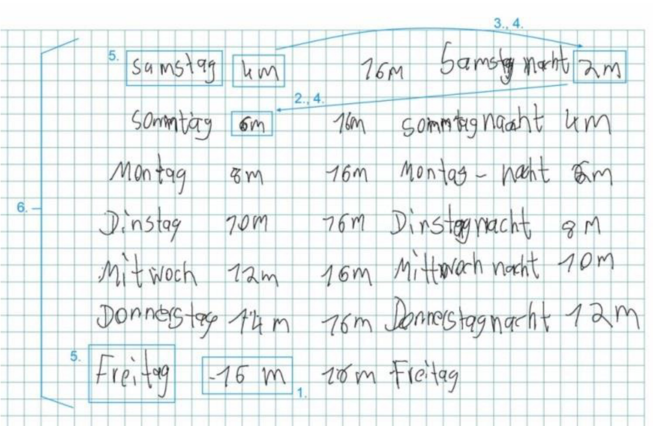
Selbsterstelle Zeichnung (6 Punkte)

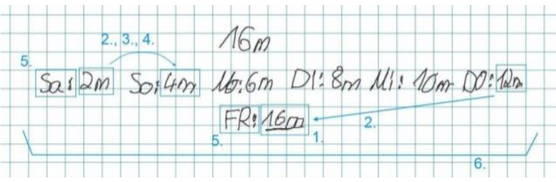
1. (1 Punkt) Gesamtstrecke richtig dargestellt
2. (1 Punkt) Bewegung am Tag vorwärts, richtige Distanz
3. (1 Punkt) Bewegung in der nacht rückwärts, richtige Distanz
4. (1 Punkt) Vorwärtsbewegung während des Tages und Rückwärtsbewegung während der Nacht muss deutlich erkennbar sein, über Pfeile und / oder Beschriftungen des Wochentags
5. (1 Punkt) Mehrere Wochentage beschriftet
6. (1 Punkt) Jeder Schritt vom ersten bis zum letzten Tag sichtbar



Selbsterstellte Tabelle (6 Punkte)

1. (1 Punkt) Tabelle endet, sobald die Gesamtdistanz erreicht wird
2. (1 Punkt) richtige Tagesdistanz
3. (1 Punkt) richtige Nachtdistanz
4. (1 Punkt) Vorwäerts am Tag, rückwärts in der Nacht
5. (1 Punkt) Mehrere Wochentage beschriftet
6. (1 Punkt) Jeder Schritt vom ersten bis zum letzten Tag sichtbar

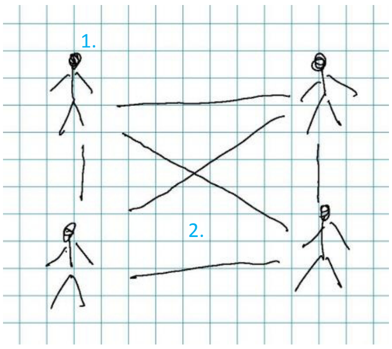




Kombinatorikaufgabe:

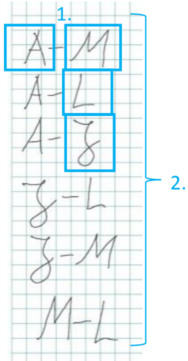
Selbsterstelle Zeichnung (2 Punkte)

1. (1 Punkt) Alle vier Kinder abgebildet
2. (1 Punkt) sechs Verbindungslinien gezogen



Selbsterstellte Tabelle (2 Punkte)

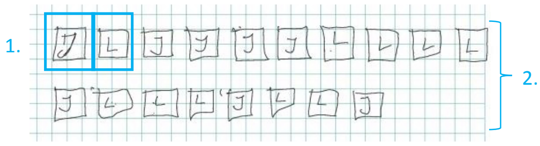
1. (1 Punkt) Alle vier Kinder repräsentiert
2. (1 Punkt) genau sechs unterschiedliche Kombinationen getroffen



Vergleichsaufgabe:

Selbsterstellte Zeichnung (3 Punkte)

1. (1 Punkt) Beschriftung für die Kinder oder Zeichnung der Kinder
2. (1 Punkt) Exakte Anzahl der Gegenstände repräsentiert
3. (1 Punkt) Ein Kind hat die entsprechende Anzahl an Gegenständen mehr als das andere Kind



Selbsterstellte Tabelle (3 Punkte)

1. (1 Punkt) Jedes Kind hat eine eigene Spalte oder Zeile
2. (1 Punkt) Mindestens eine der beiden Bedingungen wird sichtbar kontrolliert
3. (1 Punkt) beide Bedingungen werden sichtbar kontrolliert

Schülerfragebogen

CODE __ __ __ __

Fragebogen zur Schule

1. Gehst Du gerne zur Schule oder nicht so gerne?

gerne .... ☐

nicht so gerne.................. ☐

mal so, mal so.................. ☐

2. Welche Schulfächer magst Du am liebsten?

____

3. Und was ist für Dich das schwerste Schulfach?

____

4. Findest Du den Schulunterricht eher leicht oder eher schwer?

eher leicht .... ☐

eher schwer..................... ☐

mal so, mal so.................. ☐

5. Und findest Du das, was Ihr im Matheunterricht macht, zu schwierig, zu leicht, oder genau richtig?

zu schwierig..................... ☐

zu leicht .... ☐

genau richtig.................... ☐

mal so, mal so.................. ☐

	nie	selten	manchmal	immer
„Ich kann Textaufgaben lösen, die viele in meiner Klasse nicht können.“	☐	☐	☐	☐
„Bei kniffligen Textaufgaben brauche ich Hilfe.“	☐	☐	☐	☐
„Textaufgaben, die ich nicht gleich verstehe, finde ich blöd.“	☐	☐	☐	☐
„Ich kann auch sehr schwere Textaufgaben lösen.“	☐	☐	☐	☐
„Ich werde ungeduldig, wenn ich nicht gleich auf die Lösung komme.“	☐	☐	☐	☐
„Egal wie knifflig eine Textaufgabe ist – ich versuche es.“	☐	☐	☐	☐
„Bei Textaufgaben fühle ich mich unwohl.“	☐	☐	☐	☐
„Ich habe bessere Lösungsideen bei kniffligen Aufgaben als viele Mitschüler in meiner Klasse.“	☐	☐	☐	☐
„Ist mir eine Aufgabe zu schwer, höre ich auf – auch wenn ich kein Ergebnis habe.“	☐	☐	☐	☐
„Ich mag Textaufgaben.“	☐	☐	☐	☐

7. Wie fühlst Du Dich, wenn Du …

	☹	😐	☺
… etwas an der Tafel erklären musst?	☐	☐	☐
… einen Aufsatz schreiben musst?	☐	☐	☐
… eine Textaufgabe in Mathe rechnen musst?	☐	☐	☐
… im Unterricht etwas vorlesen musst?	☐	☐	☐
… im Unterricht etwas basteln oder malen musst?	☐	☐	☐

	nie	**selten**	**manchmal**	**immer**
„Ich unterstreiche die wichtigen Informationen."	☐	☐	☐	☐
„Ich mache mir eine Zeichnung."	☐	☐	☐	☐
„Bei neuen Textaufgaben überlege ich, wie ich bei ähnlichen Aufgaben gerechnet habe."	☐	☐	☐	☐
„Ich rechne einfach darauf los, ohne viel nachzudenken."	☐	☐	☐	☐
„Wenn ich fertig bin, überprüfe ich, ob ich irgendwo einen Fehler gemacht habe."	☐	☐	☐	☐
„Noch bevor ich rechne, kann ich schon einschätzen, ob ich zum richtigen Ergebnis kommen werde oder nicht."	☐	☐	☐	☐
„Ich kann Mitschülern gut erklären, wie ich eine Aufgabe gelöst habe."	☐	☐	☐	☐
„Bevor ich anfange überlege ich erst, wie ich Schritt für Schritt zum Ziel kommen kann."	☐	☐	☐	☐
„Ich lese mir eine Textaufgabe mehrmals durch, bevor ich mit der Rechnung beginne."	☐	☐	☐	☐
„Bevor ich genau rechne, schätze ich, was ungefähr heraus kommen müsste."	☐	☐	☐	☐
„Bevor ich anfange, überlege ich, ob die Textaufgabe schwer oder leicht ist."	☐	☐	☐	☐

9. Jetzt mal eine ganz andere Frage: Wie viel siehst Du fern? Siehst Du jeden Tag etwas im Fernsehen, oder fast jeden Tag, oder gibt es öfter Tage, wo Du gar nicht fern siehst?

sehe jeden Tag fern .... ☐
sehe fast jeden Tag fern .... ☐
öfter Tage, wo ich gar nicht fern sehe .... ☐

10. Zwei Kinder unterhalten sich über eine schwierige Textaufgabe. Sie haben unterschiedliche Meinungen. Welchem Kind stimmst Du zu? Bitte entscheide Dich für ein Kind.

Kind 1 **Kind 2**

Ich stimme **Kind 1** zu .... ☐
Ich stimme **Kind 2** zu .... ☐

Bitte beantworte jetzt noch zwei Fragen zu Deiner Person.

11. Ich bin …

ein Mädchen................... ☐
ein Junge .... ☐

12. Ich bin ______________ Jahre alt.

Lehrerfragebogen

und

Erfassungsbogen Lehrer-Ratings meta-kognitive Fähigkeiten

Fragebogen zum Mathematikunterricht

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer,

mit diesem Fragebogen möchten wir gerne mehr darüber erfahren, wie Sie den Mathematikunterricht in der vierten Klasse – insbesondere in Hinblick auf Text- und Sachaufgaben – gestalten. Wie gehen Sie in der Regel vor? Was ist Ihnen wichtig?

Wir sind an Ihrer Meinung interessiert. Es gibt keine „richtigen" oder „falschen" Antworten. Es geht ausdrücklich nicht darum, Ihren Unterricht zu überprüfen oder zu bewerten. Vielmehr möchten wir Ihre persönlichen Erfahrungen und Vorgehensweisen aus dem Unterrichtsalltag kennen lernen.
Alle Ihre Angaben werden streng vertraulich behandelt und nicht an Dritte weitergegeben.

Ihre Antworten tragen wesentlich zur Qualität der Studie bei, da sie die Ergebnisse um eine wichtige Perspektive ergänzen.

Wir bedanken uns bereits heute ganz herzlich für Ihre Unterstützung.

1. **Es gibt unterschiedliche Ansichten darüber, wie Grundschüler/innen Mathematik am besten lernen und wie Lehrer/innen den Unterrichtsstoff vermitteln sollen. Hier stehen einige Ansichten. Bitte lesen Sie sich die Aussagen durch und kreuzen jeweils an, inwieweit Sie der Ansicht zustimmen oder nicht zustimmen.**

	stimme überhaupt nicht zu	stimme eher nicht zu	teils/teils	stimme eher zu	stimme völlig zu
Ein(e) Lehrer(in) sollte vorführen, auf welche Weise man eine Textaufgabe am besten löst.	☐	☐	☐	☐	☐
Mathematik sollte Kindern so beigebracht werden, dass sie Zusammenhänge selbst entdecken können.	☐	☐	☐	☐	☐
Kinder lernen Mathematik am besten durch die Erklärungen der Lehrerin / des Lehrers.	☐	☐	☐	☐	☐
Kinder sollten erst ein sicheres „Zahlenwissen“ (z.B. Mengenverständnis, Zählfähigkeit) haben, bevor sie Textaufgaben lösen.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn ein Kind beim Lösen einer Textaufgabe Schwierigkeiten hat, sollte der/die Lehrer(in) ihm erst eine Hilfestellung geben, statt gleich die Lösung zu präsentieren.	☐	☐	☐	☐	☐
Die meisten Kinder können viele Matheaufgaben auch ohne Hilfe eines Erwachsenen auf irgendeine Art und Weise lösen.	☐	☐	☐	☐	☐
Im Unterricht sollten vorrangig Rechenverfahren geübt werden, statt sie in Textaufgaben anzuwenden.	☐	☐	☐	☐	☐
Kinder lernen Mathematik dann am besten, wenn sie selbst auf die Lösung kommen.	☐	☐	☐	☐	☐
Lehrer/innen sollten zulassen, dass Kinder ihren eigenen Weg finden, wie sie eine Textaufgabe lösen.	☐	☐	☐	☐	☐
Um in Mathematik erfolgreich zu sein, muss ein Kind vor allem gut zuhören können.	☐	☐	☐	☐	☐
Kinder verstehen eine Textaufgabe am besten, wenn die Lehrerin / der Lehrer die Lösung schrittweise erklärt.	☐	☐	☐	☐	☐
Kinder können ein Rechenverfahren (z.B. das kleine Einmaleins) besser beherrschen, wenn sie es auch verstanden haben.	☐	☐	☐	☐	☐
Kinder brauchen eine ganz genaue Anleitung, wie man Textaufgaben löst.	☐	☐	☐	☐	☐

2. **Welches Lehrbuch verwenden Sie für den Mathematikunterricht in der vierten Klasse?**

____

3. **Verwenden Sie im Mathematikunterricht der vierten Klasse neben den Text- und Sachaufgaben aus dem Lehrbuch noch andere Materialien mit Text- und Sachaufgaben, z. B. aus dem Internet oder selbst erstellte Aufgaben? Wenn ja, welche Materialien sind das?**

____

____

4. **Jetzt möchten wir gerne mehr darüber erfahren, welche Rolle Text- und Sachaufgaben im Mathematikunterricht Ihrer vierten Klasse spielen. Bitte beschreiben Sie kurz, wie Sie mit Text- und Sachaufgaben im Unterricht arbeiten und wie häufig Sie diese einsetzen.**

5. **Wie kann man Ihrer Meinung nach Kinder bei der Lösung von Textaufgaben unterstützen? Gibt es bestimmte Herangehensweisen, Strategien oder Hilfsmittel, die Sie den Kindern empfehlen? Welche Erfahrungen haben Sie gemacht? Bitte beschreiben Sie kurz.**

Zum Abschluss möchten wir Sie noch bitten, zwei Fragen zu Ihrer Person zu beantworten:

6. **Seit wie vielen Jahren unterrichten Sie Mathematik an der Grundschule?**

   Seit ___________ Jahren.

7. **Seit wie vielen Jahren unterrichten Sie Ihre aktuelle vierte Klasse in Mathematik?**

   Seit ___________ Jahren.

Vielen Dank für Ihre Antworten. Sie haben uns sehr geholfen.

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer,

in diesem Fragebogen bitten wir Sie, die Vorgehensweise und Fähigkeiten Ihrer Schülerinnen und Schüler beim Lösen von Text- und Sachaufgaben einzuschätzen. Stellen Sie sich in diesem Zusammenhang bei jeder Aussage immer folgende Frage:

Wie häufig zeigte der/die Schüler/in seit Beginn des vierten Schuljahres das in der Aussage beschriebene Vorgehen oder die beschriebene Fähigkeit beim Lösen von Textaufgaben im Vergleich zu gleichaltrigen Kindern?

Wir möchten Sie bitten, in der nachfolgenden Tabelle Ihre Einschätzung über die Schülerin / den Schüler abzugeben. Sie können dabei Zahlen von 1 bis 7 vergeben. „1“ bedeutet, dass Sie bei dem Kind das Vorgehen bzw. die Fähigkeit nie beobachten konnten, „7“ bedeutet, dass Sie dies immer beobachten können. Dazwischen können Sie Ihre Einschätzung abstufen:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
nie						immer

Beispiel

Name des Schülers	Die Schülerin/ der Schüler behilft sich bei Textaufgaben mit einer Zeichnung.
Tim	2
Lore	6

Hier steht der Name der Schülerin / des Schülers.

Hier schätzen Sie ein, wie ausgeprägt die Vorgehensweise bzw. Fähigkeit bei dem Schüler/der Schülerin ist. Tim zeigt die Vorgehensweise sehr selten, deshalb wurde eine 2 vergeben

Es gibt hierbei keine „richtigen“ oder „falschen“ Antworten. Die richtigen Antworten sind vielmehr solche, die Ihre persönliche Einschätzung über die Schülerin bzw. den Schüler am besten widerspiegelt.

Für Ihre Unterstützung möchten wir uns ganz herzlich bedanken.

Schülerblatt Grundschule Schule 1 Klasse a

Skala:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
	nie						***immer***

		Das Kind beginnt mit einem Plan.	Das Kind kann zwischen relevanten und irrelevanten Informationen in einer Aufgabe unterschieden.	Das Kind ist mit der erstbesten Lösung zufrieden.	Die mündliche Antwort des Kindes ist gut vorbereitet, vollständig und klar verständlich.	Das Kind arbeitet präzise und systematisch.	Das Kind behilft sich bei Textaufgaben mit einer Zeichnung	Das Kind kontrolliert nach dem Beenden einer Aufgabe die Rechnungen.	Das Kind kann wiedergeben, was wichtig war, um die Aufgabe zu lösen und welche Strategie gut funktioniert hat.	Das Kind kann bei ähnlichen Problemen sein bereits erworbenes Wissen anwenden.
Kolja	RCWS									
Jannik	CQB3									
Fabienne	HUUV									
Sandra	HW4X									
Jasmin	I2Y1									
Christopher	SQQP									
Paul	EOTQ									
Joshua	HWAX									
Robin	DPZN									
Jonas	PIM9									
Sophie K.	I8QN									
Emma	ALOG									
Luzie	7KUN									
Meike	PDT2									
Sophie R.	SCNB									
Dennis F.	HUCB									
Denis R.	4NE7									
Max	RMUD									
Joel	Y52H									
Luise	RXLI									

Test-Heft mit Skalen aus

HRT

ELFE 1-6

Code: __ __ __ __

RECHEN- UND LESE-
AUFGABEN

1. Ergänzungsaufgaben

(ergänze die fehlende Zahl)

Rechne so schnell wie möglich.

Beispiele:

$3 + \_\_ = 5$

$5 - \_\_ = 4$

$\_\_ + 5 = 10 - 1$

Stopp: Noch nicht umblättern!

6	+	__	=	7		
__	+	4	=	8		
5	=	8	−	__		
7	+	__	=	7		
10	+	__	=	10	+	2
__	−	2	=	6		
16	−	__	=	0		
10	+	1	=	9	+	__
12	−	__	=	5		
__	+	3	=	10		
10	−	__	=	4	+	4
__	−	1	=	5	−	5
11	=	__	+	6		
5	−	1	=	__	+	2
__	+	5	=	15		
3	+	4	=	__	+	1
__	+	1	=	12	−	2
9	−	__	=	5	−	3
13	+	__	=	7	+	7
12	+	6	=	6	+	__

19	+	__	=	20	–	1
16	–	6	=	__	–	6
__	=	13	–	5		
13	–	12	=	9	–	__
10	+	7	=	__	–	2
8	–	2	=	2	+	__
__	–	8	=	8	+	5
16	+	3	=	__	+	10
__	–	10	=	7	–	1
5	+	__	=	12	–	3
20	+	20	=	1	+	__
33	–	__	=	23	–	20
41	–	30	=	45	–	__
__	–	10	=	11	+	11
53	+	12	=	__	–	30
66	–	21	=	__	–	22
91	–	__	=	30	+	1
__	+	67	=	3	+	94
17	+	__	=	57	–	0
__	–	35	=	9	+	50

2. Zahlenfolgen

Wie geht die Reihe weiter?
In jeder Reihe ist eine Regel versteckt. Knoble die Regel heraus. Setze die Reihe richtig fort und schreibe die nächsten drei Zahlen hinten auf die Linien.

Beispiele:

0	3	0	4	0	5	__	__	__
10	9	8	7	6	5	__	__	__

Stopp: Noch nicht umblättern!

1	2	1	2	1	2	__	__	__
16	15	14	13	12	11	__	__	__
3	3	4	4	5	5	__	__	__
9	9	9	8	8	8	__	__	__
4	0	5	0	6	0	__	__	__
1	1	3	3	5	5	__	__	__
10	1	9	1	8	1	__	__	__
2	2	0	3	3	0	__	__	__
16	14	12	10	8	6	__	__	__
3	3	4	5	5	6	__	__	__
1	11	2	12	3	13	__	__	__
18	18	15	15	12	12	__	__	__
5	10	6	12	7	14	__	__	__
5	1	6	2	7	3	__	__	__
0	1	3	4	6	7	__	__	__
4	20	5	19	6	18	__	__	__
1	3	2	4	3	5	__	__	__
1	2	4	7	11	16	__	__	__
9	4	13	8	17	12	__	__	__
8	5	10	7	14	11	__	__	__

LESE-AUFGABEN

Du siehst hier kleine Geschichten mit einer Frage.
Bitte streiche die richtige Antwort an!

Beispiele:

Heute scheint den ganzen Tag die Sonne.

Welcher Satz stimmt?

❍ Heute ist schönes Wetter.
❍ Gestern war schönes Wetter.
❍ Morgen wird es regnen.
❍ Heute regnet es.

Ein Pferd, das ist ein großes Tier. Es hat auch Beine und zwar vier.

Ein Pferd ...

❍ ist ganz klein.
❍ hat braune Haare.
❍ hat vier Beine.
❍ frisst Gras.

Stopp! Noch nicht umblättern!

Tim freut sich, wenn die Sonne scheint. Dann kann er mit seinen Freunden Fußball spielen.

<u>Tim ...</u>

- ❍ spielt gerne Fußball.
- ❍ ärgert seine Schwester.
- ❍ macht seine Hausaufgaben.
- ❍ isst gerne Obst.

1

Felix spielt mit seinem schönen neuen Ball. Felix sagt, dass Jan und Eva nicht mitspielen dürfen. Deshalb sind sie böse auf ihn.

<u>Felix spielt ...</u>

- ❍ gern mit Jan und Eva.
- ❍ mit Jan und Eva.
- ❍ mit dem Ball von Jan und Eva.
- ❍ nicht mit Jan und Eva.

2

<u>Jan und Eva sind böse, weil ...</u>

- ❍ er einen neuen Ball hat.
- ❍ er sie nicht mitspielen lässt.
- ❍ sie nicht gern spielen.
- ❍ er nicht mit dem Ball spielt.

3

Evi und ihr großer Bruder Stefan wollen fernsehen. Sie können sich aber nicht auf ein Programm einigen und fangen an zu streiten. Stefan nimmt Evi die Fernbedienung weg und schaltet auf seine Lieblingssendung. Evi sagt: "Das ist gemein! Immer machst du was du willst, nur weil du der Stärkere bist!"

<u>Welcher Satz ist richtig?</u>

- ❍ Evi ist stärker als ihr großer Bruder.
- ❍ Stefan und Evi möchten dieselbe Sendung anschauen.
- ❍ Evi und Stefan streiten sich nie.
- ❍ Evi möchte etwas anderes anschauen als Stefan.

4

Paula ist mit ihren Eltern in den Ferien ans Meer gefahren. Am Strand spielt sie im Sand und sammelt schöne, farbige Muscheln. Die findet sie so schön.

<u>Paula ...</u>

- ❍ mag farbige Muscheln.
- ❍ hat Angst vor Krebsen.
- ❍ schwimmt gerne im Meer.
- ❍ ist mit ihren Eltern in die Berge gefahren.

5

Wale legen keine Eier sondern bringen ihre Jungen lebend zur Welt. Die Jungen trinken bei ihrer Mutter Milch. Deshalb sind Wale keine Fische, sondern Säugetiere.

<u>Wale ...</u>

❍ sind Säugetiere.
❍ legen Eier.
❍ sind Fische.
❍ fressen am liebsten Fische.

6

Wale leben im Meer. Zum Atmen schwimmen sie zur Wasseroberfläche. Dort holen sie tief Luft und können dann lange unter Wasser tauchen.

<u>Wale ...</u>

❍ können unter Wasser atmen.
❍ können nur kurz tauchen.
❍ leben in Seen.
❍ müssen zum Luftholen zur Wasseroberfläche kommen.

7

Lars muss für seine Mutter einkaufen. Im Laden kann er aber das Geld nicht finden. Hat er es verloren? Mutter wird böse sein. Er erzählt der Mutter aus Angst eine erfundene Geschichte über einen Dieb. Die Mutter schüttelt den Kopf und sagt: "Du hast das Geld hier vergessen!" Da wird Lars rot und schämt sich sehr.

<u>Lars erfindet eine Ausrede, weil ...</u>

❍ ein Dieb ihm das Geld gestohlen hat.
❍ er glaubt, das Geld verloren zu haben.
❍ er nicht einkaufen will.
❍ die Mutter den Kopf schüttelt.

8

<u>Mutter weiß, dass ...</u>

❍ Lars die Wahrheit sagt.
❍ ein Dieb ihm das Geld gestohlen hat.
❍ Lars geschwindelt hat.
❍ Lars das Geld verloren hat.

9

<u>Lars sagt zu seiner Mutter, dass ...</u>

❍ er das Geld verloren hat.
❍ ein Dieb ihm das Geld gestohlen hat.
❍ er das Geld im Laden gefunden hat.
❍ er Angst hat.

10

Die Kinder spielen verstecken. Fast jeder hat ein gutes Versteck. Alex ist leicht zu finden.

<u>Alex ...</u>

❍ findet die anderen Kinder leicht.
❍ hat ein schlechtes Versteck.
❍ hat ein gutes Versteck.
❍ ist der Fänger.

11

Anna und Martin dürfen heute nicht draußen spielen. Es ist zu kalt. Sie helfen der Mutter beim Kuchen backen. „Das Backen macht zwar keinen Spaß“, sagt Martin zu Anna, „aber der Kuchen schmeckt gut.“

<u>Die Kinder dürfen heute ...</u>

- ❍ der Mutter nicht in der Küche helfen.
- ❍ draußen in der Kälte spielen.
- ❍ nur im Haus spielen.
- ❍ keinen Kuchen essen.

12

<u>Martin isst gerne Kuchen, aber ...</u>

- ❍ Anna sagt, dass Backen keinen Spaß macht.
- ❍ er hilft gern beim Backen.
- ❍ die Mutter sagt, dass er keinen Kuchen essen darf.
- ❍ das Backen macht ihm keinen Spaß.

13

<u>Was wird in dieser Geschichte erzählt?</u>

- ❍ Die Kinder backen Kuchen, anstatt draußen in der Kälte zu spielen.
- ❍ Die Kinder spielen zuerst draußen, dann helfen sie beim Kuchen backen.
- ❍ Martin will Kuchen backen, weil es draußen zu kalt ist.
- ❍ Martin sagt zu Anna, dass er lieber bäckt als spielt.

14

Nicki ist der einzige Hase mit kurzen Ohren. Alle anderen Hasen lachen ihn deshalb aus. Aber Nicki lacht auch, denn er weiß, dass Jäger lange Ohren besser sehen können als kurze Ohren.

<u>Nicki ...</u>

- ❍ hat keine langen Ohren.
- ❍ hat lange Ohren.
- ❍ ist ein Jäger.
- ❍ ist kein Hase.

15

<u>Nicki lacht, weil er weiß, dass Jäger ...</u>

- ❍ kurze Ohren besser sehen können.
- ❍ die Ohren der anderen Hasen besser sehen können.
- ❍ kurze und lange Ohren gleich gut sehen können.
- ❍ Hasen nicht sehen können.

16

Tina muss heute als Hausaufgabe eine Geschichte lesen. Sie hat keine Lust dazu. Endlich fängt sie an. Es ist eine spannende Geschichte. Tina staunt: Hausaufgaben können auch Spaß machen.

Tina ...

- ○ liest gern, aber die Geschichte hat ihr nicht gefallen.
- ○ hat die Geschichte gelesen, weil sie keine Lust hatte.
- ○ hat vergessen, ihre Hausaufgaben zu machen.
- ○ hatte zuerst keine Lust zu lesen, aber die Geschichte hat ihr dann gefallen.

17

Tina hat ...

- ○ eine langweilige Geschichte gelesen.
- ○ ihre Hausaufgaben nicht gemacht.
- ○ etwas Spannendes gelesen.
- ○ eine spannende Geschichte geschrieben.

18

Vor vielen tausend Jahren lebten in Europa große behaarte Elefanten, die Mammuts. Gegen Ende der Eiszeit starben diese Tiere jedoch aus. Man weiß heute sehr genau wie sie aussahen, weil man einige Mammuts im Dauerfrostboden Sibiriens gefunden hat. Dort waren sie wie in einer Gefriertruhe eingefroren.

Was steht im Text?

- ○ Einige Mammuts sind seit der Eiszeit im Boden Sibiriens eingefroren.
- ○ Mammuts wurden von den Steinzeitmenschen gejagt.
- ○ Mammuts hatten keine Haare.
- ○ Mammuts hatten eine dicke Speckschicht.

19

Lena ist die beste Freundin von Steffi. Sie wollen heute nach der Schule zusammen spielen. Steffi hat Lena versprochen zu kommen.

Wer kommt zu wem?

- ○ Lena kommt zum Spielen zu Steffi.
- ○ Die beiden Mädchen treffen sich auf dem Spielplatz.
- ○ Steffi kommt zum Spielen zu Lena.
- ○ Jeder bleibt heute daheim.

20

Stopp! Hier ist der Test zu Ende!

Bitte beantworte noch folgende Fragen:

1. Ich bin …

ein Mädchen .... ☐
ein Junge .... ☐

2. Ich bin ______ Jahre alt.

3. Meine Mathe-Note im letzten Zeugnis war eine ______.

4. Meine Deutsch-Note im letzten Zeugnis war eine ______.

4. Zuhause spreche ich …

immer Deutsch .... ☐
meistens Deutsch .... ☐
meistens eine andere Sprache....... .... ☐

Vielen Dank. Du hast uns sehr geholfen!